(41)

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

РАДИОТЕХНИКА
И
ЭЛЕКТРОНИКА

Том XXII

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

8

МОСКВА · 1977

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

1977 № 8

УДК 621.391.2

ПРЕДЕЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ ОЦЕНКИ КООРДИНАТ ТОЧЕЧНОЙ ЦЕЛИ

А. И. Кремер, А. П. Трифонов

Найдена корреляционная матрица оценок координат цели при пространственно-временно́й обработке принимаемой сферической волны. Полученные формулы учитывают влияние несущественных параметров сигнала и справедливы для антенны с раскрывом любой практически используемой размерности.

Тенденция к увеличению размеров антенных систем, с одной стороны, и использование в радиолокации все более коротких волн, с другой, приводят к тому, что во многих случаях цели оказываются в зоне Френеля приемных антенн. В последнее время появился ряд работ [1, 2] и др. по пространственно-временно́й обработке сигналов в зоне Френеля, однако рассмотренные в них задачи касаются вопросов разрешения целей и оценки их местоположения при приеме на линейную одномерную антенну. В связи с этим представляет интерес анализ предельной точности оценки координат цели, расположенной на произвольной дальности от приемной антенны любой практически используемой размерности при наличии несущественных (паразитных) параметров принимаемого сигнала.

Положим, что принимаемый сигнал представляет собой сферическую волну и в случае активной локации может быть записан как

$$s(t,\vec{r},\vec{l},\vec{q})=\operatorname{Re}[\dot{s}(t,\vec{r},\vec{l},\vec{q})]= =\operatorname{Re}\{(R\rho)^{-1}\dot{u}(t-\tau,\vec{q})\exp[j\omega_0(t-\tau)-j\Psi]\}, \tag{1}$$

где $\dot{u}(t)$ — комплексная огибающая зондирующего сигнала; ω_0 и Ψ — несущая частота и начальная фаза; $R\equiv R(\vec{l})$ — расстояние от излучателя до цели; $\vec{l}=[l_1, l_2, l_3]$ — координаты цели в выбранной системе координат; $\vec{q}=[q_1,\ldots,q_p]$ — p несущественных параметров, описывающих изменение огибающей при распространении и отражении; $\rho\equiv\rho(\vec{r},\vec{l})$ — расстояние от цели до некоторой точки антенны с радиус-вектором $\vec{r}\in V$; V — область пространства, занятая антенной; $\tau\equiv\tau(\vec{r},\vec{l})=(R+\rho)/c$ — время распространения сигнала; c — скорость распространения электромагнитных колебаний. Считаем, что сигнал (1) принимается на фоне аддитивного гауссова пространственно-временно́го белого шума $n(t,\vec{r})$ с односторонней спектральной плотностью N_0, а начальная фаза сигнала случайна и распределена равновероятно в интервале $[0,2\pi]$. Ограничиваясь рассмотрением случая больших отношений сигнал/шум для принятого сигнала, предельную точность оценок максимального правдоподобия координат будем характеризовать корреляционной матрицей оценок [3, 4, 5]. Обозначим

$$G\equiv G(\tau_1,\tau_2,\vec{q}_1,\vec{q}_2)=\frac{\left|\int_0^T \dot{u}(t-\tau_1,\vec{q}_1)\,\dot{u}^*(t-\tau_2,\vec{q}_2)\,dt\right|}{\int_0^T|\dot{u}(t,\vec{q}_0)|^2\,dt},$$

$$\Omega^2=\left[\frac{\partial^2 G}{\partial\tau_1\,\partial\tau_2}\right]_{\tau_1=\tau_2,\,\vec{q}_0},\quad Q_n=\left[\frac{\partial G}{\partial q_{2n}}\right]_{\tau_1=\tau_2,\,\vec{q}_0},$$

$$Q_{\tau n}=\left[\frac{\partial^2 G}{\partial\tau_1\,\partial q_{2n}}\right]_{\tau_1=\tau_2,\,\vec{q}_0},$$

$$Q_{n\nu}=\left[\frac{\partial^2 G}{\partial q_{1\nu}\,\partial q_{2n}}\right]_{\tau_1=\tau_2,\,\vec{q}_0},\quad \mathbf{C}=\|C_{n\nu}\|=\|Q_{n\nu}\|^{-1},\quad n,\nu=1,2,\ldots,p,$$

$$h_i=\left[\frac{\partial\rho}{\partial l_i}\right]_{l_i=l_{0i}},\qquad \delta_1=\sum_{n,\nu=1}^{p}Q_nQ_\nu C_{n\nu},$$

$$\delta_2=\sum_{n,\nu=1}^{p}Q_{\tau n}Q_{\tau\nu}C_{n\nu}\Omega^{-2},\qquad \delta_3=\sum_{n,\nu=1}^{p}Q_nQ_{\tau\nu}C_{n\nu},\qquad i=1,2,3$$

и введем в рассмотрение единичный вектор $\vec{H}=[H_1,H_2,H_3]=\vec{R}/|\vec{R}|$. Используя методику работы [5], получаем корреляционную матрицу оцепок координат при оптимальной пространственно-временно́й обработке сигналов, отраженных от малоразмерной цели, произвольно удаленной от приемной антенны:

$$\mathbf{K}(\vec{l}_m/\vec{l}_0,\vec{q}_0)=\frac{1}{z^2}\Big\|(H_iH_k+H_iN_k+H_kN_i)\frac{1-\delta_1}{R_0^2}+\frac{N_{ik}-\delta_1N_iN_k}{R_0^2}+ \tag{2}$$

$$+\frac{\omega_0^2}{c^2}(g_{ik}-g_ig_k)+\frac{\Omega^2}{c^2}[(H_iH_k+H_ig_k+H_kg_i)(1-\delta_2)+g_{ik}-\delta_2g_ig_k]+$$

$$+\frac{\delta_3}{R_0c}[(H_k+N_k)(H_i+g_i)+(H_i+N_i)(H_k+g_k)]\Big\|^{-1},$$

где

$$g_{ik}=\frac{1}{V_0}\int\limits_V\frac{h_ih_k}{d^2}dv;\qquad g_i=\frac{1}{V_0}\int\limits_V\frac{h_i}{d^2}dv;\qquad N_{ik}=\frac{1}{V_0}\int\limits_V\frac{h_ih_k}{d^4}dv;$$

$$N_i=\frac{1}{V_0}\int\limits_V\frac{h_i}{d^3}dv;\qquad V_0=\int\limits_V d^{-2}\,dv;\qquad d=\rho_0/R_0;\qquad \rho_0=\rho(\vec{r},\vec{l}_0); \tag{3}$$

$$R_0=R(\vec{l}_0);\qquad i,k=1,2,3;\qquad z^2=\frac{1}{N_0}\int\limits_0^T\int\limits_V|\dot{s}(t,\vec{r},\vec{l}_0,\vec{q}_0)|^2\,dt\,dv$$

— отношение сигнал/шум. Здесь группа параметров H_k, N_k, N_{ik}, g_k, g_{ik} определяет зависимость точности оценки координат от пространственной структуры антенны и положения цели, параметры Ω^2 и ω_0^2 — от временно́й структуры сигнала, а величины δ_i учитывают влияние несущественных параметров $\vec{q}$. Например, если помимо начальной фазы неизвестен лишь коэффициент отражения, то в (2) $\delta_1=1$, $\delta_2=\delta_3=0$. Полагая к тому же $R_0\gg\lambda$ ($\lambda=2\pi c/\omega_0$ — длина волны), получаем упрощенную формулу

$$\mathbf{K}(\vec{l}_m/\vec{l}_0,q_0)=\frac{c^2}{z^2\Omega^2}\|\gamma^2(g_{ik}-g_ig_k)+H_iH_k+H_ig_k+H_kg_i+g_{ik}\|^{-1}, \tag{4}$$

где q_0 — модуль коэффициента отражения, а $\gamma=\omega_0/\Omega$ — параметр, характеризующий степень узкополосности зондирующего сигнала.

Перейдем к случаю пассивной локации, полагая, что форма принимаемого сигнала $s_0(t,\vec{r},\vec{l},\vec{q})=\mathrm{Re}\,\{\rho^{-1}\dot{u}(t-\rho/c,\vec{q})\exp[j\omega_0(t-\rho/c)-j\Psi]\}$ известна с точностью до начальной фазы и конечного числа параметров $\vec{q}$, постоянных в течение времени приема T. Поскольку при пассивной локации обычно неизвестны амплитуда и момент излучения сигнала, то имеем $\delta_1=\delta_2=1$, $\delta_3=0$. Считая к тому же $R_0\gg\lambda$ и учитывая, что для пассивной локации $H_i=0$, получаем для корреляционной матрицы простое выражение

$$\mathbf{K}_0(\vec{l}_m/\vec{l}_0,\vec{q}_0)=\frac{c^2}{z_0^2(\omega_0^2+\Omega^2)}\|g_{ik}-g_ig_k\|^{-1}, \tag{5}$$

где $z_0^2=(1/N_0)\int\limits_0^T\int\limits_V|\dot{s}_0(t,\vec{r},\vec{l}_0,\vec{q}_0)|^2\,dt\,dv$ — отношение сигнал/шум при пассивной локации.

Если при активной локации начало сферической системы координат (r,Θ,φ) совмещено с излучателем, то

$$\begin{aligned} &h_1=\{R_0-r[\sin\Theta_0\sin\Theta\cos(\varphi-\varphi_0)+\cos\Theta_0\cos\Theta]\}/\rho_0,\\ &h_2=R_0r[\sin\Theta_0\cos\Theta-\cos\Theta_0\sin\Theta\cos(\varphi_0-\varphi)]/\rho_0,\\ &H_1=1,\ H_2=H_3=0,\\ &h_3=R_0r\sin\Theta_0\sin\Theta\sin(\varphi_0-\varphi)/\rho_0,\\ &\rho_0=\sqrt{R_0^2+r^2-2R_0r[\sin\Theta_0\sin\Theta\cos(\varphi_0-\varphi)+\cos\Theta_0\cos\Theta]}, \end{aligned} \tag{6}$$

где R_0, Θ_0, φ_0 — координаты цели. Подставляя (6) в (3), а затем (3) в (2) или (5), находим корреляционную матрицу оценок.

Рассмотрим примеры расчета предельной точности оценок координат для случая приема сигналов на антенну с плоским круговым раскрывом. Подобные ситуации возможны при лоцировании в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах радиоволн, интерес к которым значительно возрос в настоящее время [6]. Как известно [7], цель находится в зоне Френеля антенны с круговым раскрывом радиуса L, если дальность цели $R\leqslant 8L^2/\lambda$. Поэтому, например, при приеме сигнала с длиной волны 1 *мм* на антенну с круговым раскрывом радиуса 2,5—3,5 *м*, все цели, удаленные на расстояние менее 50—120 *км* от антенны, находятся в зоне Френеля.

Найдем дисперсию оценки углового положения цели Θ, полагая, что сигнал принимается на антенну с плоским круговым раскрывом радиуса L, расположенную в экваториальной плоскости сферической системы координат. Пусть центр приемной антенны совпадает с началом системы координат, а цель расположена на полярной оси $(\Theta_0=0)$ на расстоянии R_0. Если у рассматриваемой цели неизвестны лишь коэффициент отражения и угол Θ, то при $R_0\gg\lambda$ из (4), используя (6), находим

$$D(\Theta_m)=\frac{N_0c^2}{q_0^2E\pi(\omega_0^2+\Omega^2)}\,\frac{1+a^2}{(1+a^2)\ln(1+a^2)-a^2}.$$

Здесь E — энергия зондирующего сигнала; $a=L/R_0$ — относительный радиус антенны. Вычислим дисперсию оценки дальности при тех же условиях. Подставляя (6) в (4), дисперсию оценки дальности для антенны с плоским круговым раскрывом получаем в виде

$$D(R_m)=\frac{N_0c^2R_0^2}{2q_0^2E\pi\Omega^2}\left\{\gamma^2\left[\frac{a^2}{1+a^2}-\frac{4(\sqrt{1+a^2}-1)^2}{(1+a^2)\ln(1+a^2)}\right]+\right.$$
$$\left.+\frac{a^2}{1+a^2}+4\frac{\sqrt{1+a^2}-1}{\sqrt{1+a^2}}+\ln(1+a^2)\right\}^{-1}.$$

Зависимость нормированной дисперсии оценки дальности

$$W(a)=\frac{2q_0^2E\Omega^2D(R_m)}{c^2N_0R_0^2} \tag{7}$$

от относительного размера антенны a нанесена на рис. 1 сплошной линией для различных γ. Обычно считают, что цель расположена в зоне Френеля, если в разложении расстояния $\rho=|\vec{R}-\vec{r}|$ по степеням $|\vec{r}|/|\vec{R}|$ можно отбросить степени выше второй [2, 7]. Тогда для случая локации в зоне Френеля формула (7) перепишется как $W_F(a)=24(2+a^2)/\pi a^2(\gamma^2a^4+192)$. Соответствующая зависимость нанесена на рис. 1 пунктиром. Наконец, для дальней зоны из (7) имеем $W_\infty(a)=1/4\pi a^2$. Зависимость, рассчитанная по этой формуле, нанесена на рис. 1 штрих-пунктиром.

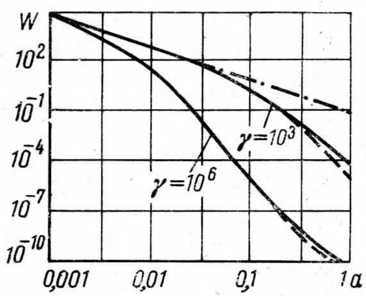

Рис. 1

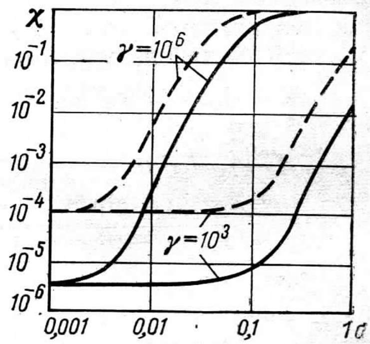

Рис. 2

Из рис. 1 следует, что выигрыш в точности оценки дальности за счет оптимальной пространственно-временнóй обработки сигналов с учетом кривизны волнового фронта увеличивается с ростом параметра узкополосности зондирующего сигнала. Отметим также, что использование приближения Френеля позволяет достаточно точно рассчитать дисперсию оценки при уменьшении дальности до 1—3 диаметров раскрыва.

При оценке дальности цели, расположенной в дальней зоне, часто используют зондирующие сигналы с внутриимпульсной модуляцией [1]. На примере сигнала с колокольной огибающей рассмотрим влияние эффекта сжатия импульса на точность оценки дальности при произвольном расстоянии до цели. Как известно [4], применение сигнала с внутриимпульсной модуляцией при расположении цели в дальней зоне приводит к уменьшению дисперсии оценки дальности в k_0^2 раз (k_0 — коэффициент сжатия) по сравнению с дисперсией оценки при использовании немодулированного импульса с теми же амплитудой, длительностью и несущей частотой. Для того чтобы найти дисперсию оценки дальности при произвольном расположении цели и использовании сигнала с внутриимпульсной модуляцией, надо в общей формуле (2) заменить Ω^2 на $k_0^2\Omega^2$, понимая теперь под Ω эффективную ширину спектра немодулированного импульса. Таким образом, нетрудно найти отношение χ дисперсии оценки дальности при использовании модулированного импульса к дисперсии оценки в отсутствие модуляции. Зависимости $\chi(a)$ для антенны с плоским круговым раскрывом приведены на рис. 2. Сплошные кривые рассчитаны при $k_0=500$, а пунктирные — при $k_0=100$. Как следует из рис. 2, с ростом параметра узкополосности немодулированного импульса γ и с увеличением относительного радиуса антенны выигрыш в точности оценки дальности за счет сжатия сигнала падает.

Полученные выражения позволяют рассчитать точность оценки в произвольной системе координат при любой практически используемой размерности антенны и любом расположении цели, при котором справедливо представление сигнала в виде сферической волны. Эти формулы учитывают влияние несущественных параметров сигнала и как частный случай включают известные выражения для предельной точности оценки координат в дальней зоне и в зоне Френеля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Д. Ширман, Разрешение и сжатие сигналов, Изд. Советское радио, 1974.
2. И. Я. Кремер, В. А. Понькин, Радиотехника и электроника, 1975, **20**, 6, 1186.
3. С. Е. Фалькович, Оценка параметров сигнала, Изд. Советское радио, 1970.
4. Е. И. Куликов, Вопросы оценки параметров сигналов при наличии помех, Изд. Советское радио, 1969.
5. В. С. Черняк, Радиотехника и электроника, 1971, **16**, 6, 956.
6. С. С. Дереза, Л. Н. Дерюгин, А. В. Чекан, Сб. Антенны, вып. 23, Изд. Связь, 1976, стр. 64.
7. Н. М. Цейтлин, Антенная техника и радиоастрономия, Изд. Советское радио, 1976.

Поступила в редакцию
23 II 1976