18

18

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Том XVI

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

12

МОСКВА · 1971

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

1971 № 12

УДК 621.391.2

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ РАДИОСИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНОЙ ОГИБАЮЩЕЙ ПРИ ПРИЕМЕ НА ФОНЕ БЕЛОГО ШУМА

А. П. Трифонов

Неизвестная огибающая аппроксимируется отрезком ряда по ортонормированным функциям. Выходным сигналом приемного устройства является логарифм функционала отношения правдоподобия, максимизированный по неизвестным коэффициентам разложения огибающей. Определены характеристики оценки. Приведены примеры расчета дисперсий оценок.

ВВЕДЕНИЕ

Задача оценки параметров фазы радиосигнала с неизвестной огибающей представляет некоторое обобщение задачи оценки параметров сигнала с неизвестной амплитудой [1—3]. Рассматривается случай аддитивной помехи в виде белого шума, который часто является удовлетворительной аппроксимацией реальных помех [3]. Огибающая радиосигнала $F(t)$ и ее зависимость от оцениваемых параметров фазы (если она существует) предполагаются неизвестными, поэтому при нахождении оценок неизвестных параметров $\mathbf{l} = [l_1, l_2, \ldots, l_p]$ считаем, что принимаемый узкополосный радиосигнал имеет вид

$$(1)\qquad s(t, \mathbf{l}_0) = F(t) \cos [\omega_0 t + \psi(t, \mathbf{l}_0)],$$

где $F(t)$ — неизвестная функция времени.

1. РАДИОСИГНАЛ С НЕИЗВЕСТНОЙ ОГИБАЮЩЕЙ

Пусть в течение интервала времени $[-T/2; T/2]$ на вход приемника поступает сумма $x(t)$ сигнала (1) и белого нормального шума $n(t)$ с функцией корреляции $\langle n(t) n(t+\tau)\rangle = (N_0/2)\delta(\tau)$. В этом случае логарифм функционала отношения правдоподобия, с точностью до интеграла от члена, осциллирующего с частотой $2\omega_0$, равен

$$(2)\qquad M[\mathbf{l}, F(t)] = \frac{2}{N_0}\int\limits_{-T/2}^{T/2} x(t) F(t) \cos[\omega_0 t + \psi(t, \mathbf{l})]\, dt - \\ - \frac{1}{2N}\int\limits_{-T/2}^{T/2} F^2(t)\, dt.$$

Представим неизвестную огибающую в виде ряда по системе ортонормированных функций $b_k(t)$:

$$(3)\qquad F(t) = \sum_{k=1}^{\infty} a_k b_k(t), \qquad a_k = \int\limits_{-T/2}^{T/2} F(t)\, b_k(t)\, dt.$$

Положим, что система функций $b_k(t)$ является полной, а огибающая $F(t)$ удовлетворяет требованиям, при которых существует разложение (3).

Задавшись достаточно большим числом членов разложения m, имеем приближенно

$$(4)\qquad F(t)\simeq\sum_{k=1}^{m}a_k b_k(t).$$

Будем считать, что при $k=1,2,\ldots,m$ функции $b_k(t)$ медленно изменяются по сравнению с колебанием несущей частоты $\cos\omega_0 t$. Подставляя (4) в (2), получаем

$$(5)\qquad M[\mathbf{l},F(t)]\simeq M(\mathbf{l},a_k)=\frac{2}{N_0}\sum_{k=1}^{m}a_kH_k(\mathbf{l})-\frac{1}{2N_0}\sum_{k=1}^{m}a_k^2,$$

где

$$H_k(\mathbf{l})=\int\limits_{-T/2}^{T/2}x(t)\,b_k(t)\cos[\omega_0t+\psi(t,\mathbf{l})]\,dt.$$

Для оценки параметров $\mathbf{l}$ в качестве выходного сигнала приемного устройства используем (5) при значениях a_k, обращающих $M(\mathbf{l},a_k)$ в максимум. Максимизируя $M(\mathbf{l},a_k)$ (5) по a_k, приходим к выражению

$$(6)\qquad M(\mathbf{l})=\frac{2}{N_0}\sum_{k=1}^{m}H_k^2(\mathbf{l}).$$

Следовательно, приемное устройство содержит m параллельных каналов, каждый из которых согласован с сигналом $b_k(t)\cos[\omega_0t+\psi(t,\mathbf{l})]$. Квадраты выходных величин этих каналов суммируются при всевозможных значениях параметров $\mathbf{l}$. Оценка $\mathbf{l}_m$ находится по положению абсолютного максимума (6).

Подставим принимаемую сумму сигнала и помехи в (6) и введем обозначения

$$S(\mathbf{l})=\frac{1}{2N_0}\sum_{k=1}^{m}\Bigg[\int\limits_{-T/2}^{T/2}F(t)\,b_k(t)\cos[\psi(t,\mathbf{l}_0)-\psi(t,\mathbf{l})]\,dt\Bigg]^2,$$

$$N(\mathbf{l})=\frac{2}{N_0}\sum_{k=1}^{m}\Bigg[\int\limits_{-T/2}^{T/2}F(t)\,b_k(t)\cos[\psi(t,\mathbf{l}_0)-\psi(t,\mathbf{l})]\,dt+$$

$$+\int\limits_{-T/2}^{T/2}n(t)\,b_k(t)\cos[\omega_0t+\psi(t,\mathbf{l})]\,dt\Bigg]\times$$

$$\times\int\limits_{-T/2}^{T/2}n(t)\,b_k(t)\cos[\omega_0t+\psi(t,\mathbf{l})]\,dt.$$

С точностью до интегралов от членов, осциллирующих с частотой $2\omega_0$, формула (6) примет вид

$$(7)\qquad M(\mathbf{l})\simeq S(\mathbf{l})+N(\mathbf{l}).$$

По определению оценки $[l_{m1},l_{m2},\ldots,l_{mp}]$ являются решениями системы уравнений

$$(8)\qquad [\partial M(\mathbf{l})/\partial l_k]_{\mathbf{l}_m}=0,\qquad k=1,2,\ldots,p.$$

Положим, что отношение сигнал/шум для принимаемого сигнала велико и, следовательно, $S^2(\mathbf{l}_0) \gg \langle N^2(\mathbf{l}_0)\rangle$. Тогда, разлагая функцию $M(\mathbf{l})$, определяемую формулой (7), в p-мерный ряд Тейлора в окрестности истинного значения $\mathbf{l}_0$, аналогично [2, 3], получаем из (8) систему уравнений для случайных ошибок измерения $\Delta l_k = l_{mk} - l_{0k}$:

$$-\sum_{k=1}^{p}\left[\frac{\partial^2 S(\mathbf{l})}{\partial l_i \partial l_k}\right]_{\mathbf{l}_0} \Delta l_k \simeq \left[\frac{\partial N(\mathbf{l})}{\partial l_i}\right]_{\mathbf{l}_0}, \quad i = 1, 2, \ldots, p.$$

Ее решение можно записать в виде

$$\Delta l_k \simeq D_m{}^{-1} \sum_{i=1}^{p}\left[\frac{\partial N(\mathbf{l})}{\partial l_i}\right]_{\mathbf{l}_0} A_{ki},$$

где D_m — определитель порядка p с элементами

$$d_{mik} = \frac{1}{N_0}\sum_{z=1}^{m} a_z \int_{-T/2}^{T/2} F(t)\, b_z(t) \left[\frac{\partial \psi(t,\mathbf{l})}{\partial l_i}\frac{\partial \psi(t,\mathbf{l})}{\partial l_k}\right]_{\mathbf{l}_0} dt;$$

A_{ki} — алгебраические дополнения этого определителя.

Смещение оценки $\langle \Delta l_k \rangle$ равно

$$\langle \Delta l_k \rangle \simeq D_m{}^{-1} \sum_{i=1}^{p}\left[\frac{\partial \langle N(\mathbf{l})\rangle}{\partial l_i}\right]_{\mathbf{l}_0} A_{ki}. \tag{9}$$

Среднее значение шумовой функции $N(\mathbf{l})$ определяется выражением

$$\langle N(\mathbf{l})\rangle = \sum_{k=1}^{m}\int_{-T/2}^{T/2} b_k{}^2(t)\cos^2[\omega_0 t + \psi(t,\mathbf{l})]\, dt \simeq m/2.$$

Подставляя это в (9), имеем $\langle \Delta l_k\rangle = 0$, т. е. в рассматриваемом приближении оценки несмещенные.

Определим корреляционную матрицу $\mathbf{R}_m$ совместных оценок p параметров $\mathbf{l}$. Для элементов матрицы $\mathbf{R}_m$ можем записать

$$R_{mik} = \langle \Delta l_i \Delta l_k \rangle \simeq D_m{}^{-2} \sum_{\nu=1}^{p}\sum_{z=1}^{p}\left[\frac{\partial^2 \langle N(\mathbf{l}_1) N(\mathbf{l}_2)\rangle}{\partial l_{1\nu}\, \partial l_{2z}}\right]_{\mathbf{l}_0} A_{\nu k} A_{zi}. \tag{10}$$

Вычислив второй момент шумовой функции $N(\mathbf{l})$ и его смешанные производные, получим

$$R_{mik} \simeq D_m{}^{-2} \sum_{\nu=1}^{p}\sum_{z=1}^{p} (\Delta_{1\nu z} + \Delta_{2\nu z}) A_{\nu k} A_{zi}. \tag{11}$$

Здесь

$$\Delta_{1\nu z} = \frac{1}{N_0}\sum_{i=1}^{m}\sum_{k=1}^{m} a_k a_i \int_{-T/2}^{T/2} b_k(t)\, b_i(t) \left[\frac{\partial \psi(t,\mathbf{l})}{\partial l_\nu}\frac{\partial \psi(t,\mathbf{l})}{\partial l_z}\right]_{\mathbf{l}_0} dt;$$

$$\Delta_{2\nu z} = \sum_{k=1}^{m}\int_{-T/2}^{T/2} b_k{}^2(t) \left[\frac{\partial \psi(t,\mathbf{l})}{\partial l_\nu}\frac{\partial \psi(t,\mathbf{l})}{\partial l_z}\right]_{\mathbf{l}_0} dt.$$

Если одновременно выполняются условия

$$(12)\qquad \left|\frac{1}{N_0\Delta_{1\nu z}}\sum_{k=m+1}^{\infty} a_k \int\limits_{-T/2}^{T/2} F(t)\, b_k(t) \left[\frac{\partial\psi(t,\mathbf{l})}{\partial l_\nu}\frac{\partial\psi(t,\mathbf{l})}{\partial l_z}\right]_{\mathbf{l}_0} dt\right| \ll 1,$$

$$(13)\qquad |\Delta_{2\nu z}/\Delta_{1\nu z}| \ll 1,$$

то

$$(14)\qquad \Delta_{1\nu z} \simeq d_{m\nu z},\qquad d_{m\nu z} \simeq d_{\nu z} = \frac{1}{N_0}\int\limits_{-T/2}^{T/2} F^2(t)\left[\frac{\partial\psi(t,\mathbf{l})}{\partial l_\nu}\frac{\partial\psi(t,\mathbf{l})}{\partial l_z}\right]_{\mathbf{l}_0} dt.$$

В этом случае корреляционная матрица $\mathbf{R}_m$ совместных оценок p параметров $\mathbf{l}$ радиосигнала с неизвестной огибающей имеет вид

$$(15)\qquad \mathbf{R}_m \simeq \mathbf{R} = \mathbf{D}^{-1},$$

где $\mathbf{D}$ — матрица с элементами $d_{\nu z}$, $\nu, z = 1, 2, \ldots, p$.

В частности, при оценке одного параметра l радиосигнала с неизвестной огибающей дисперсия оценки σ_m^2 равна

$$(16)\qquad \sigma_m^2 \simeq (\Delta_1+\Delta_2)/d_m^2,$$

$$\Delta_1 = \frac{1}{N_0}\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{m} a_k a_i \int\limits_{-T/2}^{T/2} b_k(t)\, b_i(t)\left[\frac{\partial\psi(t,l)}{\partial l}\right]^2_{l_0} dt,$$

$$\Delta_2 = \sum_{k=1}^{m}\int\limits_{-T/2}^{T/2} b_k^2(t)\left[\frac{\partial\psi(t,l)}{\partial l}\right]^2_{l_0} dt,\qquad d_m = \frac{1}{N_0}\sum_{k=1}^{m} a_k \times$$

$$\times \int\limits_{-T/2}^{T/2} F(t)\, b_k(t)\left[\frac{\partial\psi(t,l)}{\partial l}\right]^2_{l_0} dt.$$

Если при этом выполняются условия (12) и (13), т. е.

$$(17)\qquad \frac{1}{N_0\Delta_1}\sum_{k=m+1}^{\infty} a_k \int\limits_{-T/2}^{T/2} F(t)\, b_k(t)\left[\frac{\partial\psi(t,l)}{\partial l}\right]^2_{l_0} dt \ll 1,$$

$$(18)\qquad \Delta_2/\Delta_1 \ll 1,$$

то

$$\Delta_1 \simeq d_m,\qquad d_m \simeq \frac{1}{N_0}\int\limits_{-T/2}^{T/2} F^2(t)\left[\frac{\partial\psi(t,l)}{\partial l}\right]^2_{l_0} dt$$

и формулу (16) можно записать так:

$$(19)\qquad \sigma_m^2 \simeq \sigma^2 = \left\{\frac{1}{N_0}\int\limits_{-T/2}^{T/2} F^2(t)\left[\frac{\partial\psi(t,l)}{\partial l}\right]^2_{l_0} dt\right\}^{-1}.$$

Условие (17) выполняется при достаточно больших m. Для выполнения (18) необходимо, чтобы был велик параметр $Q_m = \sum_{k=1}^{m} a_k^2/N_0$, который при больших m приближенно равен отношению сигнал / шум

$$Q = \frac{2E}{N_0} \simeq \frac{1}{N_0}\int\limits_{-T/2}^{T/2} F^2(t)\, dt,$$

$E=\int\limits_{-T/2}^{T/2} s^2(t,l)\,dt \simeq {}^1/_2\int\limits_{-T/2}^{T/2} F^2(t)\,dt$ — энергия сигнала. Отметим, что при любых конечных отношениях сигнал / шум число каналов должно быть конечно, так как при $Q<\infty$ и $m\to\infty$ дисперсия оценки (16) неограниченно возрастает. Следовательно, формула (19) верна асимптотически, когда число каналов и отношение сигнал / шум возрастают так, что $m/Q\to 0$.

Определим увеличение дисперсии оценки, возникающее вследствие незнания формы огибающей радиосигнала. Если форма огибающей известна, то для неэнергетического параметра дисперсию оценки максимального правдоподобия находим из формулы [1—3]

$$\sigma_0{}^2 \simeq -\left\{\frac{1}{N_0}\frac{d^2}{dl^2}\int\limits_{-T/2}^{T/2} F(t,l_0)F(t,l)\cos\left[\psi(t,l_0)-\psi(t,l)\right]dt\right\}_{l_0}^{-1}$$

или

$$\sigma_0{}^2 \simeq \left\{\frac{1}{N_0}\int\limits_{-T/2}^{T/2} F^2(t,l)\left[\frac{\partial\psi(t,l)}{\partial l}\right]^2 dt - \frac{1}{N_0}\int\limits_{-T/2}^{T/2} F(t,l)\frac{\partial^2F(t,l)}{\partial l^2}\,dt\right\}_{l_0}^{-1}.$$

Сравнивая это с (19), имеем

$$\sigma^2/\sigma_0{}^2 \simeq \left[1-\int\limits_{-T/2}^{T/2} F(t,l)\frac{\partial^2F(t,l)}{\partial l^2}\,dt \Big/ \int\limits_{-T/2}^{T/2} F^2(t,l)\left[\frac{\partial\psi(t,l)}{\partial l}\right]^2 dt\right]_{l_0} \geqslant 1.$$

Действительно, используя неравенство Буняковского — Шварца [1], можно показать, что функция $G(l)=\int\limits_{-T/2}^{T/2} F(t,l_0)F(t,l)\,dt$ достигает максимума при $l=l_0$ и, следовательно, всегда

$$G''(l_0)=\left[\int\limits_{-T/2}^{T/2} F(t,l)\frac{\partial^2F(t,l)}{\partial l^2}\,dt\right]_{l_0} \leqslant 0.$$

2. РАДИОСИГНАЛ С НЕИЗВЕСТНОЙ ОГИБАЮЩЕЙ И НЕИЗВЕСТНОЙ НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ

Пусть принимаемый сигнал содержит p оцениваемых параметров $\mathbf{l}$ и неизвестную начальную фазу φ, причем последняя оценке не подлежит, т. е. является несущественным (мешающим) параметром [1, 2]. Такой сигнал может быть записан следующим образом:

(20) $$s(t,\mathbf{l}_0,\varphi_0)=F(t)\cos\left[\omega_0 t+\psi_0(t,\mathbf{l}_0)-\varphi_0\right].$$

Совместные оценки p параметров $\mathbf{l}$ можно получить, оценивая при помощи (6) $p+1$ параметр $(l_1, l_2, \ldots, l_p$ и начальную фазу $\varphi)$. Однако начальную фазу φ целесообразно исключить из выражения $M(\mathbf{l},\varphi)$, получаемого подстановкой в (6) функции $\psi(t,\mathbf{l})=\psi_0(t,\mathbf{l})-\varphi$. Для этого следует максимизировать $M(\mathbf{l},\varphi)$ по φ. Выходной сигнал приемника (6) при оценке параметров радиосигнала с неизвестными огибающей и начальной фазой перепишется в виде

$$M(\mathbf{l},\varphi)=\frac{2}{N_0}\sum_{k=1}^{m}\Big[\int\limits_{-T/2}^{T/2}x(t)\,b_k(t)\cos[\omega_0 t+\psi_0(t,\mathbf{l})-\varphi]\,dt\Big]^2= \tag{21}$$

$$=\frac{1}{N_0}\Big\{\sum_{k=1}^{m}(X_k^2+Y_k^2)+\Big(\Big[\sum_{k=1}^{m}(X_k^2-Y_k^2)\Big]^2+$$

$$+4\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{m}X_kX_iY_kY_i\Big)^{1/2}\cos(2\varphi-\xi)\Big\}$$

где

$$X_k\equiv X_k(\mathbf{l})=\int\limits_{-T/2}^{T/2}x(t)\,b_k(t)\cos[\omega_0 t+\psi_0(t,\mathbf{l})]\,dt;$$

$$Y_k\equiv Y_k(\mathbf{l})=\int\limits_{-T/2}^{T/2}x(t)\,b_k(t)\sin[\omega_0 t+\psi_0(t,\mathbf{l})]\,dt;$$

$$\xi=\operatorname{arc\,tg}\frac{2\sum\limits_{k=1}^{m}X_kY_k}{\sum\limits_{k=1}^{m}(X_k^2-Y_k^2)}.$$

Максимизируя (21) по φ, находим, что структура приемника для оценки параметров сигнала (20) определяется выражением

$$M(\mathbf{l})=\frac{1}{N_0}\Big\{\sum_{k=1}^{m}(X_k^2+Y_k^2)+\Big(\Big[\sum_{k=1}^{m}(X_k^2-Y_k^2)\Big]^2+ \tag{22}$$

$$+4\sum_{k=1}^{m}\sum_{i=1}^{m}X_kX_iY_kY_i\Big)^{1/2}\Big\}.$$

Оценка $\mathbf{l}_m$ определяется по положению абсолютного максимума (22).

Корреляционную матрицу оценок, получаемых при помощи (22), можно найти, используя корреляционную матрицу (15) оценок упоминавшихся выше $p+1$ параметров. Корреляционная матрица совместных оценок параметров $\mathbf{l}$ сигнала (20) будет обратной матрице с элементами [4]

$$s_{ik}=d_{ik}-\frac{d_{ip+1}d_{kp+1}}{d_{p+1\,p+1}};\qquad i,k=1,2,\ldots,p. \tag{23}$$

Величины $d_{\nu z}$ находятся из (14), где теперь $\nu,z=1,2,\ldots,p+1$, $\psi(t,\mathbf{l})=\psi_0(t,\mathbf{l})-\varphi$. Таким образом, согласно (23) и (14) для корреляционной матрицы $\mathbf{R}_1$ совместных оценок параметров радиосигнала с неизвестной огибающей и неизвестной начальной фазой имеем формулу

$$\mathbf{R}_1\simeq\mathbf{S}^{-1}. \tag{24}$$

Здесь $\mathbf{S}$ — матрица с элементами

$$s_{ik}=\frac{1}{N_0}\Bigg\{\int\limits_{-T/2}^{T/2}F^2(t)\frac{\partial\psi_0(t,\mathbf{l})}{\partial l_i}\frac{\partial\psi_0(t,\mathbf{l})}{\partial l_k}\,dt-$$

$$-\frac{1}{QN_0}\int\limits_{-T/2}^{T/2}F^2(t)\frac{\partial\psi_0(t,\mathbf{l})}{\partial l_i}\,dt\int\limits_{-T/2}^{T/2}F^2(t)\frac{\partial\psi_0(t,\mathbf{l})}{\partial l_k}\,dt\Bigg\}_{\mathbf{l}_0},$$

$$i,k=1,2,\ldots,p.$$

В частном случае при оценке одного параметра l радиосигнала с неизвестными огибающей и начальной фазой дисперсия оценки, полученной при помощи (22), равна

$$\sigma_1^2\simeq N_0\Bigg\{\int\limits_{-T/2}^{T/2}F^2(t)\left[\frac{\partial\psi_0(t,l)}{\partial l}\right]^2dt-\qquad(25)$$

$$-\frac{1}{QN_0}\left[\int\limits_{-T/2}^{T/2}F^2(t)\frac{\partial\psi_0(t,l)}{\partial l}\,dt\right]^2\Bigg\}_{l_0}^{-1}.$$

Сравнение (25) и (19) показывает, что всегда $\sigma_1^2\geqslant\sigma_0^2$, т. е. незнание начальной фазы приводит в общем случае к увеличению дисперсии оценки, так же, как и при приеме радиосигнала с известной огибающей.

Для иллюстрации основных соотношений рассмотрим несколько конкретных примеров.

3. ОЦЕНКА НАЧАЛЬНОЙ ФАЗЫ

Запишем принимаемый сигнал в виде

$$s(t,\varphi)=F(t)\cos[\omega_0 t-\varphi]$$

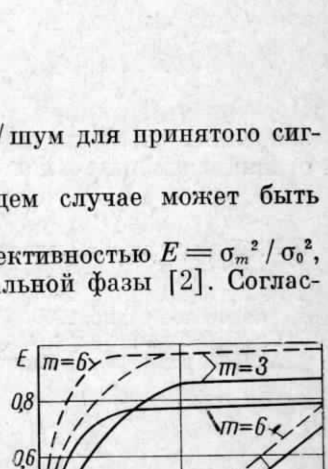
и вычислим дисперсию оценки начальной фазы φ, полагая, что неизвестная огибающая $F(t)$ — четная функция времени.

При оценке начальной фазы $|\partial\psi(t,l)/\partial l|=1$ и формула (16) принимает вид

$$\sigma_m^2\simeq\frac{1}{hQ_0}\left[1+\frac{m}{Q_0}\right],\qquad(26)$$

где $Q_0=(1/N_0)\int\limits_{-T_0/2}^{T_0/2}F^2(t)\,dt$ — отношение сигнал / шум для принятого сигнала; T_0 — длительность сигнала, которая в общем случае может быть меньше времени приема T; $h=Q_m/Q_0$.

Охарактеризовать качество оценки можно эффективностью $E=\sigma_m^2/\sigma_0^2$, $\sigma_0^2=Q_0^{-1}$ — дисперсия эффективной оценки начальной фазы [2]. Согласно (26) для асимптотической эффективности оценки начальной фазы радиосигнала с неизвестной огибающей имеем



$$E=h^2/[h+m/Q_0].$$

Для случая, когда неизвестная огибающая имеет треугольную форму, а в качестве разложения (4) используется отрезок ряда Фурье, на рисунке приведены зависимости асимптотической эффективности E от отношения длительности сигнала к величине интервала наблюдения $q = T_0 / T$ при различных m и Q_0. Сплошными линиями нанесены зависимости $E(q)$ для отношения сигнал/шум $Q_0 = 20$ и пунктиром — для $Q_0 = 100$. Как видно из рисунка, для больших m и Q_0 асимптотическая эффективность оценки начальной фазы близка к единице в довольно широких пределах.

4. ОЦЕНКА ВРЕМЕННО́ГО ПОЛОЖЕНИЯ

Вычислим дисперсию оценки временно́го положения τ колокольного частотно-модулированного радиоимпульса с неизвестной начальной фазой. Сигнал запишем в виде

$$s(t,\tau,\varphi) = A\exp\left[-\gamma^2(t-\tau)^2\right]\cos\left[\omega_0(t-\tau)+\lambda(t-\tau)^2-\varphi\right]. \tag{27}$$

Полагаем, что форма огибающей априори неизвестна, но сигнал полностью расположен внутри интервала наблюдения, а отношение сигнал / шум и количество каналов достаточно велики, чтобы можно было использовать приближенное выражение для дисперсии оценки (25).

Для величин, входящих в (25), получаем

$$Q_0 = \frac{A^2}{\gamma N_0}\sqrt{\frac{\pi}{2}};\ \frac{\partial\psi_0(t,\tau)}{\partial\tau} = \omega_0 - 2\lambda(t-\tau), F(t) = A\exp\left[-\gamma^2(t-\tau)^2\right].$$

Подставляя в (25) и заменяя пределы интегрирования бесконечными, будем иметь

$$\sigma_1{}^2 \simeq 1 / Q_0\gamma^2(k_0{}^2-1),$$

где $k_0 = \sqrt{1+\lambda^2/\gamma^4}$ — коэффициент укорочения ЧМ-радиоимпульса.

Дисперсия оценки максимального правдоподобия временно́го положения сигнала (27) при известной огибающей определяется формулой [2]

$$\sigma_0{}^2 \simeq 1 / Q_0\gamma^2 k_0{}^2.$$

Значит, асимптотическая эффективность оценки временно́го положения ЧМ-радиоимпульса с неизвестной огибающей и неизвестной начальной фазой равна

$$E \simeq 1 - k_0{}^{-2}.$$

Поскольку при $k_0 \gg 1$ $E \simeq 1$, то незнание формы огибающей при больших значениях коэффициента укорочения практически не влияет на точность оценки временно́го положения сигнала (27).

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Хелстром, Статистическая теория обнаружения сигналов, перев. с англ. под ред. Ю. Б. Кобзарева, ИЛ, 1963.
2. Е. И. Куликов, Вопросы оценок параметров сигналов при наличии помех, Изд. Советское радио, 1969.
3. С. Е. Фалькович, Оценка параметров сигнала, Изд. Советское радио, 1970.
4. А. П. Кривелев, Радиотехника и электроника, 1968, **13**, 3, 539.

Поступила в редакцию
2 XI 1970