14

14

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ

Радиоэлектроника

ТОМ XIV
6
7
1971

ИЗДАНИЕ
КИЕВСКОГО ОРДЕНА ЛЕНИНА
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
ИМЕНИ 50-ЛЕТИЯ ВЕЛИКОЙ
ОКТЯБРЬСКОЙ СОЦИАЛИСТИЧЕСКОЙ
РЕВОЛЮЦИИ

5. Есафов Н. И., Экспериментальное исследование взаимной синхронизации двух связанных томсоновских генераторов, ЖТФ, 1947, 17, № 7, 803.

6. Малахов А. Н., Флюктуации в автоколебательных системах, Изд-во «Наука», 1968.

7. Хохлов Р. В., К теории синхронизации на унтертонах, Вестник Московск. ун-та, МГУ, 1954, 8, № 12, 33.

Поступило в редакцию
29 IV 1970 г.

УДК 621.391

В. К. МАРШАКОВ, А. П. ТРИФОНОВ

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРА ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО СИГНАЛА

В [1, 2] в качестве характеристики оценки параметров сигналов с учетом их пространственно-временных свойств принималась дисперсия эффективной оценки, которая является лишь первым приближением к реальной. Ниже вычислены вторые приближения [3] характеристик оптимальных пространственно-временных оценок и проведено сравнение их с характеристиками измерителей, оптимизированных только во временной области.

Пусть на вход пространственно-временного устройства, которое занимает объем $\overline{R}$, поступает в течение времени $(0;\ T)$ аддитивная смесь

$$x(\overline{r},\ t)=s(\overline{r},\ t,\ l_0)+n(\overline{r},\ t).$$

Здесь $s(\overline{r},\ t,\ l_0)$ поле полезного сигнала, которое зависит от неизвестного параметра l_0 подлежащего оценке, $n(\overline{r},\ t)$ нормальное поле помех с нулевым средним значением и функцией корреляции

$$\langle n(\overline{r_1},\ t_1)\ n(\overline{r_2},\ t_2)\rangle=K(\overline{r_1},\ \overline{r_2},\ t_1,\ t_2).$$

Из известных методов оценки параметров сигнала наиболее часто используется метод максимального правдоподобия. Согласно этому методу за оценку принимается значение m, которое обращает функционал отношения правдоподобия $Z(l)$ или его логарифм $M(l)$ в максимум максиморум.

Логарифм функционала отношения правдоподобия имеет вид [1]

$$M(l)=\int\limits_R\int\limits_0^T x(\overline{r},\ t)\ V(\overline{r},\ t,\ l)\ d\overline{r}dt-\frac{1}{2}\int\limits_R\int\limits_0^T s(\overline{r},t,\ l)\ V(\overline{r},\ t,\ l)\ d\overline{r}dt,$$

где опорный сигнал $V(\overline{r},\ t,\ l)$ определяется из интегрального уравнения

$$\int\limits_R\int\limits_0^T K(\overline{r_1},\ \overline{r_2},\ t_1,\ t_2)\ V(\overline{r_1},\ t_1 l)\ d\overline{r}_1 dt_1=s(\overline{r_2}t_2,\ l)$$

Отношение сигнал/шум по мощности на выходе оптимального приемника по определению равно [3, 4] $Q_0=\max S(l_0,\ l)/\langle N^2(l_0)\rangle$, где при оптимальной пространственно-временной обработке

$$S(l_0,\ l)=\int\limits_R\int\limits_0^T s(\overline{r},\ t,\ l_0)\ V(\overline{r},\ t,\ l)\ d\overline{r}dt,\ N(l)=\int\limits_R\int\limits_0^T n(\overline{r},\ t)\ V(\overline{r},\ t,\ l)\ d\overline{r}dt.$$

Полагая, что отношение сигнал/шум велико, т. е. $Q_0 \gg 1$, и воспользовавшись методом малого параметра [4, 5], в качестве которого выберем величину $Q^{-1/2}$, для смещения $\langle\Delta l\rangle = \langle l_m - l_0\rangle$ и дисперсии $\sigma_0^2 = \langle\Delta l\rangle^2 - \langle\Delta l\rangle^2$ оценки l_m получаем выражения

$$\langle\Delta l\rangle = -\frac{1}{2}\,\frac{\left[\dfrac{\partial^3 S(l_1, l_2)}{\partial l_1^2 \partial l_2}\right]_{l_0}}{\left[\dfrac{\partial^2 S(l_1, l_2)}{\partial l_1 \partial l_2}\right]_{l_0}^2}, \tag{2}$$

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{\left[\dfrac{\partial^2 S(l_1 l_2)}{\partial l_1 \partial l_2}\right]_{l_0}}\left\{1 + \frac{7}{2}\,\frac{\left[\dfrac{\partial^3 S(l_1 l_2)}{\partial l_1^2 \partial l_2}\right]^2}{\left[\dfrac{\partial^2 S(l_1 l_2)}{\partial l_1 \partial l_2}\right]^3} - \frac{\left[\dfrac{\partial^4 S(l_1 l_2)}{\partial l_1^2 \partial l_2^2}\right]}{\left[\dfrac{\partial^2 S(l_1, l_2)}{\partial l_1 \partial l_2}\right]^2}\right\}_{l_0}. \tag{3}$$

Абсолютная погрешность формулы (2) имеет порядок величины Q_0^{-2}, а формулы (3) — $Q_0^{-5/2}$.

Реализация приемного устройства, моделирующего выражение (1) довольно сложна. Поэтому обычно используют приемники, состоящие из приемной антенны с равномерным распределением токов по раскрыву и оптимального временного измерителя. Сигнал на выходе такого устройства можно представить в виде

$$M_1(l) = \int_0^T x_1(t)\, V_1(t, l)\, dt - \frac{1}{2}\int_0^T S_1(t, l)\, V_1(t, l)\, dt.$$

Здесь

$$x_1(t) = s_1(t, l_0) + n_1(t, l) = k\int_R s(\overline{r}, t, l_0)\, d\overline{r} + k\int_R n(\overline{r}, t)\, d\overline{r},$$

а $v_1(t, l)$ определяется из уравнения

$$k^2 \int_{\overline{R}}\int_{\overline{R}}\int_0^T K(\overline{r_1}, \overline{r_2}, t_1, t_2)\, V_1(t_1, l)\, d\overline{r}_1 d\overline{r}_2 dt_1 = s_1(t_2, l),$$

k — постоянный множитель, зависящий от конструкции антенны.

Полагая, что отношение сигнал/шум на выходе временного измерителя велико, т. е. $Q_1 \gg 1$, где

$$Q_1 = \int_0^T s_1(t, l_0)\, V_1(t, l_0)\, dt,$$

нетрудно показать, что характеристики временной оценки: смещение $\langle\Delta l_1\rangle$ и дисперсия σ_1^2, определяются выражениями (2) и (3), где следует заменить функцию $S(l_1, l_2)$ на $S_1(l_1 l_2)$, равную

$$S_1(l_1 l_2) = \int_0^T s_1(t, l_1)\, V_1(t, l_2)\, dt.$$

Рассмотрим снижение точности оценки при использовании устройства, оптимизированного только во временной области, по сравнению с оптимальным пространственно-временным приемником. Сравнение проведем в первом приближении, когда оценки несмещенные, а их дисперсии равны

$$\sigma_0^2 = \left[\frac{\partial^2 S(l_1 l_2)}{\partial l_1 \partial l_2}\right]_{l_0}^{-1}, \quad \sigma_1^2 = \left[\frac{\partial^2 S_1(l_1, l_2)}{\partial l_1 \partial l_2}\right]_{l_0}^{-1}.$$

Снижение качества оценки можно охарактеризовать величиной $\gamma=\sigma_1^2/\sigma_0^2$. Ее достаточно просто можно вычислить для случая приема на фоне пространственно-временных тепловых флюктуаций окружающей антенну среды. Используя выражение для функции корреляции тепловых флюктуаций [1], можно записать

$$\gamma = D\left\{\frac{\int\limits_{\bar R}\int\limits_0^T \frac{\partial s(\bar r,\ t,\ l)}{\partial l}\,\frac{\partial s(\bar r,\ t,\ l)}{\partial l}\,d\bar r dt}{\int\limits_{\bar R}\int\limits_{\bar R}\int\limits_0^T \frac{\partial s(\bar r_1,\ t,\ l)}{\partial l}\,\frac{\partial s(\bar r_2 t,\ l)}{\partial l}\,d\bar r_1 d\bar r_2 dt}\right\}_{l_0}, \tag{4}$$

где

$$D=\int\limits_R d\bar r.$$

Причем всегда

$$\gamma \geqslant 1. \tag{5}$$

Действительно, используя неравенство

$$\int\limits_{\bar R}\int\limits_0^T \left\{\frac{\partial s(\bar r,\ t,\ l)}{\partial l} - \frac{1}{D}\int\limits_{\bar R}\frac{\partial s(\bar r,\ t,\ l)}{\partial l}\,d\bar r\right\}_{l_0}^2 d\bar r dt \geqslant 0,$$

имеем

$$D\int\limits_{\bar R}\int\limits_0^T \left\{\frac{\partial s(\bar r,\ t,\ l)}{\partial l}\right\}_{l_0}^2 d\bar r dt \geqslant \int\limits_{\bar R}\int\limits_{\bar R}\int\limits_0^T \left\{\frac{\partial s(\bar r_1,\ t,\ l)}{\partial l}\,\frac{\partial s(\bar r_2,\ t,\ l)}{\partial l}\right\}_{l_0} d\bar r_1 d\bar r_2 dt.$$

Откуда непосредственно следует справедливость (5).

Следовательно, в общем случае использование пространственно-временной обработки приводит к определенному выигрышу в точности оценки по сравнению с оптимальной временной обработкой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф а л ь к о в и ч С. Е., Оценка параметров сигнала, Изд-во «Советское радио», 1970.

2. К у р и к ш а А. А., Об оптимальном использовании пространственно-временных сигналов, Радиотехника и электроника, 1963, 8, № 4, 552.

3. К у л и к о в Е. И., Вопросы оценок параметров сигналов при наличии помех, Изд-во «Советское радио», 1969.

4. Т и х о н о в В. И., Статистическая радиотехника, Изд-во «Советское радио», 1966.

5. Т р и ф о н о в А. П., О распределении оценок максимального правдоподобия, Изв. вузов СССР — Радиоэлектроника, 1970, 13, № 12, 1458.

Поступило в редакцию
12 X 1970 г.