

38

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

38

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Том XXI

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТГІСК)

7

МОСКВА • 1976

О ХАРАКТЕРИСТИКАХ ОБНАРУЖЕНИЯ КВАЗИДЕТЕРМИНИРОВАННОГО СИГНАЛА

Т. А. Радченко, А. П. Трифонов

Пусть на вход приемного устройства в течение времени $[0, T]$ поступает реализация случайного процесса $x(t) = n(t)$ или $x(t) = n(t) + s(t, l_0)$. Здесь $n(t)$ — реализация стационарного гауссова процесса с нулевым средним значением и функцией корреляции $K(\tau)$; $s(t, l_0)$ — квазидетерминированный сигнал, т. е. сигнал точно известной формы, содержащий неизвестный параметр l_0 . Параметр l будем считать неэнергетическим [1] и распределенным с плотностью вероятности $W(l)$ на интервале $[L_1, L_2]$. Оптимальное приемное устройство вырабатывает функционал отношения правдоподобия λ и принимает решение о наличии сигнала путем сравнения λ с по-

роговым значением λ_0 , определяемым критерием оптимальности. В рассматриваемом случае [1-3]

$$(1) \quad \lambda = \int_{L_1}^{L_2} W(l) \exp[M(l)] dl,$$

где $M(l) = \int_0^T x(t) v(t, l) dt - 1/2 \int_0^T s(t, l) v(t, l) dt$; $v(t, l)$ — решение интегрального

уравнения $\int_0^T K(t-\tau) v(\tau, l) d\tau = s(t, l)$. Вероятности ложной тревоги α и пропуска

сигнала β при обнаружении квазидетерминированного сигнала находятся из соотношений

$$(2) \quad \alpha = P[\lambda_N > \lambda_0], \quad \beta = \int_{L_1}^{L_2} W(l_0) P[\lambda_S(l_0) < \lambda_0] dl_0.$$

Индексы N и S указывают здесь соответственно на отсутствие и наличие сигнала в принятой реализации $x(t)$.

Оптимальное обнаружение квазидетерминированного сигнала рассматривалось, например, в [2, 3], но полученные результаты в основном относятся к приему сигнала со случайными амплитудой и фазой. Однако в ряде прикладных задач возникает необходимость в обнаружении сигнала, содержащего другие неизвестные параметры, такие, как время прихода, частота и т. д. При таких неизвестных параметрах получить точные аналитические выражения для характеристик (2) при конечных отношениях сигнал/шум не удастся. В [4] показано, что для неэнергетического параметра алгоритм обнаружения (1) при достаточно больших отношениях сигнал/шум сходится к алгоритму обнаружения по методу максимального правдоподобия. При этом решение о наличии сигнала принимается путем сравнения абсолютного максимума $M(l)$ с порогом M_0 . В [4] приведены также асимптотические формулы для характеристик обнаружения по методу максимального правдоподобия. Более точные асимптотические выражения для характеристик обнаружения приемником максимального правдоподобия найдены в [5]. Там же приведены экспериментальные характеристики, полученные для обнаружения по критерию Неймана — Пирсона.

Поскольку для характеристик обнаружения по алгоритму максимального правдоподобия получены лишь асимптотические формулы, а формулы для расчета характеристик оптимального алгоритма обнаружения (1) неизвестны, одним из наиболее доступных методов исследования этих алгоритмов в области конечных отношений сигнал/шум является математическое моделирование. С целью сопоставления оптимального алгоритма обнаружения и обнаружения при помощи асимптотически оптимального приемника максимального правдоподобия в области конечных отношений сигнал/шум было проведено математическое моделирование обнаружения сигнала на фоне аддитивного гауссова шума. Моделирование проводилось на ЭВМ «БЭСМ-4» для критерия идеального наблюдателя при равных априорных вероятностях наличия и отсутствия сигнала. Формировались функции

$$(3) \quad M_S(l) = z^2 S(l_0, l) + zN(l) - z^2/2$$

при наличии сигнала и

$$(4) \quad M_N(l) = zN(l) - z^2/2$$

в его отсутствие. Здесь $z^2 = \int_0^T s(t, l) v(t, l) dt$ — отношение сигнал/шум; $S(l_0, l) =$

$= \exp[-(l-l_0)^2/2]$ — сигнальная функция, а $N(l)$ — шумовая функция, являющаяся реализацией гауссова случайного процесса с нулевым средним значением и функцией корреляции $S(l_1, l_2)$ [1].

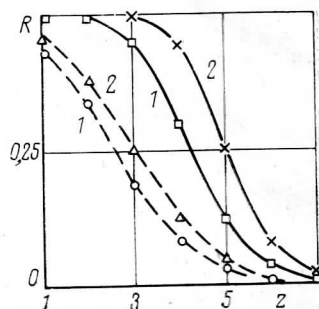
В реализациях $M_S(l)$ и $M_N(l)$ при $L_1 < l < L_2$ отыскивались абсолютные максимумы M_S и M_N . Величины M_S и M_N сравнивались с нулевым порогом, найденным в [6] для асимптотически оптимального обнаружителя. Затем подсчитывались вероятности ложной тревоги $\alpha_1 = P[M_N > 0]$ и пропуска сигнала $\beta_1 = P[M_S < 0]$. На основе

полученных значений вероятностей ошибок первого и второго рода находился средний риск (средняя вероятность ошибки) $R_1 = (\alpha_1 + \beta_1)/2$ при обнаружении по методу максимального правдоподобия. При указанном выборе порога этот метод асимптотически оптимален для байесовских критериев [6], в том числе и для критерия идеального наблюдателя.

Моделирование оптимального обнаружителя выполнялось для априорной плотности вероятности $W(l)$, равномерной в интервале $L = L_2 - L_1$. Величина λ_s вычислялась по формулам (1), (3), а λ_N — по (1), (4). Эти величины сравнивались с порогом $\lambda_0 = 1$, выбранным в соответствии с критерием идеального наблюдателя. Подсчитывались вероятности ложной тревоги $\alpha_2 = P[\lambda_N > 1]$ и пропуска сигнала $\beta_2 = P[\lambda_s < 1]$, а по ним — средний риск $R_2 = (\alpha_2 + \beta_2)/2$ для оптимального обнаружителя. При моделировании объем экспериментальной выборки удваивался до получения двух устойчивых значений цифр в R_1 и R_2 .

Результаты моделирования представлены на рисунке, где значения R_1 обозначены: крестики — для $L=100$, квадраты — для $L=40$, а значения R_2 обозначены: треугольники — для $L=100$ и кружки — для $L=40$. Пунктиром на рисунке нанесены предполагаемые зависимости $R_2(z)$: кривая 1 — $L=40$, 2 — $L=100$. Сплошными кривыми представлены зависимости среднего риска от отношения сигнал/шум для асимптотически оптимального приемника максимального правдоподобия, рассчитанные по формуле

$$(5) \quad R_1 = \frac{1}{2} (\alpha_1 + \beta_2) = \\ = \frac{1}{2} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{L}{2\pi} \exp \left(-\frac{z^2}{8} \right) \right] + \right. \\ \left. + \exp \left[-\frac{L-2}{2\pi} \exp \left(-\frac{z^2}{8} \right) \right] \times \right. \\ \left. \times \sqrt{\frac{z}{2\pi}} \int_{-\infty}^{z/2} \exp \left(\frac{2z^2 - x^2}{4} \right) D_{-1/2}(2z - x) dx \right\}$$



полученной из результатов [5]. $D_{-1/2}(\cdot)$ в (5) — функция параболического цилиндра. Сплошная кривая 1 соответствует R_1 при $L=40$, а 2 — при $L=100$.

Для некоторых z полученные при моделировании значения R_1 и R_2 приведены в таблице.

Результаты математического моделирования обнаружения по методу максимального правдоподобия подтверждают возможность использования полученных в [5] формул для расчета характеристик обнаружения при $z > 1-2$. Кроме того, из рисунка и таблицы видно, что оптимальный алгоритм обнаружения при конечных от-

z	L=40		L=100	
	R_1	R_2	R_1	R_2
3	0,45	0,19	0,50	0,25
4	0,30	0,083	0,45	0,13
5	0,12	0,028	0,25	0,04

ношениях сигнал/шум может обладать заметно меньшим средним риском, чем обнаружитель максимального правдоподобия, хотя при $z \rightarrow \infty$ обнаружение по методу максимального правдоподобия является асимптотически оптимальным [4]. Поскольку оптимальный обнаружитель обладает несколько более сложной структурой, чем обнаружитель максимального правдоподобия, целесообразность практического использования оптимального обнаружителя определяется обеспечиваемым выигрышем в качестве обнаружения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. И. Куликов, Вопросы оценки параметров сигналов при наличии помех, Изд. Советское радио, 1969.
2. В. И. Тихонов, Статистическая радиотехника, Изд. Советское радио, 1966.
3. Г. Ван Трис, Теория обнаружения, оценок и модуляции, Изд. Советское радио, 1972.

4. А. П. Трифонов, Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, 1971, 4, 180.
5. В. К. Маршаков, А. П. Трифонов, Радиотехника и электроника, 1974, 19, 11, 2266.
6. А. П. Трифонов, Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, 1972, 3, 185.

Поступило в редакцию
11 V 1975