

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**СТАТИСТИКА ЭЛЕКТРОНОВ И ДЫРОК
В ПОЛУПРОВОДНИКАХ**

Учебное пособие
по лекционному курсу
«Физика полупроводников»
Специальность 014100-
«Микроэлектроника и
полупроводниковые приборы»
(ОПД.Ф.02)

ВОРОНЕЖ
2003

Утверждено научно-методическим советом физического факультета
9 января 2003 г. (протокол № 1).

Составители: Бормонтов Е.Н.,
Хухрянский М.Ю.

Учебное пособие подготовлено на кафедре физики полупроводников
и микроэлектроники физического факультета Воронежского
государственного университета.

Рекомендуется для студентов 3 курса физического факультета.

3
Содержание

Введение.....	4
1. Распределение квантовых состояний в зонах.....	5
2. Распределение Ферми – Дирака.....	6
3. Концентрация электронов и дырок в зонах.....	7
4. Концентрация носителей заряда на локальных уровнях.....	12
5. Определение положения уровня Ферми.....	14
5.1. Уравнение электрической нейтральности.....	15
5.2. Уровень Ферми в собственном полупроводнике.....	17
5.3. Полупроводники с примесью одного типа.....	18
5.4. Взаимная компенсация доноров и акцепторов.....	20
5.5. Компенсированные полупроводники.....	21
6. Практические задания.....	25
Контрольные вопросы.....	30

Введение

Зонная теория твердого тела позволяет рассмотреть различные возможные квантовые состояния в кристалле, т.е. различные типы стационарных движений электронов. В термодинамически равновесном состоянии для данного полупроводникового образца при заданной температуре существует определенное распределение электронов по различным квантовым состояниям. В результате в кристалле устанавливается определенная концентрация свободных электронов n в зоне проводимости и концентрация свободных дырок p в дырочной (валентной) зоне. Кроме того, в кристалле, содержащем локальные уровни энергии (примесные атомы и структурные дефекты), могут быть еще отрицательно заряженные акцепторы, на которых в каждой единице объема находится некоторое количество связанных электронов n_t , и положительно заряженные доноры, содержащие некоторую концентрацию связанных дырок p_t . Вычисление концентраций подвижных и связанных носителей заряда составляет основную задачу статистики электронов и дырок в кристаллах.

Решение указанной задачи необходимо для понимания многих электрических и оптических явлений в полупроводниках. В частности, оно позволяет выяснить зависимость основных электрических свойств полупроводника (электропроводности, подвижности и др.) от количества и состава примесей и от температуры. И, наоборот, анализируя с помощью теоретических соотношений статистики экспериментальные данные о температурной зависимости концентраций электронов и дырок, оказывается возможным найти энергетические уровни, создаваемые примесными атомами и структурными дефектами, а также их концентрации.

Рассматриваемая задача распадается на две части: чисто квантово-механическую – нахождение числа возможных квантовых состояний электронов и статистическую – определение фактического распределения электронов по этим квантовым состояниям при термодинамическом равновесии.

1. Распределение квантовых состояний в зонах

Как показывает зонная теория, стационарные состояния электрона в идеальном кристалле характеризуются волновым вектором \mathbf{k} или квазиимпульсом $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$. При этом в кристалле единичного объема каждому значению \mathbf{p} соответствует элементарная ячейка зоны Бриллюэна объемом h^3 . Поэтому в элементе объема зоны Бриллюэна dV_p находится $dN = 2dV_p/h^3$ квантовых состояний, где множитель 2 учитывает две возможные ориентации спина.

В термодинамическом равновесии вероятность заполнения квантовых состояний электронами зависит только от их энергии E и температуры, поэтому в качестве dV_p удобно выбрать элемент объема, заключенный между двумя бесконечно близкими изоэнергетическими поверхностями. При этом изменение энергии электрона на dE равносильно изменению его импульса на dp . Число состояний, соответствующих интервалу энергий dE можно представить в виде $dN(E) = g(E) dE$, где $g(E)$ – функция, показывающая, как изменяется плотность квантовых состояний в зависимости от энергии.

Точное вычисление функции $g(E)$ не просто, так как поверхности постоянной энергии имеют сложную форму. Однако, во многих случаях оказывается достаточным знать функцию $g(E)$ только вблизи краев зон, отчего задача существенно упрощается.

Рассмотрим простейший случай изотропного параболического закона дисперсии. Тогда для полной энергии электрона можно написать

$$E = E_c + p^2/m_n, \quad (1)$$

при этом квазиимпульс электрона \mathbf{p} отсчитывается от его значения, соответствующего E_c . Далее dV_p есть объем сферического слоя $4\pi p^2 dp$. Из (1) имеем

$$p = (2m_n)^{1/2} (E - E_c)^{1/2}, \quad dp = (2m_n)^{1/2} (E - E_c)^{-1/2} dE/2.$$

Поэтому

$$g(E) = 4\pi (2m_n/h^2)^{3/2} (E - E_c)^{1/2}. \quad (2)$$

Распределение квантовых состояний в валентной зоне получается с помощью аналогичных рассуждений и в случае параболического закона дисперсии вблизи края валентной зоны E_v имеет вид

$$g_v(E) = 4\pi (2m_p/h^2)^{3/2} (E_v - E)^{1/2}. \quad (2a)$$

2. Распределение Ферми – Дирака

Электроны, как частицы, обладающие полуцелым спином, подчиняются статистике Ферми – Дирака. Вероятность того, что электрон будет находиться в квантовом состоянии с энергией E , определяется функцией Ферми – Дирака

$$f(E, T) = \{1 + \exp [(E - F) / kT]\}^{-1}, \quad (3)$$

где F – уровень энергии Ферми, или электрохимический потенциал.

Энергия Ферми – это статистическая характеристика коллектива частиц, тесно связанная с термодинамическими параметрами системы. Так, например, ее можно определить как приращение свободной энергии системы при добавлении к ней одного электрона при условии постоянства объема и температуры. Однако мы не станем обсуждать термодинамический смысл понятия энергии Ферми, а будем рассматривать ее как некоторую характерную энергию, зависящую от типа полупроводника, его состава и состояния (температуры, давления и др.), значение которой подлежит определению.

Физический смысл энергии Ферми наиболее ясен при абсолютном нуле температуры: тогда это граничная энергия, отделяющая заполненные квантовые состояния от пустых. Действительно, распределение Ферми – Дирака (3) в этом случае имеет вид разрывной функции. Для $E < F$ функция $f = 1$, а это значит, что все квантовые состояния с такими энергиями заполнены электронами. Для $E > F$ функция $f = 0$ и соответствующие квантовые состояния совершенно пустые. При любой конечной температуре функция Ферми изображается непрерывной кривой и в узкой области энергий, порядка нескольких kT , вблизи точки $E = F$, быстро изменяется от 1 до 0. Размытие функции Ферми тем больше, чем выше температура. Из выражения (3) также видно, что уровень Ферми можно определить как энергию квантового состояния, вероятность заполнения которого при данных условиях равна $1/2$.

Вероятность того, что данное квантовое состояние с энергией E не занято электроном, f_p определяется функцией

$$f_p(E, T) = (1 - f) = \{1 + \exp [(F - E) / kT]\}^{-1}. \quad (3a)$$

Вычисление различных статистических величин значительно упрощается, если уровень Ферми F лежит в запрещенной зоне энергий и удален от края зоны проводимости E_c хотя бы на $(2-3) kT$. Тогда в распределении (3) можно считать

$$\exp [(F - E) / kT] \gg 1$$

и оно переходит в распределение Максвелла – Больцмана классической статистики

$$f = C \exp(-E/kT), \quad (36)$$

где C – постоянная. В этом случае мы говорим, что электронный газ не вырожден. Аналогично, в полупроводнике p -типа для отсутствия вырождения дырочного газа необходимо, чтобы уровень Ферми F тоже лежал внутри запрещенной зоны и был расположен выше энергии E_v хотя бы на $(2-3) kT$. Противоположный случай, когда уровень Ферми расположен внутри зоны проводимости или внутри валентной зоны, есть случай вырожденного электронного или, соответственно, дырочного газа. В этом случае существенно необходимо пользоваться распределением Ферми – Дирака (3) или (3а).

В дальнейшем при вычислении концентраций подвижных и связанных носителей заряда мы разделим задачу на две части. Сначала мы выразим эти концентрации через уровень Ферми, а затем рассмотрим, как определить положение самого уровня Ферми.

3. Концентрации электронов и дырок в зонах

Согласно сказанному выше, концентрация свободных электронов в зоне проводимости полупроводника равна

$$n = \int_{E_c}^{\infty} g(E) f(E, T) dE. \quad (4)$$

Отметим, что в качестве верхнего предела интегрирования мы должны были бы взять энергию верхнего края зоны проводимости. Однако так как функция f для значений энергий $E > F$ быстро убывает с увеличением E , то замена верхнего предела на бесконечность практически не меняет значения интеграла.

Подставляя в (4) выражение (2) для $g(E)$ и (3) для $f(E, T)$, получим

$$n = 4\pi \left(\frac{2m_n}{h^2} \right)^{3/2} \int_{E_c}^{\infty} \frac{(E - E_c)^{1/2} dE}{e^{\frac{E-F}{kT}} + 1}. \quad (4a)$$

Интеграл (4а) удобно представить в следующем виде. Выберем новую переменную интегрирования $x = (E - E_c) / kT$ и введем обозначения

$$\eta = F - E_c, \quad \eta^* = \eta / kT. \quad (5)$$

Величина η носит название химического потенциала для электронов, а η^* - его безразмерное значение. Обозначим, наконец, для сокращения

$$N_c = 2(2\pi m_n kT / h^2)^{3/2}. \quad (6)$$

Эта величина получила название эффективной плотности состояний в зоне проводимости. Тогда нетрудно убедиться, что интеграл (4) принимает вид

$$n = N_c F_{1/2}(\eta^*), \quad (7)$$

где

$$F_{1/2}(\eta^*) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \frac{x^{1/2} dx}{1 + \exp(x - \eta^*)}. \quad (8)$$

Значение интеграла (8) зависит только от параметра η^* , т.е. химического потенциала, и температуры. Этот интеграл известен как интеграл Ферми – Дирака (или, точнее, интеграл Ферми – Дирака с индексом $1/2$) и в общем случае не выражается через элементарные функции.

Рассуждая аналогично, легко найти выражение для концентрации дырок в валентной зоне. Отличия от предыдущего случая заключаются лишь в том, что мы, во-первых, должны использовать выражение (2а) для плотности состояний в валентной зоне. Во-вторых, мы должны подсчитывать не число заполненных, а число незанятых состояний. И, наконец, интегрирование по энергиям нужно производить в пределах валентной зоны. Поэтому

$$p = \int_{-\infty}^{E_v} g_v(E) f_p(E, T) dE, \quad (9)$$

или, подставляя выражение (2а) для $g_v(E)$ и (3а) для $f_p(E, T)$, получим

$$p = 4\pi \left(\frac{2m_p}{h^2} \right)^{3/2} \int_{E_c}^{\infty} \frac{(E_v - E)^{1/2} dE}{e^{\frac{F-E}{kT}} + 1}. \quad (9a)$$

Вводя, как и выше, безразмерную переменную $y = (E_v - E) / kT$ и безразмерный параметр $\zeta^* = \zeta / kT$, мы приходим к формуле, аналогичной соотношению (7):

$$p = N_v F_{1/2}(\zeta^*). \quad (10)$$

Здесь N_v есть эффективная плотность состояний в валентной зоне:

$$N_v = 2(2\pi m_p kT / h^2)^{3/2}, \quad (11)$$

а $F_{1/2}(\zeta^*)$ – прежний интеграл Ферми (8). Однако теперь он содержит другой параметр ζ^* , характеризующий положение уровня Ферми относительно края валентной зоны. Разность $\zeta = E_v - F = -\eta - E_g$ носит название химического потенциала для дырок.

Выражения (7) и (10) для концентраций подвижных электронов и дырок значительно упрощаются в двух предельных случаях, которые мы рассмотрим более подробно.

1) Невырожденные полупроводники

Случай невырожденного полупроводника показан на рис. 1, где даны плотность квантовых состояний $g(E)$, функция Ферми $f(E,T)$, а также их произведение, равное dn/dE (здесь dn – концентрация электронов с энергией в интервале $E, E+dE$). Полное количество электронов в зоне определяется площадью, ограниченной кривой $g(E)f(E,T)$ и осью E . При этом существен только «хвост» распределения Ферми, который может быть аппроксимирован распределением Максвелла – Больцмана.

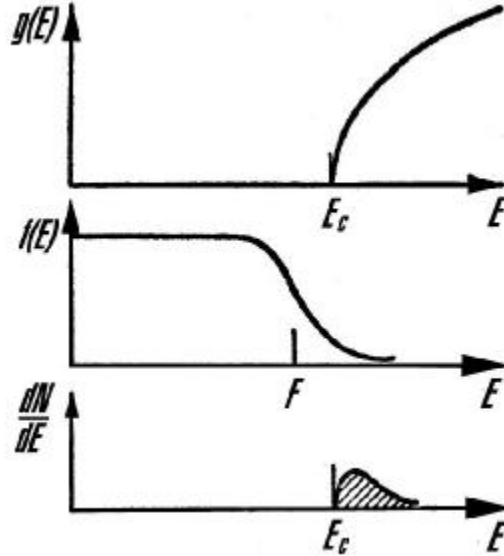


Рис. 1. Графики функций $g(E)$, $f(E,T)$ и dN/dE для невырожденного полупроводника n -типа.

Для невырожденного полупроводника $\exp(x-h^*) \gg 1$ и поэтому интеграл Ферми (8) принимает вид

$$\Phi_{1/2}(\eta^*) = \exp \eta^* \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} e^{-x} x^{1/2} dx.$$

Входящий сюда интеграл хорошо известен и равен $\frac{1}{2}\sqrt{\pi}$. Поэтому

$$F_{1/2}(\eta^*) = \exp \eta^* = \exp[(F-E_c)/kT],$$

и, следовательно,

$$n = N_c \exp[(F-E_c)/kT]. \quad (12)$$

Аналогичным образом упрощается выражение для концентрации дырок в невырожденном полупроводнике. Здесь в интеграле Ферми можно положить $\exp(y-z^*) \gg 1$, и поэтому, поступая как и выше, мы имеем

$$p = N_v \exp[(E_v-F)/kT]. \quad (13)$$

Полученные выражения (12) и (13) разъясняют смысл названия «эффективная плотность состояний» в зонах для величин N_c и N_v . Экспоненциальный множитель в выражении (12) для невырожденного полупроводника (распределение Максвелла – Больцмана) дает вероятность заполнения квантового состояния с энергией E_c . Поэтому формула (12) означает, что для невырожденного полупроводника концентрация подвижных электронов получается такой же, как если бы вместо непрерывного распределения состояний в зоне в каждой единице объема было N_c состояний с одинаковой энергией E_c . Аналогично, экспоненциальный множитель в (13) выражает вероятность того, что состояние с энергией E_v не занято электроном, и потому формула (13) показывает, что при подсчете концентрации дырок валентную зону можно заменить совокупностью состояний с одинаковой энергией E_v , число которых в каждой единице объема есть N_v .

До сих пор мы считали закон дисперсии изотропным и параболическим. Весьма часто, однако, приходится иметь дело и с более сложными случаями. Так, например, для зоны проводимости в германии и кремнии изоэнергетические поверхности являются эллипсоидами вращения. Центры этих эллипсоидов не совпадают с центром зоны Бриллюэна и поэтому в ней имеется несколько эквивалентных минимумов энергии. Тем не менее и в этом случае концентрация электронов может быть рассчитана по формуле (12) с заменой m_n в выражении (6) на некоторую величину m_{dn} , называемую эффективной (скалярной) массой плотности состояний. При этом

$$m_{dn} = Q^{2/3} (m_x m_y m_z)^{1/3},$$

где m_x, m_y, m_z - главные значения тензора эффективной массы, а Q - число эквивалентных минимумов в зоне проводимости полупроводника.

Полагая в выражении (12) m_n равным массе изолированного электрона m_o и $T = 300$ К, мы получим $N_v = 2,510 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$. Для какой-либо другой температуры и иной эффективной массы мы имеем

$$N_{c(v)} = 2,510 \cdot 10^{19} (m_{dn(p)}/m_o)^{3/2} (T/300)^{3/2} \text{ см}^{-3}, \quad (14)$$

где $m_{dn(p)}$ – эффективная масса плотности состояний электронов или, соответственно, дырок. В невырожденных полупроводниках концентрация основных носителей мала по сравнению с N_c и N_v . В вырожденных полупроводниках имеет место обратное. Поэтому, сопоставляя измеренные значения концентрации электронов и дырок со значениями величин N_c и N_v , полученными по формуле (14), можно сразу установить, является ли данный полупроводник вырожденным или нет.

Так как эффективная масса входит в выражения n и p только в виде множителя $m^{3/2}$, в то время как уровень Ферми F входит в показатель степени, то отношение n/p зависит главным образом от положения F

относительно краев зон. Выражения (12) и (13) показывают, что концентрация подвижных носителей заряда будет больше в той зоне, к которой ближе расположен уровень Ферми. Носители заряда в этой ближайшей зоне будут основными, поэтому в полупроводниках n -типа уровень Ферми расположен в верхней половине запрещенной зоны, а в полупроводниках p -типа – в нижней половине.

Однако произведение концентраций электронов и дырок для невырожденного полупроводника не зависит от положения уровня Ферми. Согласно (12) и (13), оно равно

$$np = n_i^2 = N_c N_v \exp(-E_g/kT), \quad (15)$$

где n_i - концентрация электронов в собственном полупроводнике.

2) Случай сильного вырождения

Другой крайний случай мы имеем при сильном вырождении электронного газа, когда $\exp(x-h^*) \ll 1$. В этом случае уровень Ферми лежит внутри зоны проводимости, а концентрация электронов $n \gg N_c$. Взаимное расположение кривых $g(E)$, $f(E,T)$ и dN/dE для вырожденного полупроводника n -типа схематически показано на рис. 2.

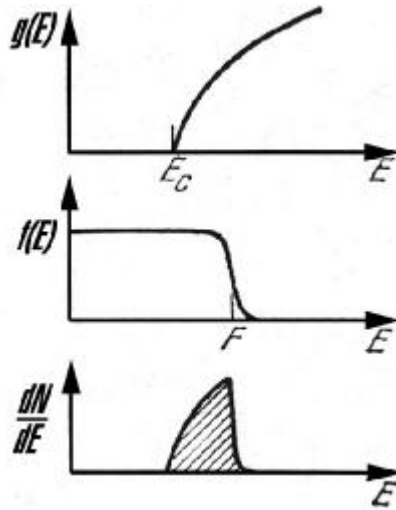


Рис. 2. Графики функций $g(E)$, $f(E,T)$ и dN/dE для сильно вырожденного полупроводника n -типа.

В этом случае в интеграле Ферми $\exp(x-h^*) \ll 1$. Далее, в качестве верхнего предела интегрирования можно положить $x_m = (F-E_c)/kT$. Это совершенно точно при $T=0$, однако справедливо с хорошим приближением и при конечной температуре вследствие быстрого убывания функции Ферми – Дирака при $E > F$. Тогда опять интеграл Ферми вычисляется непосредственно и мы имеем

$$n = N_c \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{x_m} x^{1/2} dx = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} N_c x_m^{3/2} = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} N_c \left(\frac{F - E_c}{kT} \right)^{3/2}. \quad (16)$$

При температуре абсолютного нуля все состояния в зоне, энергия которых $E > F$, свободны, а все состояния с $E < F$ заняты электронами. Поэтому химический потенциал электронов $\eta = F - E_c$ есть максимальная энергия электронов при $T = 0$. Эту величину, играющую важную роль в теории металлов, часто называют энергией Ферми.

4. Концентрация носителей заряда на локальных уровнях

До сих пор рассматривались электроны, не связанные с какими-либо конкретными атомами. Они трактовались как газ свободных электронов и поэтому подчинялись обычной статистике Ферми–Дирака.

Функция распределения Ферми–Дирака показывала вероятность распределения свободных электронов по квантовым состояниям. Электроны, находящиеся на локальных центрах, наоборот, нужно трактовать как связанные, и это обстоятельство существенно сказывается на виде их функции распределения.

В этом случае необходимо иметь функцию распределения электронов уже не по квантовым, а по энергетическим состояниям.

В отличие от свободных, для связанных электронов нельзя отождествлять их энергетическое состояние с квантовым, так как связанные с атомом электроны могут обладать одинаковой энергией, но различными значениями спина. Учитывают это обстоятельство путем введения фактора (степени) спинового вырождения.

Рассмотрим полупроводник, содержащий донорную примесь в концентрации N_d . Донор, удерживающий электрон, электрически нейтрален. Это соответствует, например, случаю, когда один из узлов решетки кремния занят атомом мышьяка. При этом пятый валентный электрон атома донорной примеси не принимает участия в ковалентной связи и ему соответствует локальный энергетический уровень, расположенный ниже дна зоны проводимости на величину E_d (рис. 3, а).

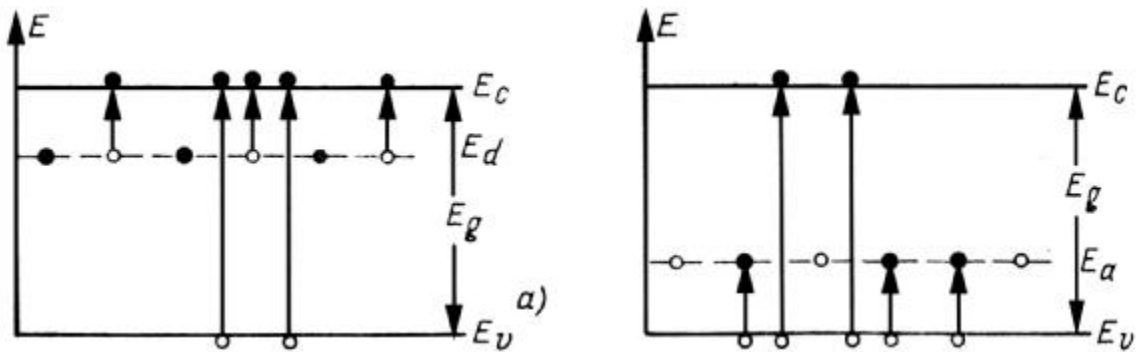


Рис. 3. Электронный (а) и акцепторный (б) полупроводники.

Поскольку у донорной примеси имеется только один электрон, который может принимать участие в проводимости, то полное число состояний для донорной примеси должно быть равно количеству атомов примеси на единицу объема кристалла, т. е. равно N_d .

Предположим, что концентрация электронов, находящихся на уровне донорной примеси, равна n_d . В этом случае концентрация ионизованных донорных атомов p_d , образовавшихся в результате тепловых переходов электронов с донорных уровней в зону проводимости и имеющих положительный заряд, составит

$$p_d = N_d - n_d. \quad (17)$$

Если бы на примесном донорном уровне, согласно принципу Паули, могли расположиться два электрона с антипараллельными спинами, то вероятность его заполнения определялась бы функцией Ферми – Дирака (3), в которой вместо E следовало поставить E_d – энергию электрона на уровне примеси. Но на уровне E_d может быть только один электрон, который может быть захвачен двояким образом в зависимости от направления спина. Следовательно, нейтральное состояние донорной примеси имеет вдвое больший статистический вес по сравнению с ионизованным состоянием. Так как при отсутствии электрона на уровне донорной примеси вероятность такого состояния равна 1, то, исходя из принципа Больцмана, можно записать:

$$p_d : n_d = 1 : e^{-(E_d - F)/kT}. \quad (18)$$

Затем, используя (17), это равенство можно переписать в виде

$$(N_d - n_d)/n_d = (2e^{-(E_d - F)/kT})^{-1}, \quad (18a)$$

откуда следует, что концентрация электронов, находящихся на уровнях донорной примеси, равна

$$n_d = \frac{N_d}{\frac{1}{2}e^{(E_d - F)/kT} + 1}, \quad (19)$$

а концентрация положительно заряженных ионов донорной примеси на основании равенств (18) и (19) будет выражаться соотношением

$$p_d = \frac{N_d}{2e^{(F - E_d)/kT} + 1}. \quad (20)$$

Предэкспоненциальный множитель в (19) в общем случае можно записать через g^{-1} . Тогда из выражения (19) следует, что для одновалентной донорной примеси, для которой примесный уровень двукратно вырожден, фактор спинового вырождения $g = 2$.

Рассмотрим теперь акцепторный полупроводник, например кремний, легированный бором. Допустим, что концентрация введенной примеси равна N_a . Энергетическая схема такого полупроводника представлена на рис. 3, б.

Нейтральный атом бора с соседними атомами кремния образует три ковалентные связи. Четвертая связь одного из четырех соседних атомов кремния остается незавершенной, и она, располагаясь около атома бора, ведет себя как положительная дырка. В эту незавершенную связь может перейти электрон от соседнего атома кремния, и для этого потребуется энергия, равная E_a . В результате образуется свободная дырка, а атом бора превращается в отрицательно заряженный ион бора. Таким образом, на энергетическом уровне акцепторной примеси находится один электрон с произвольным направлением спина (нейтральное состояние акцепторной примеси) либо имеется два электрона с антипараллельными спинами в случае, когда атом акцепторной примеси для укомплектования парной связи захватывает электрон из валентной зоны (ионизованное состояние акцепторной примеси). Следовательно, степень вырождения акцепторного уровня $g = 2$. Поэтому концентрация электронов n_a на уровнях акцепторной примеси (или концентрация отрицательных ионов) при данной температуре будет определяться соотношением вида

$$n_a = \frac{N_a}{2e^{(E_a-F)/kT} + 1}, \quad (21)$$

а концентрация дырок на акцепторной примеси p_a соответственно будет равна

$$p_a = \frac{N_a}{2^{-1} e^{(F-E_a)/kT} + 1}. \quad (22)$$

5. Определение положения уровня Ферми

В предыдущих рассуждениях мы считали, что уровень Ферми задан. Посмотрим теперь, как можно найти положение уровня Ферми.

Ответ на этот вопрос зависит от того, какие другие величины заданы. Если известны концентрации носителей заряда в зонах n и p , то значение F можно определить из полученных ранее формул. Так, например, для невырожденного полупроводника n -типа из (12) мы имеем

$$F = E_c - kT \ln \frac{N_c}{n}. \quad (23)$$

Аналогично, для невырожденного полупроводника p -типа из (13) получаем

$$F = E_v - kT \ln \frac{N_v}{p}. \quad (24)$$

Эти выражения дают уже известный нам результат, что чем больше концентрация основных носителей, тем ближе уровень Ферми к краю соответствующей зоны.

Однако чаще мы встречаемся с задачей, когда задан состав кристалла, т. е. концентрации и типы содержащихся в нем примесей (их энергетические уровни), а концентрации свободных и связанных носителей заряда, напротив, должны быть вычислены. В этом случае положение уровня Ферми можно найти из условия электрической нейтральности образца.

5.1. Уравнение электрической нейтральности

Выражения для n и p позволяют вычислять концентрацию электронов и дырок при условии, что известно положение уровня Ферми. Однако уровень Ферми сам зависит от температуры и концентрации носителей заряда. Его положение может сильно меняться при введении примесей, создающих локализованные состояния. Это естественно, поскольку уровень Ферми определяет распределение электронов по состояниям. Вводя примесь, мы создаем в запрещенной зоне локализованные состояния, в которых могут находиться как электроны, так и дырки. Перераспределение электронов по состояниям при создании дискретных уровней в запрещенной зоне регулируется посредством изменения положения уровня Ферми.

Для вычисления величины F служит уравнение, которое обычно называется уравнением электронейтральности, имеющее простой и наглядный физический смысл. Прежде всего, предположим, что в полупроводнике имеются донорная и акцепторная примеси с концентрациями N_d и N_a . В результате термической ионизации в полупроводнике создается некоторое количество свободных электронов и дырок. Свободные носители заряда создаются в результате ионизации атомов примеси и атомов основного вещества; другими словами, в полупроводнике имеются свободные носители заряда и ионы. Как во всем кристалле, так и в любом физически малом объеме вещества суммарный заряд всех заряженных частиц должен быть равен нулю – это и есть условие электрической нейтральности, справедливое для незаряженного в целом тела.

Запишем условие электронейтральности для единичного объема вещества. Для этого необходимо подсчитать заряд положительных и отрицательных частиц.

Электроны возникают за счет ионизации донорной примеси и атомов основного вещества. Переход электронов из валентной зоны в зону проводимости или к атомам акцепторной примеси приводит к созданию свободных дырок.

Отрицательный заряд создают свободные электроны и ионы акцепторов, он равен $(n + N_a^-)e^-$. Положительный заряд создают свободные дырки и ионы доноров общей величиной $(p + N_d^+)e^+$.

Условие электронейтральности можно записать в виде

$$(p + N_d^+)e^+ + (n + N_a^-)e^- = 0.$$

Тогда, учитывая, что $e^- = e^+$, получим уравнение электрической нейтральности

$$(n + N_a^-) - (p + N_d^+) = 0. \quad (25)$$

Если обозначить через n_d , p_d , n_a , p_a число электронов и дырок, находящихся на донорном и акцепторном уровнях, то можно записать ряд очевидных соотношений:

$$\begin{aligned} n_d &= N_d - N_d^+ = N_d - p_d; & N_d^+ &= N_d - n_d = p_d; \\ p_a &= N_a - N_a^- = N_a - n_a; & N_a^- &= N_a - p_a = n_a. \end{aligned}$$

В таком случае уравнение электрической нейтральности (25) можно записать в одной из следующих форм:

$$(n + n_a) - (p + p_d) = 0,$$

или

$$n + n_d - p - p_a = N_d - N_a. \quad (26)$$

Теперь, чтобы составить уравнение, из которого можно определить положение уровня Ферми, необходимо выразить входящие в уравнение нейтральности (26) величины через F . Подставляя в (26) явные выражения (4а), (9а), (19) и (22) для n , p , n_d и p_a , окончательно получим

$$\begin{aligned} &4\pi \left(\frac{2m_{dn}}{h^2} \right)^{3/2} \int_{E_c}^{\infty} \frac{(E - E_c)^{1/2} dE}{e^{\frac{E-F}{kT}} + 1} + \frac{N_d}{2} \frac{1}{e^{\frac{E_d-F}{kT}} + 1} - \\ &- 4\pi \left(\frac{2m_{dp}}{h^2} \right)^{3/2} \int_{-\infty}^{E_v} \frac{(E_v - E)^{1/2} dE}{e^{\frac{F-E}{kT}} + 1} - \frac{N_a}{2} \frac{1}{e^{\frac{F-E_a}{kT}} + 1} = N_d - N_a. \end{aligned} \quad (27)$$

Решить уравнение электрической нейтральности (27) в общем виде очень сложно и можно это сделать только численными методами. Однако имеется ряд частных случаев, в которых уравнение электронейтральности можно решить также аналитически. Рассмотрим некоторые такие случаи, имеющие важное практическое значение.

5.2. Уровень Ферми в собственном полупроводнике

Полупроводник, в котором примеси отсутствуют, называется чистым или собственным полупроводником. Уравнение электронейтральности для собственного полупроводника имеет вид

$$n - p = 0, \quad \text{или} \quad n = p, \quad (28)$$

т. е. переход каждого электрона из валентной зоны порождает в ней дырку, поэтому число дырок в собственном полупроводнике всегда равно числу электронов. Если ширина запрещенной зоны полупроводника достаточно велика, так что она охватывает много kT , и если эффективные массы электронов и дырок m_n и m_p одного порядка, то уровень Ферми будет достаточно удален от краев зон и полупроводник будет невырожденным. Поэтому, пользуясь для n и p выражениями (12) и (13), имеем

$$N_c \exp \frac{F - E_c}{kT} = N_v \exp \frac{E_v - F}{kT}.$$

Это дает

$$F = E_i - \frac{1}{2} kT \ln \frac{N_c}{N_v} = E_i - \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_n}{m_p}, \quad (29)$$

где через $E_i = \frac{1}{2} (E_v + E_c)$ обозначена энергия середины запрещенной зоны.

Эта зависимость показана схематически на рис. 4. Там же отмечены края зон E_v и E_c и учтено, что ширина запрещенной зоны сама изменяется с температурой. При $T = 0 \text{ K}$ уровень Ферми располагается точно в середине запрещенной зоны. При повышении температуры он удаляется от зоны более тяжелых носителей и приближается к зоне более легких.

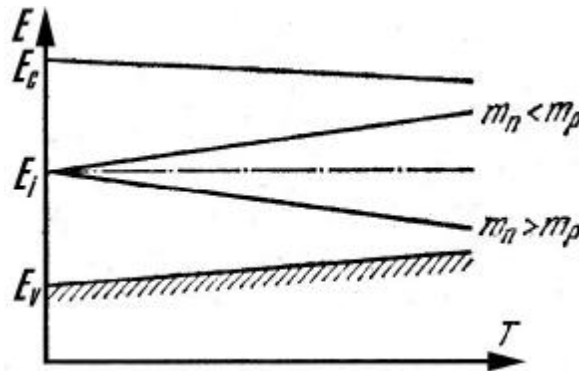


Рис. 4. Зависимость положения уровня Ферми от температуры в собственном полупроводнике.

Для полупроводников с узкой запрещенной зоной (HgSe, HgTe, серое олово и др.) даже при комнатной температуре приходится уже учитывать вырождение, и поэтому для n и p нужно брать общие выражения (7) и (10).

Из выражения (29) и рис. 4 видно, что если m_n и m_p весьма различны, то при повышении температуры уровень Ферми может приблизиться к зоне легких носителей на расстояние порядка kT и даже оказаться внутри этой зоны. Поэтому такие полупроводники при нагревании могут стать вырожденными. Этот случай мы имеем, например, в InSb, где $m_n \gg m_p$. При этом оказывается, что уровень Ферми попадает в зону проводимости при температурах $T \sim 370$ K.

5.3. Полупроводник с примесью одного типа

Рассмотрим полупроводник, содержащий только донорную примесь с энергетическим уровнем E_d . Далее, будем считать, что температура не слишком велика, так что собственной проводимостью можно пренебречь. В этом случае электроны в зоне проводимости возникают только за счет тепловой ионизации доноров. Найдем концентрацию электронов в зоне проводимости и положение уровня Ферми в зависимости от температуры.

Условие нейтральности (27) для этого случая ($p \ll n$, $N_a = 0$) дает

$$\frac{N_d}{2 \exp \frac{F - E_d}{kT} + 1} = N_c F^{1/2} \left(\frac{F - E_c}{kT} \right) \quad (30)$$

Уравнение (30) позволяет определить положение уровня Ферми F . Однако для общего случая решение этой задачи требует численных методов расчета. Поэтому мы рассмотрим только случай невырожденного полупроводника, когда

$$F^{1/2} \left(\frac{F - E_c}{kT} \right) \approx \exp \frac{F - E_c}{kT}.$$

Замечая, что

$$\exp \frac{F - E_d}{kT} = \frac{n}{N_c} \exp \frac{DE_d}{kT},$$

где $DE_d = E_c - E_d$ есть энергия ионизации донора, условие нейтральности (30) можно переписать в виде

$$\frac{n^2}{N_d - n} = n_1(T). \quad (31)$$

Здесь введено обозначение

$$n_1 = \frac{1}{2} N_c \exp \left(- \frac{DE_d}{kT} \right) \quad (32)$$

Очевидно, что, с точностью до фактора вырождения, величина n_1 равна концентрации электронов в зоне, когда уровень Ферми совпадает с

уровнем энергии донора E_d . Соотношение (31) приводит к квадратному уравнению относительно n , положительный корень которого есть

$$n = \frac{n_1}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{4N_d}{n_1}} - 1 \right) \quad (33)$$

При достаточно низких температурах, определяемых условием $(4N_d/n_1)^{1/2} \gg 1$, из (33) получается

$$n = \left(\frac{1}{2} N_d N_c \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{DE_d}{2kT}\right) \quad (33a)$$

В этом случае мы имеем частичную ионизацию доноров и концентрация электронов в зоне проводимости уменьшается по экспоненциальному закону с понижением температуры. Изображая зависимость $\ln nT^{3/4}$ от $1/T$ графически, мы получим прямую линию, наклон которой равен $DE_d/2k$, т. е. отвечает половине энергии ионизации доноров DE_d .

При достаточно высоких температурах, определяемых условием $(4N_d/n_1) \ll 1$, из (33) получается

$$n = N_d. \quad (33b)$$

Этот случай соответствует полной ионизации доноров. Зависимость $n(T)$ для одного конкретного случая показана ниже на рис. 5 (кривая 1).

Чтобы найти зависимость положения уровня Ферми F от температуры, нам не нужно заново решать уравнение (30), а можно воспользоваться соотношениями (12) и (33), справедливыми для невырожденных полупроводников. Это дает

$$F - E_c = kT \ln \frac{n}{N_c} = kT \ln \frac{n_1}{2N_c} \left(\sqrt{1 + \frac{4N_d}{n_1}} - 1 \right) \quad (34)$$

Эта зависимость показана на рис. 6 (кривая 1).

При низких температурах (определяемых тем же условием, что и выше) формула (34) дает

$$F - E_c = \frac{1}{2}(E_d - E_c) + \frac{1}{2}kT \ln \left(\frac{1}{2} \frac{N_d}{N_c} \right)$$

При $T \rightarrow 0$ уровень Ферми располагается посередине между E_c и E_d .

В случае некомпенсированных акцепторов справедливы аналогичные соотношения.

5.4. Взаимная компенсация доноров и акцепторов

Случай примеси одного типа, когда влиянием других примесей можно пренебречь, встречается сравнительно редко. Дело в том, что современная техника очистки полупроводниковых материалов, несмотря на очень высокий уровень разработки, даже для такого хорошо освоенного полупроводника, как германий, позволяет снизить концентрацию остаточных примесей до $\sim 10^{10} - 10^9 \text{ см}^{-3}$, но не устранить их вовсе. Поэтому в реальных полупроводниках мы обычно имеем, кроме умышленно введенных доноров, некоторую концентрацию компенсирующих их акцепторов (или наоборот). Наличие же даже малой концентрации компенсирующей примеси может при известных условиях существенно изменить температурную зависимость концентрации носителей заряда и положения уровня Ферми. Поэтому мы рассмотрим случай полупроводника, содержащего одновременно доноры и акцепторы.

Однако прежде чем рассматривать общий случай, мы остановимся на одном простом, но практически важном примере, когда в полупроводнике имеются мелкие доноры (с уровнями вблизи зоны проводимости) и мелкие акцепторы (с уровнями вблизи валентной зоны). Кроме того, мы предположим, что рассматриваемые интервалы температур и концентраций таковы, что уровень Ферми лежит между уровнями доноров и акцепторов и удален от тех и других по крайней мере на несколько kT . Такое положение, в частности, мы имеем в германии и кремнии, содержащих доноры пятой группы и акцепторы третьей группы, при концентрациях, меньших примерно 10^{17} см^{-3} , и в области температур примерно от комнатной и до температуры жидкого азота ($\sim 77 \text{ K}$). В этом случае все доноры практически полностью лишены электронов (так как уровень Ферми лежит ниже уровней доноров) и заряжены положительно, а все акцепторы практически полностью заполнены электронами (так как уровень Ферми расположен выше их уровней) и заряжены отрицательно. Поэтому условие нейтральности принимает простой вид:

$$n - p = N_d - N_a. \quad (35)$$

Если $N_d > N_a$, то $n > p$ и мы будем иметь полупроводник n -типа. Если при этом еще температура не слишком велика, так что концентрацией неосновных носителей можно пренебречь, то

$$n \approx N_d - N_a. \quad (35a)$$

Концентрация электронов в зоне оказывается такой, как если бы в полупроводнике имелись одни доноры, но с меньшей концентрацией, так как часть полной концентрации доноров компенсирована акцепторами.

Если концентрация акцепторов больше концентрации доноров, то мы будем иметь полупроводник p -типа и концентрация дырок в примесной области будет

$$p \approx N_a - N_d. \quad (36)$$

Если, наконец, концентрации доноров и акцепторов равны друг другу, то равенство (35) дает $n = p$. Так как, кроме того, для невырожденного полупроводника всегда $np = n_i^2$, то

$$n = p = n_i, \quad (37)$$

т. е. концентрация электронов и дырок будет такая же, как и при отсутствии каких бы то ни было примесей. В этом случае носители возникают только за счет генерации зона – зона.

Полученные результаты показывают, что при суждении о степени чистоты полупроводниковых материалов по измерению концентрации носителей необходимо соблюдать осторожность, так как эта концентрация может быть мала не вследствие чистоты материала, а в результате взаимной компенсации доноров и акцепторов. Поэтому для окончательного решения вопроса приходится прибегать к дополнительным исследованиям, например к измерению подвижности.

5.5. Компенсированные полупроводники

Рассмотрим опять полупроводник n -типа, содержащий доноры с концентрацией N_d и компенсирующие акцепторы с концентрацией $N_a < N_d$. Будем по-прежнему считать полупроводник невырожденным и рассмотрим область примесной проводимости, однако будем теперь рассматривать широкую область температур, включая и очень низкие температуры, когда ионизация доноров может быть неполной.

Условие нейтральности (27) для этого случая принимает вид

$$\frac{N_d}{2 \exp \frac{F - E_d}{kT} + 1} = n + N_a. \quad (38)$$

Выражая, как и выше, экспоненту через концентрацию электронов n , это условие можно представить в виде

$$\frac{n(n + N_a)}{N_d - N_a - n} = n_1(T), \quad (39)$$

где $n_1(T)$ по-прежнему выражается формулой (32). При $N_a = 0$ это уравнение переходит в ранее полученное (31). Оно опять приводит к квадратному уравнению относительно n . Для очень низких температур, когда $n \ll N_a$, $N_d - N_a$, уравнение (39) дает

$$n = \frac{N_d - N_a}{N_a} \frac{1}{2} N_c \exp\left(-\frac{DE_d}{kT}\right) \quad (40)$$

Следовательно, в координатах $\ln(nT^{-3/2})$ и $1/T$ зависимость $n(T)$ имеет опять вид прямой линии. Однако в отличие от случая одних некомпенсированных доноров, наклон этой прямой равен DE_d/k , т. е. соответствует не половине, а полной энергии ионизации DE_d . Из выражения (40) также видно, что концентрация компенсирующих акцепторов сильно влияет на концентрацию электронов в зоне и может изменять ее на много порядков.

В общем случае примесной проводимости уравнение (39) дает

$$n = \frac{1}{2}(N_a + n_1) \left(\sqrt{1 + \frac{4(N_d - N_a)n_1}{(N_a + n_1)^2}} - 1 \right) \quad (41)$$

При достаточно высоких температурах, когда

$$\frac{(N_d - N_a)n_1}{(N_a + n_1)^2} \ll 1$$

и, кроме того, $n_1 \gg N_a$, мы имеем

$$n \approx N_d - N_a,$$

т. е. полученную ранее формулу (35а). Эту область температур иногда называют «областью истощения» доноров.

Зависимость n от T для конкретного случая германия с донорами пятой группы, частично компенсированными акцепторами третьей группы, показана на рис. 5. Для случая некомпенсированных доноров кривая 1 при низких температурах имеет наклон, соответствующий половине энергии ионизации доноров. При наличии компенсации наклон соответствует полной энергии ионизации. Следует подчеркнуть, однако, что при малой степени компенсации (кривая 2) имеется область температур (она соответствует условию $N_a \ll n \ll N_d$), в которой наклон отвечает тоже половине энергии ионизации, и лишь при достаточном понижении температуры этот наклон удваивается.

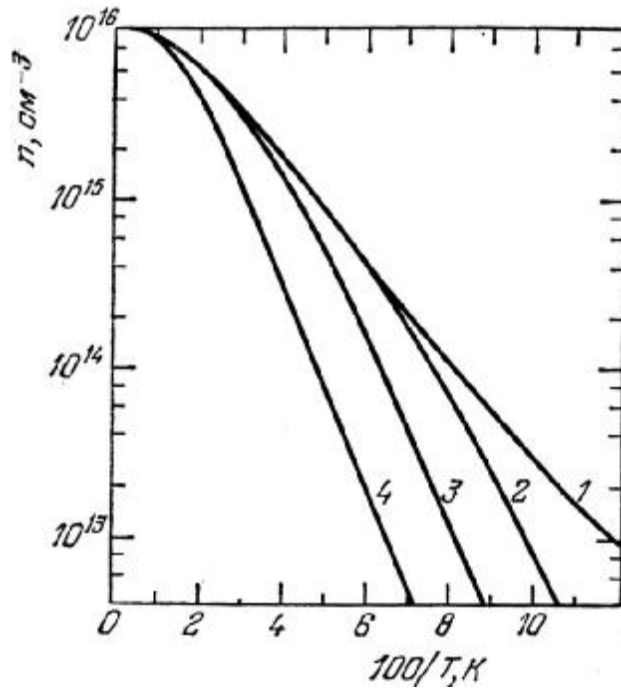


Рис. 5. Зависимость концентрации электронов от температуры в германии, содержащем доноры пятой группы (принято $E_c - E_d = 0,01$ эВ), частично компенсированные акцепторами третьей группы. Для всех кривых $N_d - N_a = 10^{16} \text{ см}^{-3}$. 1 - $N_a = 0$; 2 - $N_a = 10^{14} \text{ см}^{-3}$; 3 - $N_a = 10^{15} \text{ см}^{-3}$; 4 - $N_a = 10^{16} \text{ см}^{-3}$; При расчетах положено $m_n = 0,25 m_0$.

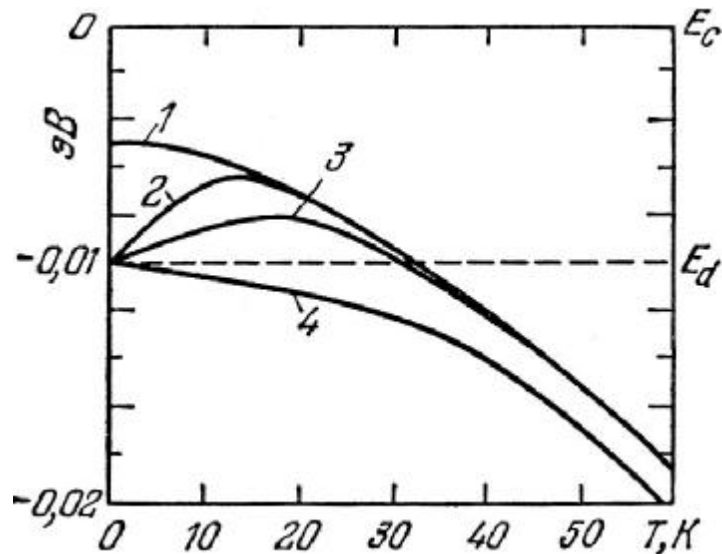


Рис. 6. Зависимость уровня Ферми от температуры в германии с частично компенсированными донорами пятой группы для тех же образцов, что на рис. 5.

Чтобы найти температурную зависимость уровня Ферми, мы, как и раньше, воспользуемся соотношением (12). Это дает

$$F - E_c = kT \ln \frac{N_a + n_1}{2N_c} \left(\sqrt{1 + \frac{4(N_d - N_a)n_1}{(N_a + n_1)^2}} - 1 \right) \quad (42)$$

Зависимость $F - E_c$ от T для тех же четырех степеней компенсации, что на рис. 5, показана на рис. 6. Из рисунка видно, что в частично компенсированном полупроводнике при низких температурах ход уровня Ферми существенно отличается от такового в некомпенсированном полупроводнике. При низких температурах (количественное условие см. выше) формула (42) дает

$$F = E_d - kT \ln \left(\frac{2N_a}{N_d - N_a} \right)$$

При $T \rightarrow 0$ F стремится к E_d , в то время как в некомпенсированном полупроводнике F располагается посередине между уровнями E_c и E_d .

Рассуждая аналогично, легко найти температурные зависимости уровня Ферми и концентрации электронов (дырок) для трех других возможных случаев: частично компенсированных акцепторов в полупроводниках p - и n -типов и частично компенсированных доноров в полупроводнике p -типа.

Полученные результаты лежат в основе важного метода определения локальных энергетических уровней, создаваемых примесными атомами и структурными дефектами. Для этого изготавливают образцы, содержащие исследуемую примесь и, кроме того, компенсирующую примесь с такой концентрацией, чтобы исследуемый уровень энергии был компенсирован частично. В этом случае при достаточном понижении температуры уровень Ферми располагается на частично компенсированном уровне (см. рис. 6), а зависимость концентрации основных носителей от температуры в координатах $\ln(nT^{3/2})$ и $1/T$ описывается прямой линией, наклон которой дает энергию ионизации примеси.

6. Практические задания

Цель практических заданий – изучение равновесной статистики электронного и дырочного газа в полупроводниках с собственной и примесной проводимостью, сопоставление и расчет концентраций и положения уровня Ферми в собственных, некомпенсированных и компенсированных полупроводниковых материалах, изучение влияния температуры на равновесные характеристики полупроводника.

Исходные данные

Для выполнения необходимых расчетов используются наиболее важные в практическом отношении полупроводниковые материалы, параметры которых приведены в таблице 1. Значения энергии ионизации легирующих примесей приведены в таблице 2.

Табл.1. Значения некоторых параметров Si, Ge, GaAs, InSb

Свойство / полупроводник	Si	Ge	GaAs	InSb
Плотность ρ , г/см ³	2.33	5.43	5.32	6,48
Молярная масса M , г/моль	28.09	73.59	144,64	236.57
Ширина запрещенной зоны ΔE_g , эВ (T=293K)	1.12	0.67	1.43	0.18
Температурный коэффициент ширины запрещенной зоны α , эВ/К	$2.8 \cdot 10^{-4}$	$3.9 \cdot 10^{-4}$	$5.0 \cdot 10^{-4}$	$2.9 \cdot 10^{-4}$
Диэлектрическая проницаемость ϵ	12.5	16.0	13.1	17.7
Эффективная масса плотности состояний электронов m_{dn}/m_0	1.08	0.56	0.068	0.013
Эффективная масса плотности состояний дырок m_{dp}/m_0	0.59	0.37	0.5	0.4
Подвижность электронов μ_n , см ² /В•с (T=293K)	1450	3800	8700	78000
Подвижность дырок μ_p , см ² /В•с (T=293K)	450	1800	400	750
Собственная концентрация n_i , см ⁻³ (T=293K)	$1.5 \cdot 10^{10}$	$2.5 \cdot 10^{13}$	$1.9 \cdot 10^6$	$1.5 \cdot 10^{16}$

Табл.2. Значения энергии ионизации ($\Delta E_d = E_c - E_d$, $\Delta E_a = E_a - E_v$, эВ)
некоторых примесей в *Si* и *Ge*

полупроводник примесь	Si	Ge
P	0.044	0.012
As	0.049	0.013
Sb	0.030	0.0096
B	0.045	0.01
Al	0.057	0.01
Ga	0.065	0.011
In	0.160	0.011

Задания

1. Рассчитать температурную зависимость уровня Ферми и концентрации свободных носителей заряда в примесном кремнии, легированном одним типом доноров.

2. Рассчитать температурную зависимость уровня Ферми и концентрации свободных носителей заряда в примесном кремнии, легированном одним типом акцепторов.

3. Рассчитать температурную зависимость уровня Ферми и концентрации свободных носителей заряда в частично компенсированном кремнии, легированном и донорами (п.1) и акцепторами (п.2).

Расчет производить с помощью прикладной программы Efermi. Данные для расчетов представлены в таблицах 1,2.

Описание прикладной программы Efermi

Программа Efermi позволяет рассчитывать температурные зависимости уровня Ферми и концентрации свободных носителей в собственном, некомпенсированном и частично компенсированном примесном полупроводниках. Для реализации алгоритма расчета использованы следующие предположения:

- 1) приближение невырожденного полупроводника, т.е. предположение, что степень легирования (концентрация примеси) такова, что уровень Ферми находится в запрещенной зоне;
- 2) приближение линейного изменения ширины запрещенной зоны ($\Delta E_g(T)$) при изменении температуры, т.е. температурная зависимость $\Delta E_g(T)$ описывается формулой $\Delta E_g(T) = \Delta E_g^*(0) - \alpha \cdot T$, где $\Delta E_g^*(0)$ – термическая ширина запрещенной зоны, α - температурный коэффициент ширины запрещенной зоны;
- 3) предположение независимости энергии ионизации примеси от температуры.

Программа EFermi имеет интуитивно понятный интерфейс пользователя. На закладке «Исходные параметры» пользователь может осуществить ввод параметров для расчета, которые для удобства объединены в три группы – «Температура», «Полупроводник» и «Примесь». В группе «Температура» пользователь задает интервал температур и шаг изменения температуры, в группе «Полупроводник» - термическую ширину запрещенной зоны ($\Delta E_g^*(0)$), температурный коэффициент ширины запрещенной зоны (α) и эффективные массы плотности состояний электронов (m_{dn}/m_0) и дырок (m_{dp}/m_0). В группе «Примесь» пользователь может задать произвольное количество легирующих примесей и для каждой из них должен указать тип примеси (n или p), концентрацию и энергию ионизации (см. пример на рис.7).

Расчет температурной зависимости уровня Ферми

Исходные параметры | Результаты расчета | График $E_f(T)$ | График $\ln(n(1/T))$

Температура

Интервал температур (K) 5 -- 900

Шаг изменения температуры (K) 5

Полупроводник

Термическая ширина запрещенной зоны $E_g(0)$ (эВ) 1.204

Температурный коэффициент ширины запрещенной зоны (эВ/К) 2.8e-4

Приведенная масса плотности состояний зоны проводимости (m_{dn}/m_0) 1.08

Приведенная масса плотности состояний валентной зоны (m_{dp}/m_0) 0.59

Примесь

№ п/п	Тип (n/p)	Концентрация (см ⁻³)	Энергия ионизации (эВ)	Примечание
1	n	1e15	0.044	фосфор (P)
2	p	5e14	0.057	алюминий (Al)

Расчет

Рис.7. Закладка «Исходные параметры»

Результаты расчета температурной зависимости уровня Ферми и концентрации свободных носителей заряда отображаются на закладке «Результаты расчета» (пример расчета см. на рис. 8) и иллюстрируются закладками «График $E_F(T)$ » и «График $\ln[n(1/T)]$ » (см. пример на рис. 9).

Температура (K)	Параметр 1	Параметр 2	Параметр 3	Параметр 4	Параметр 5	Параметр 6
175.00	0.42454	4.9854E+014	7.4658E-011	0.57750	-0.57750	0.53350
180.00	0.41882	4.9870E+014	7.4462E-010	0.57680	-0.57680	0.53280
185.00	0.41308	4.9885E+014	6.5734E-009	0.57610	-0.57610	0.53210
190.00	0.40732	4.9897E+014	5.1857E-008	0.57540	-0.57540	0.53140
195.00	0.40155	4.9908E+014	3.6873E-007	0.57470	-0.57470	0.53070
200.00	0.39576	4.9917E+014	2.3815E-006	0.57400	-0.57400	0.53000
205.00	0.38995	4.9925E+014	1.4070E-005	0.57330	-0.57330	0.52930
210.00	0.38412	4.9931E+014	7.6516E-005	0.57260	-0.57260	0.52860
215.00	0.37828	4.9937E+014	3.8524E-004	0.57190	-0.57190	0.52790
220.00	0.37243	4.9943E+014	1.8051E-003	0.57120	-0.57120	0.52720
225.00	0.36656	4.9947E+014	7.9087E-003	0.57050	-0.57050	0.52650
230.00	0.36068	4.9952E+014	3.2543E-002	0.56980	-0.56980	0.52580
235.00	0.35478	4.9955E+014	1.2626E-001	0.56910	-0.56910	0.52510
240.00	0.34886	4.9959E+014	4.6358E-001	0.56840	-0.56840	0.52440
245.00	0.34294	4.9961E+014	1.6161E+000	0.56770	-0.56770	0.52370
250.00	0.33700	4.9964E+014	5.3663E+000	0.56700	-0.56700	0.52300
255.00	0.33105	4.9967E+014	1.7019E+001	0.56630	-0.56630	0.52230
260.00	0.32508	4.9969E+014	5.1692E+001	0.56560	-0.56560	0.52160
265.00	0.31910	4.9971E+014	1.5072E+002	0.56490	-0.56490	0.52090
270.00	0.31311	4.9973E+014	4.2283E+002	0.56420	-0.56420	0.52020
275.00	0.30711	4.9974E+014	1.1437E+003	0.56350	-0.56350	0.51950
280.00	0.30110	4.9976E+014	2.9884E+003	0.56280	-0.56280	0.51880
285.00	0.29507	4.9977E+014	7.5570E+003	0.56210	-0.56210	0.51810
290.00	0.28904	4.9978E+014	1.8525E+004	0.56140	-0.56140	0.51740
295.00	0.28299	4.9980E+014	4.4090E+004	0.56070	-0.56070	0.51670

Рис. 8. Закладка «Результаты расчета»

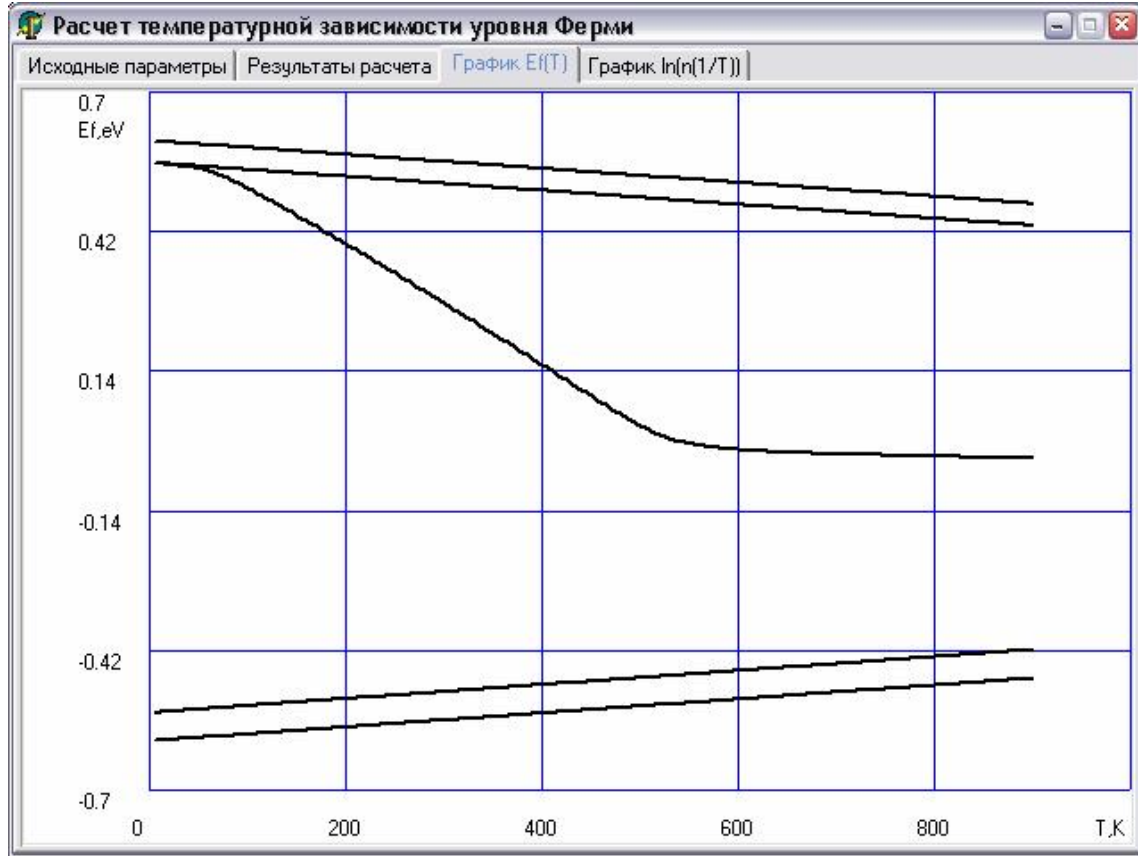


Рис. 9. Закладка "График $E_F(T)$ "

Контрольные вопросы

1. Как изменяется плотность квантовых состояний в разрешенных энергетических зонах полупроводника в зависимости от энергии?
2. Каков физический смысл энергии Ферми (электрохимического потенциала) и функции распределения Ферми– Дирака?
3. Как влияют закон дисперсии и абсолютная температура на плотность квантовых состояний и степень заселенности энергетических уровней электронов?
4. Что такое химический потенциал для электронов (для дырок)? Каков его физический смысл?
5. Сформулируйте количественные критерии невырожденного и сильно вырожденного полупроводников?
6. В чем заключается смысл названия «эффективная плотность состояний» в электронной и дырочной зонах?
7. Что такое эффективная масса плотности состояний? В чем смысл этого понятия?
8. Чем обусловлено различие функций распределения свободных электронов (находящихся в зоне проводимости) и связанных электронов (находящихся на локальных центрах)?
9. Каким образом можно найти положение уровня Ферми, если концентрации носителей заряда в зонах известны?
10. Каков физический смысл условия электрической нейтральности?
11. Напишите уравнение электрической нейтральности в общем виде. В каких случаях это уравнение можно решить аналитически?
12. Почему для суждения о степени чистоты полупроводниковых материалов только результатов измерения концентрации носителей недостаточно?

Составители: Бормонтов Евгений Николаевич
Хухрянский Михаил Юрьевич

Редактор Бунина Т.Д.