

35

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ

Радиоэлектроника



ТОМ XVIII
11
1975

ИЗДАНИЕ
КИЕВСКОГО ОРДЕНА ЛЕНИНА
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
ИМЕНИ 50-ЛЕТИЯ ВЕЛИКОЙ
ОКТЯБРЬСКОЙ СОЦИАЛИСТИЧЕСКОЙ
РЕВОЛЮЦИИ

УДК 621.391.8

С. И. ПОЗДНЯК, П. А. ПОЗИН, А. П. ТРИФОНОВ

РАСПОЗНАВАНИЕ ДВУХ ОБЪЕКТОВ ПРИ ЗОНДИРУЮЩЕМ СИГНАЛЕ СО СЛУЧАЙНОЙ НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ

На основании отношения правдоподобия получены структурная схема оптимального различителя двух объектов, а также выражения ошибки распознавания при дополнительных упрощениях.

Структура и характеристики устройства для распознавания двух объектов C_v ($v=1, 2$) существенно зависят от вида зондирующего сигнала. Если гетеродин приемника не имеет высокую стабильность по частоте или вместо корреляционных устройств используются соответствующие фильтры, то узкополосный зондирующий сигнал

$$\vec{s}(t) = \| a_1 F(t) \cos[\omega_0 t + \Psi(t) - \varphi_1]; a_2 F(t) \cos[\omega_0 t + \Psi(t) - \varphi_2] \| \quad (1)$$

следует рассматривать как сигнал со случайной начальной фазой. В выражении (1) a_i и φ_i ($i=1, 2$) — амплитуды и фазы поляризационно-ортогональных компонент; $F(t)$ и $\Psi(t)$ — законы амплитудной и фазовой модуляции. Здесь и далее используется ортогонально-круговой поляризационный базис [1].

Полагаем, что в обозреваемой области пространства в каждый период обзора может находиться лишь один из двух объектов C_v , описываемых матрицами рассеяния [1]

$$\dot{\Pi}_v = \| \dot{\gamma}_{ikv} \| = \| \gamma_{ikv} \exp(-j\varphi_{ikv}) \|, \quad (2)$$

γ_{ikv} и φ_{ikv} ($i, k, v=1, 2$) — амплитудные и фазовые параметры элементов матрицы рассеяния каждого объекта. Для упрощения выкладок введем в рассмотрение вектор рассеяния

$$\vec{\gamma}_v = \| \vec{\gamma}_{cv} \vec{\gamma}_{sv} \| = \| \gamma_{11cv} \gamma_{12cv} \gamma_{21cv} \gamma_{22cv} \gamma_{11sv} \gamma_{12sv} \gamma_{21sv} \gamma_{22sv} \|, \quad (3)$$

$$\gamma_{ikcv} = \gamma_{ikv} \cos \varphi_{ikv}, \quad \gamma_{iksv} = \gamma_{ikv} \sin \varphi_{ikv}.$$

С помощью вектора (3) отраженный сигнал при наличии объекта C_v можно записать как

$$\vec{S}_{0v}(t) = [\vec{\gamma}_{cv} \hat{S}_c(t) + \vec{\gamma}_{sv} \hat{S}_s(t)] \cos \varphi_1 + [\vec{\gamma}_{cv} \hat{S}_s(t) - \vec{\gamma}_{sv} \hat{S}_c(t)] \sin \varphi_1, \quad (4)$$

где

$$\left. \begin{matrix} \hat{s}_c(t) \\ \hat{s}_s(t) \end{matrix} \right\} = \left\| \begin{matrix} (1+K) \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} [\omega_0 t + \Psi(t)] & 0 \\ (1-K) \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} [\omega_0 t + \Psi(t) + 2\Theta] & 0 \\ 0 & (1+K) \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} [\omega_0 t + \Psi(t)] \\ 0 & (1-K) \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} [\omega_0 t + \Psi(t) + 2\Theta] \end{matrix} \right\| \times \\ \times \frac{aF(t)}{\sqrt{2(1+K^2)}} \quad (5)$$

Здесь $a^2 = a_1^2 + a_2^2$, $K = (a_1 - a_2)/(a_1 + a_2)$ и $\Theta = (\varphi_1 - \varphi_2)/2$ — соответственно суммарная мгновенная мощность, коэффициент эллиптичности и угол ориентации поляризационного эллипса зондирующего сигнала. В дальнейшем случайную начальную фазу зондирующего сигнала φ_1 считаем распределенной равномерно в интервале $[-\pi; \pi]$.

Если на вход приемного устройства, кроме отраженного сигнала (4), поступает аддитивная нормальная помеха $\vec{n}(t)$ с нулевым средним значением и корреляционной матрицей $\hat{K}(\tau) = \langle \vec{n}(t) \oplus \vec{n}^+(t+\tau) \rangle$, то, используя [2, 3], функционал отношения правдоподобия получаем в виде

$$\Lambda = \frac{I_0(z_1)}{I_0(z_2)} \exp\left(-\frac{Q_1 - Q_2}{2}\right), \quad (6)$$

где

$$z_v = \sqrt{X_v^2 + Y_v^2}, \\ X_v = \vec{\xi}_c \vec{\gamma}_{cv}^+ + \vec{\xi}_s \vec{\gamma}_{sv}^+, \quad Y_v = \vec{\xi}_s \vec{\gamma}_{cv}^+ - \vec{\xi}_c \vec{\gamma}_{sv}^+, \\ \left. \begin{matrix} \vec{\xi}_c \\ \vec{\xi}_s \end{matrix} \right\} = \int_0^T \int_0^T \vec{x}(t_1) \hat{\Theta}(t_1, t_2) \begin{Bmatrix} \hat{s}_c^+(t_2) \\ \hat{s}_s^+(t_2) \end{Bmatrix} dt_1 dt_2, \quad (7)$$

$$Q_v = \vec{\gamma}_v \hat{Q} \vec{\gamma}_v^+; \quad \hat{Q} = \int_0^T \int_0^T \hat{s}(t_1) \hat{\Theta}(t_1, t_2) \hat{s}^+(t_2) dt_1 dt_2,$$

$$\hat{s}(t) = \left\| \begin{matrix} \hat{s}_c(t) \\ \hat{s}_s(t) \end{matrix} \right\|.$$

Матрица $\hat{\Theta}(t_1, t_2)$ — решение интегрального уравнения [3];

$$\int_0^T \hat{K}(t_1 - t_1) \hat{\Theta}(t_1, t_2) dt = \hat{I} \delta(t_1 - t_2); \quad (8)$$

\hat{I} — единичная матрица, а знак «+» означает транспонирование, $\vec{x}(t) = \vec{S}_{0v}(t) + \vec{n}(t)$ — реализация наблюдаемых данных.

Средняя вероятность ошибки при распознавании двух объектов будет минимальна, если решение о наличии объекта C_1 принимается, когда

$$M > M_0 \quad (9)$$

и принимается решение о наличии объекта C_2 , когда $M < M_0$. В (9)

$$M = \ln I_0(z_1) - \ln I_0(z_2). \quad (10)$$

$M_0 = (Q_1 - Q_2)/2 + \ln(P_2/P_1)$, P_v — априорная вероятность наличия объекта C_v . Согласно (9), (10) основной частью оптимального приемника являются устройства, формирующие величины z_v . Положив, что корреляционная матрица шума имеет вид

$$\hat{K}(\tau) = \begin{vmatrix} N_1 & \eta \sqrt{N_1 N_2} \\ \eta \sqrt{N_1 N_2} & N_2 \end{vmatrix} \delta(\tau), \quad (11)$$

структурную схему устройства для формирования величины z_v можем представить в виде, показанном на рис. 1, где обозначено: P — поляризационный расщепитель сигнала на две поляризационно-ортогональные компоненты; Γ — генератор опорного сигнала $F(t) \cos[\omega_0 t + \Psi(t)]$; D — линейный детектор огибающей; номерами ikv помечены усилители (или аттенюаторы) с коэффициентами передачи по напряжению h_{ikv} ($i, k, v = 1, 2$). Назначение остальных блоков ясно из рисунка, а

$$h_{i1v} = \frac{a\Delta^{-1}}{\sqrt{2(1+K^2)}} [A_{iv} + B_{iv} \cos 2\theta + D_{iv} \sin 2\theta],$$

$$h_{i2v} = \frac{a\Delta^{-1}}{\sqrt{2(1+K^2)}} [C_{iv} - B_{iv} \cos 2\theta - D_{iv} \sin 2\theta],$$

где

$$\Delta = \frac{N^2(1-K_N^2)^2}{4(1+K_N^2)^2} (1-\eta^2),$$

$$A_{1v} = (1-K) [(1-K_N)^2 \gamma_{11cv} - \eta(1-K_N^2) \gamma_{21cv}]; \quad A_{2v} =$$

$$= (1-K) [(1+K_N^2) \gamma_{21cv} - (1-K_N^2) \times \\ \times \eta \gamma_{11cv}];$$

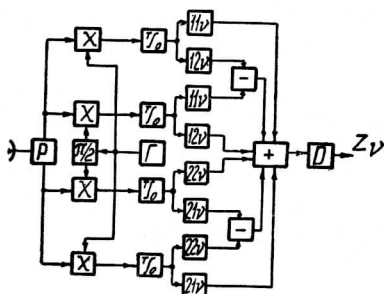


Рис. 1.

$$B_{1v} = (1+K) [(1-K_N)^2 \gamma_{12cv} - \eta(1-K_N^2) \gamma_{22cv}]; \quad B_{2v} = (1+K) \times \\ \times [(1+K_N)^2 \gamma_{22cv} - (1-K_N^2) \eta \gamma_{12cv}];$$

$$C_{1v} = (1-K) [(1-K_N)^2 \gamma_{11sv} - \eta(1-K_N^2) \gamma_{21sv}]; \quad C_{2v} = (1-K) \times \\ \times [(1+K_N)^2 \gamma_{21sv} - (1-K_N^2) \eta \gamma_{11sv}];$$

$$D_{1v} = (1 + K) [(1 - K_N)^2 \gamma_{12sv} - \eta (1 - K_N^2) \gamma_{22sv}]; D_{2v} = \\ = (1 + K) [(1 + K_N)^2 \gamma_{22sv} - (1 - K_N^2) \eta \gamma_{12sv}].$$

Определение вероятности ошибки распознавания в общем случае затруднительно, так как для этого необходимо найти плотность вероятности величины M (10). Задача анализа несколько упрощается, если отношения сигнал/шум для сигналов, отраженных от v -го объекта малы или велики. При малых отношениях сигнал/шум $M \simeq (z_1^2 - z_2^2)/4$, а при больших отношениях сигнал/шум

$$M \simeq z_1 - z_2. \quad (12)$$

В дальнейшем будем полагать, что приемное устройство вырабатывает величину (12), и принимает решение о наличии того или иного объекта в соответствии с (9). Подобный приемник будет асимптотически оптимален с ростом отношения сигнал/шум.

Согласно (7), случайные величины X_v , Y_v распределены нормально (при фиксированном значении начальной фазы зондирующего сигнала). Найдем первые два момента X_v и Y_v . При наличии объекта C_1

$$\langle X_1 \rangle = Q_1 \cos \varphi_1; \quad \langle Y_1 \rangle = Q_1 \sin \varphi_1; \quad (13)$$

$$\langle X_2 \rangle = Q_{12} \cos \varphi_1 + Q'_{12} \sin \varphi_1; \quad \langle Y_2 \rangle = Q_{12} \sin \varphi_1 - Q'_{12} \cos \varphi_1.$$

Соответственно, при наличии объекта C_2

$$\langle X_1 \rangle = Q_{12} \cos \varphi_1 - Q'_{12} \sin \varphi_1; \quad \langle Y_1 \rangle = Q_{12} \sin \varphi_1 + Q'_{12} \cos \varphi_1; \quad (14)$$

$$\langle X_2 \rangle = Q_2 \cos \varphi_1; \quad \langle Y_2 \rangle = Q_2 \sin \varphi_1.$$

В (13), (14) обозначено: $Q_{12} = \overset{\rightarrow}{\gamma}_1 \hat{Q} \overset{\rightarrow}{\gamma}_2^+$, $Q'_{12} = \overset{\rightarrow}{\gamma}_1 \hat{Q}' \overset{\rightarrow}{\gamma}_2^+$, а матрица \hat{Q}' может быть определена через \hat{Q} следующим образом. Перепишем матрицу \hat{Q} (7) в виде блочной матрицы

$$\hat{Q} = \begin{vmatrix} \hat{Q}_0 & \hat{Q}_1^+ \\ \hat{Q}_1 & \hat{Q}_0 \end{vmatrix}, \quad (15)$$

где \hat{Q}_0 и \hat{Q}_1 — матрицы размером (4×4) , тогда

$$\hat{Q}' = \begin{vmatrix} \hat{Q}_1 & \hat{Q}_0 \\ -\hat{Q}_0 & \hat{Q}_1 \end{vmatrix}. \quad (16)$$

Из (7) получаем также корреляционную матрицу случайных величин X_1 , Y_1 , X_2 , Y_2

$$\hat{K}_N = \begin{vmatrix} Q & 0 & Q_{12} & -Q'_{12} \\ 0 & Q_1 & Q'_{12} & Q_{12} \\ Q_{12} & Q'_{12} & Q_2 & 0 \\ -Q_{12} & Q_{12} & 0 & Q_2 \end{vmatrix}. \quad (17)$$

Так как X_v, Y_v — нормальные случайные величины, то, используя (13), (14) и (17), можем записать в явном виде условную (при фиксированном значении φ_1) плотность вероятности случайных величин X_1, Y_1, X_2, Y_2 при наличии v -го объекта $W_v(X_1, Y_1, X_2, Y_2/\varphi_1)$. Усредняя эти плотности вероятности по значениям φ_1 и переходя к случайной величине M (12), после весьма громоздких преобразований находим вероятность ошибки при распознавании в соответствии с (12), (9)

$$\begin{aligned}
 P_0 = & \frac{P_1 e^{-Q_1/2}}{Q_1 Q_2 (1-\rho^2)} \int_{-M_0}^{\infty} \int_0^{\infty} z_2 (z_1 + z_2) \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\frac{z_2^2}{Q_1} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{(z_1 + z_2)^2}{Q_2} \right] \right\} I_0(z_2) I_0 \left[\frac{z_2 (z_1 + z_2) \rho}{(1-\rho^2) \sqrt{Q_1 Q_2}} \right] dz_1 dz_2 + \\
 & + \frac{P_2 e^{-Q_2/2}}{Q_1 Q_2 (1-\rho^2)} \int_{M_0}^{\infty} \int_0^{\infty} z_2 (z_1 + z_2) \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-\rho^2)} \left[\frac{(z_1 + z_2)^2}{Q_1} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{z_2^2}{Q_2} \right] \right\} I_0(z_2) I_0 \left[\frac{z_2 (z_1 + z_2) \rho}{(1-\rho^2) \sqrt{Q_1 Q_2}} \right] dz_1 dz_2. \quad (18)
 \end{aligned}$$

$$\text{Здесь } \rho = \sqrt{(Q_{12}^2 + Q_{12}'^2)/Q_1 Q_2}. \quad (18a)$$

Так как выражение (18) получено на основе (12), то в общем случае оно является приближенным и точность его растет с увеличением Q_1 и Q_2 . Однако, если $Q_1 = Q_2 = Q$, $P_1 = P_2$, то $M_0 = 0$, и формула (18) становится точной, а приемное устройство, работающее согласно (12), (9), будет оптимальным при любых отношениях сигнал/шум [4]. Вероятность ошибки (18) уменьшается с уменьшением ρ (18a), т. е. величина ρ характеризует степень схожести объектов. Следовательно, при заданной энергии зондирующего сигнала, для уменьшения вероятности ошибки распознавания (18), поляризационные параметры зондирующего сигнала K и Θ надо выбирать такими, чтобы величина ρ была минимальна.

ЛИТЕРАТУРА

1. Канарейкин Д. Б., Потехин В. А., Павлов Н. Ф. Поляризация радиолокационных сигналов. М., «Советское радио», 1966.
2. Киселев А. З. Оптимальный прием эллиптически поляризованного сигнала при наличии случайно поляризованного шума.— «Радиотехника и электроника», 1969, 14, № 2, стр. 219.
3. Фалькович С. Е. Оценка параметров сигнала. М., «Советское радио», 1970.
4. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М., «Советское радио», 1966.

Поступила в редакцию
7 VI 1974 г.