

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Том XV

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

11

МОСКВА · 1970

ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ ФУНКЦИЙ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ПАРАМЕТРОВ ОТРАЖЕННОГО РАДИОЛОКАЦИОННОГО СИГНАЛА

С. И. Поздняк, В. Г. Радзисевский, А. П. Трифонов

Представим отраженную электромагнитную волну в виде суперпозиции двух циркулярно-поляризованных компонент противоположного (левого и правого) вращения

$$(1) \quad \vec{s}(t) = \vec{s}_1(t) + \vec{s}_2(t),$$

реальные части которых соответственно равны

$$(2) \quad s_i(t) = E_i(t) \cos [\omega_0 t - \varphi_i(t)], \quad i = 1, 2;$$

каждая из компонент может быть в свою очередь разложена на две квадратурные составляющие.

$$(3) \quad x_i(t) = E_i(t) \cos \varphi_i(t), \quad y_i(t) = E_i(t) \sin \varphi_i(t), \quad i = 1, 2.$$

Известно, что с достаточной для практических приложений точностью квадратурные составляющие отраженного сигнала подчиняются нормальному распределению с нулевым средним значением [1]. Так же показано, что синусные и косинусные составляющие компонент сигнала имеют равную дисперсию, т. е. $\sigma_{x_1}^2 = \sigma_{y_1}^2 = \sigma_1^2$, $\sigma_{x_2}^2 = \sigma_{y_2}^2 = \sigma_2^2$. Полагая, что коррелированы только одноименные квадратуры, корреляционную матрицу для двух моментов времени запишем в виде

$$(4) \quad D = \begin{bmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{bmatrix},$$

$$\text{где} \quad K_1 = \|\rho_{iK}\|, \quad K_2 = \|\rho_{iK}\|, \quad \rho_{iK} = M[x_i x_K] / \sigma_i \sigma_K, \\ 1 \leq i, \quad K \leq 4 \quad \begin{matrix} 5 \leq i, \quad K \leq 8 \\ 1 \leq i, \quad K \leq 4 \end{matrix}$$

$$\rho_{iK} = M[y_i y_K] / \sigma_i \sigma_K. \text{ При этом согласно [1]} \\ \delta \leq i, \quad K \leq 8$$

$$(5) \quad \begin{aligned} \rho_{12} = \rho_{21} = \rho_{34} = \rho_{43} = \rho_{56} = \rho_{65} = \rho_{78} = \rho_{87} = p, \\ \rho_{13} = \rho_{31} = \rho_{24} = \rho_{42} = \rho_{57} = \rho_{75} = \rho_{68} = \rho_{86} = s, \\ \rho_{14} = \rho_{41} = \rho_{23} = \rho_{32} = \rho_{58} = \rho_{85} = \rho_{67} = \rho_{76} = q. \end{aligned}$$

В силу нормальности квадратур (3), учитывая (5), совместное распределение огибающих $E_1(t)$, $E_2(t)$ и фаз $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$ в два момента времени можем записать в виде

$$(6) \quad W_8[E_i(t_K), \varphi_i(t_K)] = E_1(t_1)E_2(t_1)E_1(t_2)E_2(t_2)k_{01}^2 \exp \{-\{a_{11}E_1^2(t_1) + \\ + a_{22}E_2^2(t_1) + a_{33}E_1^2(t_2) + a_{44}E_2^2(t_2) + a_{12}E_1(t_1)E_2(t_1) \cos [\varphi_1(t_1) - \varphi_2(t_1)] + \\ + a_{13}E_1(t_1)E_1(t_2) \cos [\varphi_1(t_1) - \varphi_1(t_2)] + a_{14}E_1(t_1)E_2(t_2) \times \\ \times \cos [\varphi_1(t_1) - \varphi_2(t_2)] + a_{23}E_2(t_1)E_1(t_2) \cos [\varphi_2(t_1) - \varphi_1(t_2)] + \\ + a_{24}E_2(t_1)E_2(t_2) \cos [\varphi_2(t_1) - \varphi_2(t_2)] + a_{34}E_1(t_2)E_2(t_2) \times \\ \times \cos [\varphi_1(t_2) - \varphi_2(t_2)]\}\}.$$

Здесь

$$\begin{aligned} a_{ij} &= A_{ij} / D \sigma_i \sigma_j, \quad k_{01} = 1 / (2\pi)^2 D \sigma_1^2 \sigma_2^2, \\ D &= [1 + p^4 + q^4 + s^4 - 2(p^2 + q^2 + s^2) + 8pqs - 2p^2s^2 - 2p^2q^2 - 2q^2s^2], \\ A_{11} &= A_{22} = A_{33} = A_{44} = 1/2[1 - (p^2 + q^2 + s^2) + 2pqs], \\ A_{12} &= A_{34} = [p^4 + 2pqs - p^2(s^2 + q^2 + 1)], \\ A_{13} &= A_{24} = [s^4 + 2pqs - s^2(p^2 + q^2 + 1)], \\ A_{14} &= A_{23} = [q^4 + 2pqs - q^2(p^2 + s^2 + 1)], \end{aligned}$$

Используя (6), перейдем к нахождению двумерной плотности совместного распределения поляризационных параметров. Известно [2], что при круговом базисе разложения поля сигнала имеют место следующие соотношения

$$(7) \quad \begin{aligned} r_1 &= E_2(t_1) / E_1(t_1), \quad r_2 = E_2(t_2) / E_1(t_2), \quad \delta = \varphi_2(t_1) - \varphi_1(t_1), \\ \delta_2 &= \varphi_2(t_2) - \varphi_1(t_2), \\ K_1 &= (1 - r_1) / (1 + r_1), \quad K_2 = (1 - r_2) / (1 + r_2), \quad \Theta_1 = 0.5\delta_1, \quad \Theta_2 = 0.5\delta_2. \end{aligned}$$

Рассмотрим получение распределения $W_4(r_1, r_2, \delta_1, \delta_2)$. Произведя замены переменных в (6) согласно (7) и обозначая $E_1(t_1) = u$, $E_1(t_2) = v$, после двукратного интегрирования по $\varphi_1(t_1)$ и $\varphi_1(t_2)$, воспользовавшись известным табличным интегралом [3], получим

$$(8) \quad W_4(r_1, r_2, \delta_1, \delta_2) = (2\pi)^2 k_{01}^2 r_1 r_2 \int_0^\infty \int_0^\infty u^3 v^3 e^{-au^2 - bv^2} I_0(cuv) du dv,$$

где $I_0(x)$ — функция Бесселя мнимого аргумента, нулевого порядка. Значение интеграла, аналогичного (8), приведено в монографии [4]. Производя интегрирование, получаем

$$(9) \quad W_4(r_1, r_2, \delta_1, \delta_2) = 4(2\pi)^2 k_{01}^2 r_1 r_2 \frac{4H_2 + H_1}{(4H_2 - H_1)^2}.$$

Здесь

$$\begin{aligned}
 H_1 &= c^2 = a_{24}^2 r_1^2 r_2^2 + 2a_{14}a_{24}r_1r_2^2 \cos \delta_1 + 2a_{23}a_{24}r_1^2r_2^2 \cos \delta_1 + a_{14}^2 r_2^2 + \\
 &+ a_{23}^2 r_1^2 + 2a_{13}a_{24}r_1r_2 \cos (\delta_1 - \delta_2) + 2a_{14}a_{23}r_1r_2 \cos (\delta_1 + \delta_2) + \\
 &+ 2a_{13}a_{23}r_1 \cos \delta_1 + 2a_{13}a_{14}r_2 \cos \delta_2 + a_{13}^2, \\
 H_2 &= ab = a_{22}a_{44}r_1^2r_2^2 + a_{12}a_{44}r_1r_2^2 \cos \delta_1 + a_{22}a_{34}r_1^2r_2 \cos \delta_2 + \\
 &+ a_{22}a_{33}r_1^2 + a_{11}a_{44}r_2^2 + a_{12}a_{34}r_1r_2 \cos \delta_1 \cos \delta_2 + \\
 &+ a_{12}a_{33}r_1 \cos \delta_1 + a_{34}a_{11}r_2 \cos \delta_2 + a_{11}a_{33}.
 \end{aligned}$$

Отметим, что распределение (9) получено при условии

$$b - \frac{c^2}{4a} > 0.$$

Аналогичным образом получаем распределение $W_4(K_1, K_2, \Theta_1, \Theta_2)$. Переходя к переменным $K_1, K_2, \Theta_1, \Theta_2$, имеем формулу

$$\begin{aligned}
 (10) \quad W_4(K_1, K_2, \Theta_1, \Theta_2) &= 64(2\pi)^2 k_{01}^2 \frac{(1-K_1)(1-K_2)}{(1+K_1)^3(1+K_2)^3} \frac{4H_{02} + H_{01}}{(4H_{02} - H_{01})^3}; \\
 H_{01} &= a_{24}^2 \left(\frac{1-K_1}{1+K_1} \right)^2 \left(\frac{1-K_2}{1+K_2} \right)^2 + 2a_{14}a_{24} \frac{1-K_1}{1+K_1} \left(\frac{1-K_2}{1+K_2} \right)^2 \cos 2\Theta_1 + \\
 &+ 2a_{23}a_{24} \left(\frac{1-K_1}{1+K_1} \right)^2 \left(\frac{1-K_2}{1+K_2} \right) \cos 2\Theta_1 + a_{14}^2 \left(\frac{1-K_2}{1+K_2} \right)^2 + a_{23}^2 \left(\frac{1-K_1}{1+K_1} \right)^2 + \\
 &+ 2a_{13}a_{24} \frac{1-K_1}{1+K_1} \frac{1-K_2}{1+K_2} \cos 2(\Theta_1 - \Theta_2) + 2a_{14}a_{23} \frac{1-K_2}{1+K_2} \frac{1-K_1}{1+K_1} \cos 2(\Theta_1 + \Theta_2) + \\
 &+ 2a_{13}a_{23} \frac{1-K_1}{1+K_1} \cos 2\Theta_1 + 2a_{13}a_{14} \frac{1-K_2}{1+K_2} \cos 2\Theta_2 + a_{13}^2; \\
 (11) \quad H_{02} &= a_{22}a_{44} \left(\frac{1-K_1}{1+K_1} \right)^2 \left(\frac{1-K_2}{1+K_2} \right)^2 + a_{12}a_{44} \left(\frac{1-K_2}{1+K_2} \right)^2 \left(\frac{1-K_1}{1+K_1} \right) \cos 2\Theta_1 + \\
 &+ a_{22}a_{34} \left(\frac{1-K_1}{1+K_1} \right)^2 \left(\frac{1-K_2}{1+K_2} \right) \cos 2\Theta_2 + a_{22}a_{33} \left(\frac{1-K_1}{1+K_1} \right)^2 + \\
 &+ a_{11}a_{44} \left(\frac{1-K_2}{1+K_2} \right)^2 + a_{12}a_{34} \frac{1-K_1}{1+K_1} \frac{1-K_2}{1+K_2} \cos 2\Theta_1 \cos 2\Theta_2 + \\
 &+ a_{22}a_{33} \frac{1-K_1}{1+K_1} \cos 2\Theta_1 + a_{34}a_{11} \frac{1-K_2}{1+K_2} \cos 2\Theta_2 + a_{11}a_{33}.
 \end{aligned}$$

Теперь нетрудно записать выражения, определяющие корреляционные функции поляризованных параметров сигнала (1). Для амплитудных параметров имеем согласно (9) и (10)

$$(12) \quad B_r(t_1, t_2) = \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} r_1 r_2 W_4(r_1, r_2, \delta_1, \delta_2) dr_1 dr_2 d\delta_1 d\delta_2,$$

$$B_k(t_1, t_2) = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_0^\pi \int_0^\pi K_1 K_2 W_4(K_1, K_2, \Theta_1, \Theta_2) dK_1 dK_2 d\Theta_1 d\Theta_2;$$

соответственно для фазовых параметров

$$\begin{aligned}
 (13) \quad B_\delta(t_1, t_2) &= \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \delta_1 \delta_2 W_4(r_1, r_2, \delta_1, \delta_2) dr_1 dr_2 d\delta_1 d\delta_2, \\
 B_\Theta(t_1, t_2) &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_0^\pi \int_0^\pi \Theta_1 \Theta_2 W_4(K_1, K_2, \Theta_1, \Theta_2) dK_1 dK_2 d\Theta_1 d\Theta_2.
 \end{aligned}$$

При этом, очевидно, $B_0(t_1, t_2) = 1/4 B_8(t_1, t_2)$. В общем случае выполнение интегрирования в (12) и (13) требует применения ЭВМ. Однако в некоторых частных случаях возможно получение при помощи (12), (13) аналитических выражений для корреляционных функций поляризационных параметров отраженного радиолокационного сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Г. Зубкович, Статистические характеристики радиосигналов, отраженных от земной поверхности, Изд. Советское радио, 1968.
2. В. А. Мелитицкий, С. И. Поздняк, Радиотехника и электроника, 1967, 12, 1537.
3. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, Физматгиз, 1963.
4. Б. Р. Левин, Теория случайных процессов и ее приложение в радиотехнике, Изд. Советское радио, 1960.

Поступило в редакцию
20 X 1969