

РАДИОТЕХНИКА

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ



1969

ОРГАН
НАУЧНО-
ТЕХНИЧЕСКОГО
ОБЩЕСТВА
РАДИОТЕХНИКИ,
ЭЛЕКТРОНИКИ
И СВЯЗИ
им. А. С. ПОПОВА

РЕДАКЦИОННАЯ
КОЛЛЕГИЯ

Доктор технических наук,
проф. Г. З. Айзенберг

Доктор технических наук,
проф. Г. Д. Бурдун

Академик Б. А. Введенский

Доктор технических наук,
проф. И. Е. Горон
(зам. редактора)

Доктор технических наук,
проф. С. И. Евтянов

Доктор технических наук,
проф. Я. С. Ицхоки

Доктор технических наук,
проф. С. И. Катаев

Доктор технических наук,
проф. И. Г. Кляцкин

Доктор технических наук,
проф. А. М. Кукушев

Доктор технических наук,
проф. А. А. Куликовский

Доктор технических наук,
проф. И. В. Лебедев

Инженер Н. Т. Макашкин

Доктор технических наук,
проф. С. Ф. Матвеевский

Доктор технических наук,
проф. А. Л. Микаэлян

Доктор технических наук,
проф. З. И. Модель

Кандидат технических наук,
доцент В. Ф. Нестерук

Инженер М. Р. Резников

Член-корр. АН СССР
В. И. Сифоров

Инженер А. А. Сорокин

Кандидат технических наук,
доцент Е. Л. Черенкова

Доктор технических наук,
проф. Н. И. Чистяков
(редактор)

Анализ схем поствольного резервирования на радиорелейных линиях связи. А. И. Раков	1
Переходные шумы, вносимые в линию связи ретранслятором нескольких ЧМ сигналов на ЛБВ. Е. Л. Пустовойтов	8
Исследование влияния флуктуаций частоты генераторов на качество работы системы СДЦ с внутренней когерентностью. В. Я. Плекин, П. Н. Сердюков	13
Фильтрация мультипликативной помехи. Ю. С. Привис	20
Квазиоптимальная оценка параметра сигнала при приеме на фоне нормальных шумов с неизвестной функцией корреляции. Е. И. Куликов, А. П. Трифонов	27
К вопросу о вероятности неприема комбинации сигнала синхронного запуска. В. С. Скворцов	32
Частотные характеристики выходной цепи клистронного усилителя при двойном взаимодействии. А. З. Хайков	39
Моделирование на ЭЦВМ задач обнаружения сигналов и оценки их параметров. В. А. Лихарев	47
О тепловом пробое в транзисторе. И. Ф. Николаевский	54
Частотные характеристики вакуумных конденсаторов. И. В. Шостак	59
Синфазные антенны с активным диапазоном рефлектором. Г. З. Айзенберг, Р. В. Гуревич	64
Регенеративный когерентный фильтр. Е. И. Чуркин	69
Транзисторный избирательный усилитель нч с частотнозависимой обратной связью. Б. С. Коган, Ю. Л. Симонов	74
Об упрощении линейных эквивалентных схем с туннельными диодами при исследовании их устойчивости. И. А. Дубровский	80
Влияние длительности импульсов на фазовую стабильность ударно возбуждаемых гармонических колебаний. А. И. Ветюгов	85

Краткие сообщения

О плотности вероятности группового сигнала. Ю. В. Калинин	88
К расчету коэффициента шума преобразователя частоты. М. Е. Мовшович	90
О методе повышения коэффициента использования зарядного напряжения формирующей цепи. Е. И. Львов	92
К расчету глубины паразитной фазовой модуляции, возникающей при воздействии на пороговое устройство гармонического сигнала и помехи. Ю. Т. Бутыльский, В. Г. Шмигельский	93
Амплитудо-фазовые соотношения в устройстве преобразования $u(t) \rightarrow \varphi(t)$ [ЧМ $\rightarrow$ ЧИМ]. А. М. Мишин	95
О неустойчивости добротности комплексно-сопряженных полюсов активной RC-цепи на основе эмиттерного повторителя. М. З. Чаповский, В. Н. Ловейко	98

Вопросы терминологии

О термине «волновое сопротивление линии». М. М. Белокопытов	100
Рецензия на книгу М. Е. Мовшовича «Полупроводниковые преобразователи частоты». А. А. Куликовский	101

В НТОРЭС им. А. С. Попова

XXV Всесоюзная научная сессия НТОРЭС им. А. С. Попова	108
Социалистические обязательства выполняются. Б. Б. Межибовский	107
II Всесоюзный симпозиум по вопросам помехоустойчивости систем связи с частотной и фазовой модуляцией. В. Л. Банкет	108
К 50-летию со дня рождения Б. Р. Левина	111

Е. И. КУЛИКОВ, А. П. ТРИФОНОВ

действительные члены Общества

КВАЗИОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ПАРАМЕТРА СИГНАЛА ПРИ ПРИЕМЕ НА ФОНЕ НОРМАЛЬНЫХ ШУМОВ С НЕИЗВЕСТНОЙ ФУНКЦИЕЙ КОРРЕЛЯЦИИ

При решении задач оптимального приема сигналов на фоне шумов обычно полагают, что статистические характеристики шумов априори полностью известны. Вместе с тем в условиях, близких к реальным, полные сведения о характеристиках помех отсутствуют. Однако в подавляющем числе случаев можно считать, что эти помехи являются нормальными и в течение времени наблюдения сигнала $[0, T]$ их можно рассматривать квазистационарными.

Итак, пусть на вход приемного устройства в течение интервала времени $[0, T]$ поступает аддитивная смесь

$$x(t) = s(t, l_0) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (1)$$

состоящая из нормального шума $n(t)$ с нулевым средним значением $\langle n(t) \rangle = 0$ и детерминированного сигнала $s(t, l_0)$, значение параметра которого l_0 необходимо оценить с минимальной погрешностью. Будем полагать, что шум $n(t)$ дифференцируем необходимое число раз и в течение интервала $[0, T]$ его можно рассматривать как стационарный с некоторой функцией корреляции $\langle n(t)n(t+\tau) \rangle = K(\tau)$, которая априори неизвестна наблюдателю.

В дальнейшем ограничимся оценкой только незнергетических параметров, т. е. параметров, от конкретных значений которых не зависит энергия принимаемого сигнала. В этом случае оптимальное приемное устройство должно образовать логарифм функции правдоподобия вида

$$M(l) = \int_0^T x(t) v(t, l) dt. \quad (2)$$

Здесь $v(t, l)$ представляет собой опорный сигнал местного гетеродина корреляционного приемного устройства и является решением интегрального уравнения

$$\int_0^T K(t-t_1) v(t_1, l) dt_1 = s(t, l). \quad (3)$$

Если время наблюдения T значительно больше времени корреляции шума, то решение (3) можно получить с помощью преобразования Фурье^[1]

$$v(t, l) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(\omega, l)}{K(\omega)} e^{i\omega t} d\omega, \quad (4)$$

где $S(\omega, l)$ и $K(\omega)$ — преобразования Фурье соответственно от полезного сигнала $s(t, l)$ и функции корреляции шума $K(\tau)$. При этом предполагается, что отношение этих преобразований $S(\omega, l)/K(\omega)$ удовлетворяет условиям существования решения (3) в виде (4) [3].

Поскольку функция корреляции шума неизвестна, то систему оценки параметра сигнала можно получить, производя оценку функции корреляции шума и соответственно перестраивая опорный сигнал гетеродина. Для получения оценки функции корреляции шума воспользуемся разложением функции корреляции дифференцируемого случайного процесса по дисперсиям его производных

$$K(\tau) \approx K_v(\tau) = \sum_{k=0}^v \frac{\sigma_k^2}{(2k)!} \tau^{2k}, \quad (5)$$

где

$$\sigma_k^2 = \left\langle \left[\frac{d^k n(t)}{dt^k} \right]^2 \right\rangle \quad (6)$$

— дисперсия k -й производной шума. Ряд (5) при $v \rightarrow \infty$ сходится к $K(\tau)$, если спектр шума ограничен и выполняется условие [4] $\int_0^\infty |K(\omega) e^{\alpha \omega}| d\omega < \infty$, $\alpha > 0$. Условие ограниченности спектра шума не является слишком жестким, так как любые реальные измерения случайных процессов возможны лишь в конечной полосе частот, обусловленной возможностями применяемой аппаратуры и различными физическими причинами.

Так как для любой функции корреляции стационарного случайного процесса существует такое значение τ_0 , что $\int_{-\tau_0}^{\tau_0} |K(\tau)| d\tau = \varepsilon$, где $\varepsilon > 0$ — заданная малая величина, то $K(\tau)$ можно аппроксимировать так:

$$K(\tau) \simeq K_v(\tau) = \begin{cases} \sum_{k=0}^v \frac{\sigma_k^2}{(2k)!} \tau^{2k} & \text{при } |\tau| \leq \tau_0, \\ 0 & \text{при } |\tau| > \tau_0 \end{cases} \quad (7)$$

и искать структуру приемного устройства для функции корреляции в виде (7). Следует отметить, что количество слагаемых в (7), необходимое для аппроксимации $K(\tau)$ с достаточной точностью, сравнительно невелико [4].

Полагая $T \gg \tau_0$ и используя [6], имеем

$$v_v(t, l) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(\omega, l)}{K_v(\omega)} e^{i\omega t} d\omega, \quad (8)$$

где

$$K_v(\omega) = \sum_{k=0}^v \frac{(-1)^k}{(2k)!} \sigma_k^2 F_k(i\omega), \quad (9)$$

$$F_k(i\omega) = \sum_{i=0}^{2k} \frac{\tau_0^{2k-i}}{(2k-i)! (i\omega)^{i+1}} [(-1)^i e^{i\omega \tau_0} - e^{-i\omega \tau_0}].$$

Для получения оценок дисперсий производных шума рассмотрим величины:

$$X_k = \frac{1}{T} \int_0^T \left[\frac{d^k x(t)}{dt^k} \right]^2 dt, \quad S_k = \frac{1}{T} \int_0^T \left[\frac{d^k s(t, l)}{dt^k} \right]^2 dt, \quad (10)$$

прямо пропорциональные мощности k -х производных соответственно принимаемой смеси $x(t)$ (1) и полезного сигнала $s(t, l)$. В качестве оценки дисперсии k -й производной шума примем величину

$$\sigma_k^2(T) = X_k - S_k. \quad (11)$$

В результате структуру приемного устройства для измерения параметра l можно представить в виде, показанном на рис. 1, где $\mathcal{Z}$ — блок, осуществляющий задержку смеси сигнала и шума на величину длительности интервала наблюдения T ; KB — квадраторы; $ПГ$ — подстраиваемый генератор, вырабатывающий оценку опорного сигнала $v_r(t, l)$ согласно (8), где σ_k^2 заменены их оценками $\sigma_k^2(T)$; остальные обозначения вполне понятны из надписей на рисунке.

Если количество слагаемых в (7) таково, что функция корреляции аппроксимируется с достаточной точностью, то приемное устройство, представленное на рисунке, отличается от оптимального лишь тем, что в выражении для опорного сигнала местного гетеродина (8) значения σ_k^2 заменены их оценками.

Рассмотрим свойства оценок σ_k^2 . Учитывая введенные обозначения (6), (10) и (11), нетрудно показать, что $\langle \Delta \sigma_k^2 \rangle = \langle \sigma_k^2(T) - \sigma_k^2 \rangle = 0$, т. е. оценки дисперсий производных шума k -го порядка являются несмещенными. Кроме того, при выполнении условия $T \gg \tau_0$ согласно [5]

$$\frac{\langle [\Delta \sigma_k^2]^2 \rangle}{\sigma_k^4} \ll 1, \quad (12)$$

и $\Delta \sigma_k^2$ распределено асимптотически по нормальному закону.

Подставляя в (8) и (9) вместо точных значений дисперсий производных шума σ_k^2 их оценки $\sigma_k^2(T) = \sigma_k^2 + \Delta \sigma_k^2$, получим оценку для опорного сигнала $v_r(t, l)$:

$$v_{r,T}(t, l) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(\omega, l)}{K_v(\omega) + \Delta K_v(\omega)} e^{i\omega t} d\omega.$$

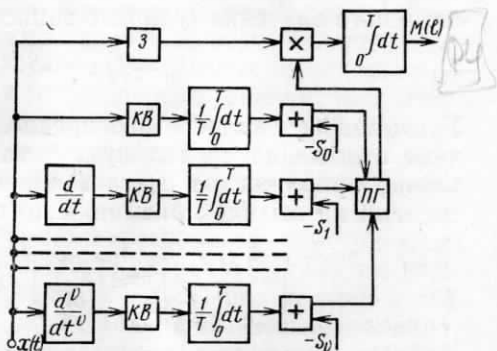
Здесь $\Delta K_v(\omega)$ определяется из выражения (9) при замене σ_k^2 на $\Delta \sigma_k^2$.

Используя формулу бинома и условие (12), после преобразований получим

где

$$\Delta v(t, l) = \sum_{k=0}^{\nu} \Delta \sigma_k^2 \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{S(\omega, l) F_k(i\omega)}{K_v^2(\omega)} e^{i\omega t} d\omega = \sum_{k=0}^{\nu} \Delta \sigma_k^2 G_k(t, l).$$

Функция $\Delta v(t, l)$ является случайной, так как входящие в нее величины $\Delta \sigma_k^2$ тоже случайны; в соответствии с ранее сказанным она имеет нулевое среднее значение и распределена по нормальному закону.



Вводя новые обозначения, выходной сигнал приемного устройства (2) можно представить так:

$$M(l) = \int_0^T [s(t, l_0) + n(t)] [v_r(t, l) - \Delta v(t, l)] dt.$$

Пусть оценка параметра l осуществляется по положению максимума максимума выходного сигнала приемника $M(l)$, т. е. оценка l_m является решением уравнения правдоподобия $[dM(l)/dl]_{l_m} = 0$. Тогда, полагая отношение сигнал/шум достаточно большим и ограничиваясь в первом приближении тремя членами разложения функции $M(l)$ в ряд Тейлора в окрестности точки $l=l_0$, отклонение оценки l_m относительно истинного значения l_0 можно записать в виде [2]

$$l_m - l_0 = - \left[\frac{dM(l)}{dl} / \frac{d^2 M(l)}{dl^2} \right]_{l_0}. \quad (13)$$

Учитывая сделанное выше предположение о достаточно большой величине отношения сигнал/шум, а также условие (12), знаменатель (13) можно приближенно считать равным второй производной от полезного сигнала на выходе приемника по параметру l в точке l_0 :

$$\left[\frac{d^2 M(l)}{dl^2} \right]_{l_0} \approx \left[\frac{\partial^2}{\partial l^2} \int_0^T s(t, l_0) v_r(t, l) dt \right]_{l_0} = S''(l_0).$$

Для рассматриваемого класса неэнергетических параметров полезный сигнал (сигнальная функция) $S(l)$ является четной функцией относительно точки $l=l_0$ и зависит лишь от модуля разности $|l-l_0|$ [7].

Усреднив числитель (13), получаем, что оценка параметра l по максимуму максимума выходного сигнала приемного устройства, показанного на рисунке, в первом приближении является несмещенной, т. е. $\langle l_m - l_0 \rangle = 0$.

Выражение для дисперсии оценки параметра при этом имеет вид

$$\sigma_T^2(l) = \langle (l_m - l_0)^2 \rangle = \frac{\left[\frac{\partial^2}{\partial l_1 \partial l_2} \langle M(l_1) M(l_2) \rangle \right]_{l_0}}{[S''(l_0)]^2}. \quad (14)$$

Для вычисления дисперсии оценки (14) необходимо найти второй смешанный момент выходного сигнала приемника $M(l)$. Опуская весьма громоздкие, но несложные преобразования, необходимые для вычисления момента $\langle M(l_1) M(l_2) \rangle$, а также произведя дифференцирование согласно (14), выражение для дисперсии оценки параметра можно представить в виде $\sigma_T^2(l) = \sigma^2(l) + \Delta \sigma^2(l)$, где $\sigma^2(l) = -[S''(l_0)]^{-1}$ — дисперсия оценки параметра сигнала при оптимальном его приеме в нормальном шуме с известной функцией корреляции, а $\Delta \sigma^2(l)$ [в достаточно большое и ошибка за счет аппроксимации (6) пренебрежимо мала] определяется выражением

$$\Delta \sigma^2(l) = [S''(l_0)]^{-2} \left\{ \sum_{k, i=0}^N \frac{\partial^2}{\partial l_1 \partial l_2} \int_0^T \int_0^T A_{ki}(t_1, t_2) G_k(t_1, l_1) G_i(t_2, l_2) dt_1 dt_2 - \right. \\ \left. - \sum_{k=0}^N \frac{\partial^2}{\partial l_1 \partial l_2} \int_0^T \int_0^T b_k(t_1) b_k(t_2) [s(t_1, l_0) G_k(t_1, l_1) v_r(t_2, l_2)] \right. \\ \left. * [s(t_2, l_0) G_k(t_2, l_2) v_r(t_1, l_1)] dt_1 dt_2 \right\} \quad \text{по } l_0$$

где

$$A_{ki}(t_1, t_2) = a_{ki}[K(t_1 - t_2) + s(t_1, l_0)s(t_2, l_0)] + 2b_k(t_1)b_i(t_2),$$

$$a_{ki} = \frac{2}{T^2} \int_0^T \int_0^T \frac{\partial^{k+i} K(t_1 - t_2)}{\partial t_1^k \partial t_2^i} \left[\frac{\partial^{k+i} K(t_1 - t_2)}{\partial t_1^k \partial t_2^i} + 4 \frac{\partial^k s(t_1, l_0)}{\partial t_1^k} \frac{\partial^i s(t_2, l_0)}{\partial t_2^i} \right] dt_1 dt_2,$$

$$b_k(t) = \frac{2}{T} \int_0^T \frac{\partial^k K(t_1 - t)}{\partial t_1^k} \frac{\partial^k s(t_1, l_0)}{\partial t_1^k} dt_1.$$

Величина $\Delta\sigma^2(l)$ показывает ухудшение качества оценки за счет ошибок измерения априори неизвестной функции корреляции шума.

Для рассматриваемого квазистационарного шума при $T \rightarrow \infty$ $\lim a_{ki} = 0$ и $\lim b_{ki} = 0$. Поэтому можно сделать вывод, что структура рассматриваемого приемного устройства асимптотически оптимальна.

Определение среднего смещения и дисперсии оценки параметра сигнала для произвольных значений интервала наблюдения $[0, T]$ в достаточно простой форме не представляется возможным в связи с трудностями, возникающими при решении уравнения (3) и усреднении случайного отклонения оценки.

В рассмотренной структуре приемного устройства (см. рисунок) предполагается задержка принимаемой смеси сигнала и шума на величину длительности T (блок 3) для получения более точных оценок дисперсий производных шума. Если подобная задержка нежелательна, то в качестве оценок дисперсий производных шума можно использовать величины $\sigma_k^2(t)$, равные

$$\sigma_k^2(t) = X_k(t) - S_k(t),$$

где

$$X_k(t) = \frac{1}{t} \int_0^t \left[\frac{d^k x(t)}{dt^k} \right]^2 dt, \quad S_k(t) = \frac{1}{t} \int_0^t \left[\frac{d^k s(t, l)}{dt^k} \right]^2 dt.$$

Соответственно изменится и блок-схема приемного устройства. Однако и в этом случае приемное устройство будет асимптотически оптимальным, но скорость сходимости его к оптимальному будет меньшей, чем при использовании оценок $\sigma_k^2(T)$.

Если необходимо оценивать параметр сигнала с неизвестной начальной фазой, то схема устройства незначительно усложнится (аналогично оптимальному приему в нормальных шумах с известной функцией корреляции).

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Хелстром. Статистическая теория обнаружения сигналов. ИЛ, 1963.
2. Е. И. Куликов. «Радиотехника», т. 17, 1962, № 7.
3. Е. И. Титчмарш. Введение в теорию интегралов Фурье. Гостехиздат, 1948.
4. В. И. Савельев. «Автоматика и телемеханика», т. 28, 1967, № 7.
5. Статья в сборнике «Определение параметров случайных процессов». Пер. с англ. Гостехиздат УССР, 1962.
6. И. С. Градштейн и И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Физматгиз, 1963.
7. Е. И. Куликов и А. П. Трифонов. «Радиотехника и электроника», т. XIII, 1968, № 11.

Статья поступила 23 апреля 1968 г., после доработки — 10 декабря 1968 г.