

22

22

1

РАДИОТЕХНИКА

Б

1972

621.391.16

С. И. ПОЗДНЯК, В. Г. РАДЗИЕВСКИЙ, А. П. ТРИФОНОВ

действительные члены Общества

АНАЛИЗ ОПТИМАЛЬНОГО ПРИЕМА ЭЛЛИПТИЧЕСКИ ПОЛЯРИЗОВАННОГО СИГНАЛА

В настоящей работе применительно к задаче обнаружения проводится анализ оптимального приема эллиптически поляризованного сигнала, а также находятся поляризационные параметры полезного сигнала, обеспечивающие наилучшее качество приема. При этом под оптимальным приемником подразумевается устройство, оптимальное в смысле какого-либо критерия, использующего отношение правдоподобия.

Воспользовавшись ортогонально-круговым базисом разложения эллиптически поляризованной волны [1], принимаемую смесь сигнала и шума можно записать в виде

$$\vec{z}(t) = \vec{k}_1 z_1(t) + \vec{k}_2 z_2(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (1)$$

где $\vec{k}_1$ и $\vec{k}_2$ — единичные орты, а $z_i(t) = s_i(t) + n_i(t)$, ($i=1, 2$) или $z_i(t) = n_i(t)$, $s_i(t)$ и $n_i(t)$ — ортогональные компоненты соответственно полезного сигнала и шума. Компоненты шума $n_i(t)$ будем считать стационарными и стационарно связанными случайными нормальными процессами со средними значениями, равными нулю $\langle n_i(t) \rangle = 0$, и корреляционной матрицей $\hat{R}(\tau) = \langle n_i(t) n_j(t+\tau) \rangle = \|R_{ij}(\tau)\|$ ($i, j=1, 2$). При этих предположениях коэффициент эллиптичности и угол ориентации эллипса поляризации шума будут случайны, а статистические характеристики этих параметров полностью определяются заданием корреляционной матрицы $\hat{R}(\tau)$.

Положим, что компоненты вектора $s_i(t)$ являются узкополосными радиосигналами $s_i(t) + a_i F(t) \cos[\omega_0 t + \Psi(t) - \varphi_i]$. Здесь a_i — амплитуды, φ_i — начальные фазы, $F(t)$ и $\Psi(t)$ — законы амплитудной и фазовой модуляции. При этом поляризационная структура полезного сигнала полностью определяется [1] коэффициентом эллиптичности K и углом ориентации θ эллипса поляризации $K = \frac{a_1 - a_2}{a_1 + a_2}$, $\theta = 0,5(\varphi_1 - \varphi_2)$.

Перепишем сигнал $\vec{s}(t)$ в виде

$$\vec{s}(t) = a_1 \vec{s}_c(t) \cos \varphi_1 + a_1 \vec{s}_s(t) \sin \varphi_1, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{s}_c(t) &= F(t) \left\| \cos[\omega_0 t + \Psi(t)] \frac{1-K}{1+K} \cos[\omega_0 t + \Psi(t) + 2\theta] \right\|, \\ \vec{s}_s(t) &= F(t) \left\| \sin[\omega_0 t + \Psi(t)] \frac{1-K}{1+K} \sin[\omega_0 t + \Psi(t) + 2\theta] \right\|. \end{aligned}$$

Если начальная фаза φ_1 сигнала (2) случайна и распределена равномерно на интервале $[0; 2\pi]$, то при условии, что $\theta = \text{const}$ оптимальный приемник должен обрабатывать величину [2]

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2}. \quad (3)$$

Здесь

$$X = \int_0^T \int_0^T \vec{z}(t_1) \hat{\eta}(t_1, t_2) \vec{s}_c^+(t_2) dt_1 dt_2, \quad Y = \int_0^T \int_0^T \vec{z}(t_1) \hat{\eta}(t_1, t_2) \vec{s}_s^+(t_2) dt_1 dt_2,$$

$\hat{\eta}(t_1, t_2)$ — матрица, определяемая из решения интегрального уравнения

$$\int_0^T \hat{R}(t_1, t) \hat{\eta}(t, t_2) dt = \delta(t_1 - t_2) \hat{I}, \quad (4)$$

$\hat{I}$ — единичная матрица, $\delta(t_1 - t_2)$ — дельта-функция.

Воспользовавшись для определенности критерием Неймана—Пирсона, определим вероятность ложной тревоги F и вероятность обнаружения D . Для нахождения F и D необходимо найти распределение величины R . Согласно (3) R представляет собой модуль вектора, компоненты X и Y которого — случайные нормально распределенные величины, а первые два момента этих величин в отсутствие сигнала равны:

$$\langle X \rangle = \langle Y \rangle = 0, \quad \langle X^2 \rangle = \langle Y^2 \rangle = Q, \quad \langle XY \rangle = 0,$$

$$Q = \frac{1}{2} \int_0^T \int_0^T \left[\eta_{11}(t_1, t_2) + 2 \frac{1-K}{1+K} \cos 2\theta \eta_{12}(t_1, t_2) + \left(\frac{1-K}{1+K} \right)^2 \eta_{22}(t_1, t_2) \right] F(t_1) \times \\ \times F(t_2) \cos \omega_0(t_1 - t_2) dt_1 dt_2. \quad (1)$$

Следовательно, в отсутствие полезного сигнала величина R (3) распределена по закону Релея. Полагая, что обнаружение производится путем сравнения выходного сигнала приемника с порогом H для вероятности ложной тревоги имеем

$$F = \exp \left\{ -\frac{H^2}{2Q} \right\}. \quad (5)$$

При наличии сигнала на входе приемника получаем:

$$\langle X \rangle = a_1 Q \cos \varphi_1, \quad \langle Y \rangle = a_1 Q \sin \varphi_1.$$

Соответственно для вероятности обнаружения находим

$$D = \int_{\sqrt{-2 \ln F}}^{\infty} u \exp \left\{ -\frac{u^2 + Q_0}{2} \right\} I_0(u \sqrt{Q_0}) du. \quad (6)$$

Величину $Q_0 = a_1^2 Q$ по аналогии с одномерным случаем [3] можно интерпретировать как отношение сигнал/шум на выходе оптимального приемника. Эта величина входит в (5), (6) так же, как отношение сигнал/шум в одномерном случае, и полностью определяет качество приема.

Поскольку качество приема полностью определяется величиной Q_0 , рассмотрим выражение, определяющее Q_0 более подробно, для чего положим, что время наблюдения T много больше времени корреляции шумов и сигнал за пределами интервала $[0; T]$ равен нулю. Решая си-

стему ур-ний (4) с помощью преобразования Фурье аналогично одномерному случаю [3], получим

$$Q_0 = a^2 Q = a_1^2 \left[Q_1 + 2 \frac{1-K}{1+K} Q_{12} \cos 2\theta + \left(\frac{1-K}{1+K} \right)^2 Q_2 \right], \quad (7)$$

где обозначено:

$$Q_1 = \frac{1}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{22}(\omega) \alpha(\omega) d\omega, \quad (8)$$

$$Q_{12} = \frac{1}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{12}(\omega) \alpha(\omega) d\omega, \quad (9)$$

$$Q_2 = \frac{1}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{11}(\omega) \alpha(\omega) d\omega, \quad (10)$$

$$\alpha(\omega) = [F(\omega + \omega_0)]^2 + [F(\omega - \omega_0)]^2 / [R_{11}(\omega) R_{22}(\omega) - R_{12}^2(\omega)],$$

$R_{ij}(\omega)$, ($i, j=1, 2$) и $F(\omega)$ — преобразования Фурье для $R_{ij}(\tau)$ и $F(t)$.

Введем обозначения: σ_i^2 ($i=1, 2$) — дисперсии шумовых компонент, $\rho_{ij}(\tau) = R_{ij}(\tau) / \sigma_i \sigma_j$ — коэффициенты корреляции, $K_N = (\sigma_1 - \sigma_2) / (\sigma_1 + \sigma_2)$ — параметр, характеризующий поляризационную структуру шума; $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$ — суммарная мощность шума; $a^2 = a_1^2 + a_2^2$ — величина, пропорциональная суммарной мгновенной мощности ортогональных компонент сигнала. Также положим, что $\rho_{11}(\tau) = \rho_{22}(\tau) = \rho(\tau)$ [1]. Тогда с учетом (8) — (10) ф-ла (7) примет вид

$$Q_0 = 2Q' (1 + K_N^2) \frac{a^2}{\sigma^2} \frac{(1 + K^2)(1 + K_N^2) + \gamma(1 - K^2)(1 - K_N^2) \cos 2\theta - 4KK_N}{(1 - K_N)^2(1 + K_N)^2(1 + K^2)}, \quad (11)$$

где $Q' = Q'_1 = Q'_2$, $\gamma = Q'_{12} / Q'$ и Q'_1 , Q'_{12} , Q'_2 получены из (8) — (10) путем замены $R_{ij}(\tau)$ на $\rho_{ij}(\tau)$.

Определим теперь оптимальные поляризационные параметры полезного сигнала K_0 и θ_0 . Оптимальными будем называть параметры, отвечающие условию

$$Q_0(K_0, \theta_0) \geq Q_0(K, \theta). \quad (12)$$

Смысл оптимальности параметров K_0 , θ_0 состоит в обеспечении максимально возможного отношения сигнал/шум Q_0 и, следовательно, максимальной вероятности обнаружения. Отметим также, что с изменением поляризационных параметров сигнала одновременно изменяется и оптимальное приемное устройство.

Поскольку величины K и K_N по модулю не превосходят единицу, то из (11) легко получить оптимальные значения угла ориентации эллипса поляризации:

$$\theta_0 = \begin{cases} 0, & \text{если } \gamma > 0, \\ \frac{\pi}{2}, & \text{если } \gamma < 0. \end{cases} \quad (13)$$

Подставляя в (11) значение $\theta = \theta_0$ и решая уравнение $\left[\frac{dQ_0}{dK} \right]_{K=K_0} = 0$

при условии $\left[\frac{d^2 Q_0}{dK^2} \right]_{K=K_0} < 0$, находим оптимальные значения коэффициента эллиптичности полезного сигнала:

$$K_0 = \frac{|\gamma|(1 - K_N^2) - \sqrt{\gamma^2(1 - K_N^2)^2 + 4K_N^2}}{2K_N}. \quad (14)$$

Рассмотрим теперь связь оптимальных поляризационных параметров сигнала со статистическими характеристиками поляризационных параметров шума. Из определения γ следует, что $\text{sign } \gamma = -\text{sign } \rho_{12}(\tau)$. Знак коэффициента взаимной корреляции шумовых компонентов определяет наиболее вероятный угол ориентации случайного эллипса поляризации шума, причем при $\rho_{12}(\tau) > 0$ наиболее вероятным значением угла ориентации шумового эллипса является $\theta_N = 0$, а при $\rho_{12}(\tau) < 0$ — значение $\theta_N = \frac{\pi}{2}$ [1].

Соотношение (13) означает, что оптимальный угол ориентации поляризационного эллипса полезного сигнала должен выбираться таким, чтобы большая ось эллипса полезного сигнала была перпендикулярна наиболее вероятному положению большой оси эллипса поляризации шума.

На рис. 1 приведена зависимость оптимального коэффициента эллиптичности сигнала K_0 от параметра K_N при различных значениях γ . Знак оптимального коэффициента эллиптичности должен быть таким, чтобы направление вращения вектора $\vec{s}(t)$ было противоположно наиболее вероятному направлению вращения вектора $\vec{n}(t)$. Кроме того, рис. 1 позволяет определить количественные соотношения между мощностями ортогональных компонентов сигнала и шума, обеспечивающие наибольшую величину отношения сигнал/шум Q_0 .

Таким образом, ф-лы (13) и (14) определяют значения поляризационных параметров сигнала, оптимальных в смысле максимизации отношения сигнал/шум. Из ф-лы (11) следует, что величины K_0 и θ_0 получены в предположении, что мощность сигнала постоянна. Значит, увеличение отношения сигнал/шум достигается лишь за счет перераспределения мощности полезного сигнала между его ортогональными составляющими. Фиксируя суммарную мгновенную мощность ортогональных компонентов сигнала при неизменных модулирующих функциях $F(t)$ и $\Psi(t)$, тем самым фиксируем энергию полезного сигнала.

Из ф-л (11), (13), (14) следует, что при оптимальном выборе величин K и θ максимальное значение отношения сигнал/шум $Q_{\text{опт}} = Q_0(K_0, \theta_0)$ зависит от параметров γ и K_N , характеризующих поляризационную структуру шума. Однако получить в общем случае зависимость $Q_{\text{опт}} = f(\gamma, K_N)$ довольно трудно. Поэтому рассмотрим более частный случай, положив $\rho_{12}(\tau) = \xi \rho(\tau)$. Тогда $\gamma = -\xi$, $Q' = Q'_0(1 - \xi^2)$. Здесь Q'_0 имеет смысл отношения сигнал/шум для какого-либо одного компонента сигнала при условии, что амплитуда этого компонента и дисперсия соответствующего компонента шума равны единице [3]. В этих предположе-

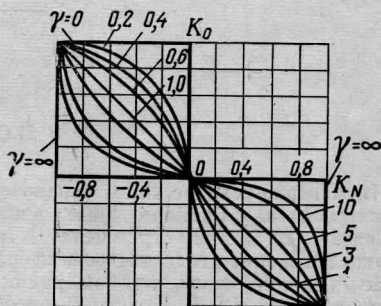


Рис. 1

ниях ф-ла (11) принимает вид

$$Q_0 = 2Q'_0 \frac{a^2}{\sigma^2} \frac{1 + K_N^2}{1 - \xi^2} \frac{(1 + K_N^2)(1 + K_N^2) - \xi \cos 2\theta (1 - K_N^2)(1 - K_N^2) - 4KK_N}{(1 - K_N)^2(1 + K_N)^2(1 + K_N^2)}. \quad (15)$$

Подставляя в (15) значения θ_0 (13) и K_0 (14), получим

$$Q_{\text{опт}} = 2Q'_0 \frac{a^2}{\sigma^2} q(K_N, \xi).$$

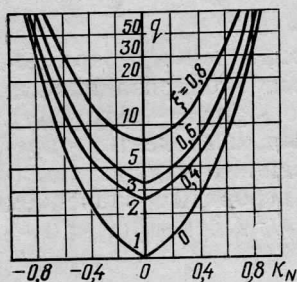


Рис. 2

Зависимости q от K_N при фиксированных ξ приведены на рис. 2. Графики построены в предположении, что суммарная мощность компонентов шума фиксирована, поэтому изменение отношения сигнал/шум обусловлено изменением корреляции между компонентами и перераспределением суммарной мощности шума между его компонентами. Величина $q(K_N, \xi)$ имеет абсолютный минимум при $K_N = 0$ и $\xi = 0$, т. е. условия приема наименее благоприятны, если шумовые компоненты некоррелированы и имеют одинаковую мощность.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Мелитицкий, С. И. Поздняк. «Радиотехника и электроника», т. XII, 1967, № 9.
2. А. З. Киселев. «Радиотехника и электроника», т. XIV, 1969, № 2.
3. К. Хелстром. Статистическая теория обнаружения сигналов, М., ИЛ, 1963.

Статья поступила после переработки 20 июля 1971 г.

НОВЫЕ КНИГИ

Инженерно-технический справочник по электросвязи. Радиорелейные линии. М., «Связь», 1971, 440 стр., цена 1 р. 55 к. Приведены принципы построения радиорелейных линий связи, прямой видимости и тропосферных РРЛ. Описаны способы уплотнения линий, высокочастотное оборудование и антенно-фидерные тракты. Приведены нормы на качественные показатели радиорелейных линий. Дана методика оптимального выбора трасс и расчета качественных показателей РРЛ.

Справочник рассчитан на работников проектных и строительных организаций, на лиц, связанных с эксплуатацией РРЛ, а также полезен для студентов соответствующих вузов и техникумов.

Полупроводниковые приборы и их при-

менение. Сборник статей под ред. Я. А. Федотова. Вып. 25. М., «Советское радио» 1971, 472 стр., цена 1 р. 45 к. Настоящий выпуск является юбилейным в серии сборников, издание которой начато в 1956 г. Статьи посвящены перспективным направлениям полупроводниковой электроники: силовой электронике, СВЧ приборам, оптоэлектронике, полупроводниковым квантовым генераторам, новым типам полупроводниковых приборов и т. д. Кроме того помещены статьи, посвященные принципам действия полупроводниковых приборов, и расчету и вопросам их схемного применения.

Сборник предназначен для широкого круга радиоинженеров, студентов и преподавателей вузов.