

42

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

РАДИОТЕХНИКА
И
ЭЛЕКТРОНИКА

Том XXIII

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

1

МОСКВА • 1978

УДК 621.396.96.03

ПРЕДЕЛЬНАЯ ТОЧНОСТЬ СОВМЕСТНОЙ ОЦЕНКИ КООРДИНАТ И ИХ ПРОИЗВОДНЫХ РАДИОЛОКАЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ

А. И. Кремер, А. П. Трифонов

Найдена корреляционная матрица совместных оценок координат и их производных при пространственно-временной обработке сигналов в общем случае, включающем расположение целей как в дальней зоне, так и в зоне Френеля приемной антенны. Полученные формулы учитывают влияние несущественных параметров сигнала при активной и пассивной локации и справедливы для антенн любой практически используемой размерности.

ВВЕДЕНИЕ

Известные результаты по оценке координат и их производных малоразмерной (точечной) цели в основном относятся к случаю расположения цели в дальней зоне приемной антенны [1]. При этом волновой фронт принимаемой электромагнитной волны практически является плоским. В то же время среди современных радиолокационных средств все большее распространение получают системы, антенны которых имеют большие раскрыты. Увеличение отношения размера антенн к длине волны используемого сигнала позволяет улучшить разрешающую способность систем по углу и дальности и повысить точность оценок параметров сигнала. Кривизна волнового фронта сигнала в пределах раскрытов таких антенн может достигать значительной величины, что необходимо учитывать при оценке потенциальных возможностей радиолокационных систем [2, 3] и поиске алгоритмов пространственно-временной обработки [4]. В этой связи представляет интерес анализ предельной точности совместной оценки координат и их производных цели, расположенной на произвольном расстоянии от приемной антенны любой практически используемой размерности, при наличии несущественных (паразитных) параметров принимаемого сигнала.

Пусть $\{l_1, l_2, l_3\}$ — координаты точечной цели в выбранной системе координат. При движении цели закон изменения ее координат во времени выразим рядом $l_k(t) = l_k + l_k'(t-t_0) + l_k''(t-t_0)^2/2! + \dots$, $k=1, 2, 3$, где t_0 — момент начала облучения цели зондирующим сигналом. Положим, что в течение времени облучения цели ее движение близко к равномерному, так что без существенной погрешности можно считать $l_k(t) = l_k + l_k'(t-t_0)$. Обозначим $\mathbf{R}$ — вектор, соединяющий излучатель с целью, $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{R} - \mathbf{r}$ — вектор, соединяющий цель с точкой антенны, координаты которой $\mathbf{r} \in V$, V — область пространства, занятая антенной. Тогда отраженный от цели сигнал, представляющий в общем случае сферическую волну, можно записать как

$$(1) \quad s(t, \mathbf{r}, \mathbf{l}, \mathbf{q}) = \text{Re}[\dot{s}(t, \mathbf{r}, \mathbf{l}, \mathbf{q})] = \text{Re}\{(R\rho)^{-1} \dot{u}_0(t-\tilde{\tau}, \mathbf{q}) \times \\ \times \exp[-j\omega_0(t-\tilde{\tau}) - j\varphi]\}.$$

Здесь $\dot{u}_0(t)$ — комплексная огибающая зондирующего сигнала, ω_0 и φ — несущая частота и начальная фаза, $R = R(\mathbf{l}, t) = |\mathbf{R}|$, $\rho = \rho(\mathbf{l}, t) = |\boldsymbol{\rho}|$, $\tilde{\tau} =$

$\equiv \tilde{\tau}(\mathbf{l}, t) = (R + \rho)/c$ — задержка сигнала, c — скорость распространения электромагнитных колебаний, $\mathbf{q} = \{q_1, \dots, q_p\}$ — p несущественных параметров, описывающих изменение сигнала при распространении и отражении, $\mathbf{l} = \{l_1, l_2, \dots, l_6\}$ — 6 оцениваемых параметров: координаты цели и их производные $l_i = [dl_{i-3}/dt]$ ($i=4, 5, 6$) при $t=t_0$. Будем считать перемещение цели за время ее облучения пренебрежимо малым по сравнению с пространственной протяженностью сигнала, так что изменение задержки $\tilde{\tau}$ за счет перемещения цели практически не влияет на форму огибающей. Поскольку в радиолокации, как правило, дальность до цели $R(\mathbf{l}, t_0) \gg \lambda$ ($\lambda = 2\pi c/\omega_0$ — длина волны зондирующего сигнала), то можно пренебречь зависимостью амплитудного множителя $(R\rho)^{-1}$ в (1) от координат цели [5]. При этих предположениях принимаемый сигнал (1) можно переписать как

$$(2) \quad \dot{s}(t, \mathbf{r}, \mathbf{l}, \mathbf{q}) = \dot{u}(t - \tau, \mathbf{q}) \exp[-j\omega_0(t - \tau) + j\nu t - j\varphi],$$

где $\dot{u}(t, \mathbf{q})$ — комплексная огибающая принимаемого сигнала, $\tau = [R(\mathbf{l}, t_0) + \rho(\mathbf{l}, t_0)]/c$, $\nu = [\omega_0(dR/dt + d\rho/dt)/c]_{t=t_0}$ — доплеровская частота. Положим, что сигнал (2) принимается на фоне аддитивного гауссова пространственно-временного белого шума с односторонней спектральной плотностью N_0 , а начальная фаза сигнала случайна и распределена равномерно в интервале $[0, 2\pi]$. Оценка максимального правдоподобия координат цели и их производных $\mathbf{l}_m$ определяется по положению точки $(\mathbf{l}_m, \mathbf{q}_m)$, в которой функционал отношения правдоподобия сигнала достигает абсолютного максимума. Рассмотрим потенциальную точность совместных оценок максимального правдоподобия координат и их производных.

1. КОРРЕЛЯЦИОННАЯ МАТРИЦА СОВМЕСТНЫХ ОЦЕНОК КООРДИНАТ ЦЕЛИ И ИХ ПРОИЗВОДНЫХ

Ограничимся рассмотрением случая больших отношений сигнал/шум z^2 для принятого сигнала. Тогда [1, 6, 7] корреляционная матрица оценок параметров $\mathbf{l}$ и $\mathbf{q}$ близка к корреляционной матрице совместно эффективных оценок. Следовательно, предельную точность оценок координат и их производных можно охарактеризовать матрицей [6]

$$(3) \quad \mathbf{K}(\mathbf{l}_m/\mathbf{l}_0, \mathbf{q}_0) = z^{-2} \|\mathbf{I}_{ll} - \mathbf{I}_{lq} \mathbf{I}_{qq}^{-1} \mathbf{I}_{lq}^+\|^{-1},$$

где $\mathbf{l}_0$ и $\mathbf{q}_0$ — истинные значения неизвестных параметров, $(+)$ означает транспонирование,

$$(4) \quad \mathbf{I}_{ll} = \left\| \left[\frac{\partial^2 B}{\partial l_{1i} \partial l_{2j}} \right]_{\mathbf{l}_0, \mathbf{q}_0} \right\|, \quad \mathbf{I}_{qq} = \left\| \left[\frac{\partial^2 B}{\partial q_{1n} \partial q_{2k}} \right]_{\mathbf{l}_0, \mathbf{q}_0} \right\|$$

$$\mathbf{I}_{lq} = \left\| \left[\frac{\partial^2 B}{\partial l_{1i} \partial q_{2n}} \right]_{\mathbf{l}_0, \mathbf{q}_0} \right\|,$$

$$i, j = 1, 2, \dots, 6; \quad n, k = 1, 2, \dots, p;$$

$$(5) \quad B = B(\mathbf{l}_1, \mathbf{l}_2, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = \frac{\left| \int_0^T \int_V \dot{s}(t, \mathbf{r}, \mathbf{l}_1, \mathbf{q}_1) \dot{s}^*(t, \mathbf{r}, \mathbf{l}_2, \mathbf{q}_2) dt dv \right|}{\int_0^T \int_V |\dot{s}(t, \mathbf{r}, \mathbf{l}_0, \mathbf{q}_0)|^2 dt dv}$$

— функция неопределенности для параметров $\mathbf{l}$ и $\mathbf{q}$ при пространственно-временной обработке сигнала. Обозначим

$$G(\tau_1, \tau_2, \nu_1, \nu_2, \mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2) = \frac{\int_0^T \left| \int_0^t \dot{u}(t-\tau_1, \mathbf{q}_1) \dot{u}^*(t-\tau_2, \mathbf{q}_2) \exp[j(\nu_1-\nu_2)t] dt \right|^2 dt}{\int_0^T |\dot{u}(t, \mathbf{q}_0)|^2 dt}$$

$$Q_{\tau n} = \left[\frac{\partial^2 G}{\partial \tau_1 \partial q_{2n}} \right], \quad Q_{\nu n} = \left[\frac{\partial^2 G}{\partial \nu_1 \partial q_{2n}} \right], \quad Q_{k n} = \left[\frac{\partial^2 G}{\partial q_{1k} \partial q_{2n}} \right],$$

$$C = \|C_{kn}\| = \|Q_{kn}\|^{-1},$$

$$\Omega = \sqrt{\partial^2 G / \partial \tau_1 \partial \tau_2}, \quad T_s = \sqrt{\partial^2 G / \partial \nu_1 \partial \nu_2}, \quad k, n = 1, 2, \dots, p.$$

Здесь все производные вычисляются при $\tau_1 = \tau_2$, $\nu_1 = \nu_2$, $\mathbf{q}_1 = \mathbf{q}_2 = \mathbf{q}_0$, Ω — среднеквадратичная ширина спектра сигнала, T_s — среднеквадратичная длительность его огибающей. Подставим (5) в (3) и выполним дифференцирование. Учитывая введенные обозначения, корреляционную матрицу совместных оценок координат и их производных получаем в блочном виде

$$(6) \quad K(I_m/I_0, \mathbf{q}_0) = \frac{1}{z^2} \left\| \begin{matrix} \mathbf{I}_{11} & \mathbf{I}_{12} \\ \mathbf{I}_{12}^* & \mathbf{I}_{22} \end{matrix} \right\|^{-1},$$

где

$$\mathbf{I}_{11} = \frac{\Omega^2}{c^2} \|(H_i H_j + H_i g_j + H_j g_i)(1 - \delta_i) + \gamma^2 (g_{ij} - g_i g_j) + g_{ij} - \delta_i g_i g_j\|,$$

$$i, j = 1, 2, 3;$$

$$(7) \quad \mathbf{I}_{22} = \frac{\omega_0^2 T_s^2}{c^2} \|(H_{i-3} H_{j-3} + H_{i-3} g_{j-3} + H_{j-3} g_{i-3})(1 - \delta_2) +$$

$$+ g_{i-3, j-3} - \delta_2 g_{i-3} g_{j-3}\|, \quad i, j = 4, 5, 6;$$

$$\mathbf{I}_{12} = -\frac{T_s \Omega \omega_0}{c^2} \|(H_i H_{j-3} + H_i g_{j-3} + H_{j-3} g_i)(\delta_3 + \beta) +$$

$$+ \beta g_{i, j-3} + \delta_3 g_i g_{j-3}\|, \quad \begin{matrix} i = 1, 2, 3, \\ j = 4, 5, 6; \end{matrix}$$

$$g_i = \frac{1}{V_0} \int_V h_i dv, \quad g_{ij} = \frac{1}{V_0} \int_V h_i h_j dv, \quad V_0 = \int_V dv,$$

$$h_i = [\partial \rho(l, t_0) / \partial l_i]_{l=l_0}, \quad i = 1, 2, 3,$$

$$\delta_1 = \sum_{k, n=1}^p Q_{\tau n} Q_{\tau k} C_{kn} \Omega^{-2}, \quad \delta_2 = \sum_{k, n}^p Q_{\nu n} Q_{\nu k} C_{kn} T_s^{-2},$$

$$\delta_3 = \sum_{k, n=1}^p Q_{\tau n} Q_{\nu k} C_{kn} (\Omega T_s)^{-1},$$

H_i — проекция единичного вектора $\mathbf{H} = \mathbf{R}/|\mathbf{R}|$ на i -ю ось координат, $\beta = (\Omega T_s)^{-1} [\partial^2 G / \partial \tau_1 \partial \nu_2]_{\nu_1 = \nu_2, \tau_1 = \tau_2}$ — коэффициент корреляции оценок временного положения и доплеровской частоты, $\gamma = \omega_0 / \Omega$ — параметр, характеризующий степень узкополосного зондирующего сигнала. В частности, значения h_i и H_i для сферической системы координат приведены в [5]. В выражениях (6), (7) параметры H_i , g_i , g_{ij} определяют зависимость точности оценок координат и их производных от пространственной структуры антенны и положения цели, параметры Ω , T_s , γ , ω_0 , β — от временной

структуры сигнала, а величины δ_i учитывают влияние несущественных параметров на точность оценок. В частности, если несущественные параметры (кроме начальной фазы и коэффициента отражения цели) отсутствуют, то $\delta_i=0$. Из формулы (6), как частный случай, можно получить корреляционную матрицу оценок координат неподвижной цели $\mathbf{K}=\mathbf{I}_{11}^{-1}/z^2$, что совпадает с результатом [5] в общем случае и с результатом [3] для оценки двух координат при приеме сигнала на линейную антенну. Если координаты цели априори известны, корреляционная матрица оценок производных координат $\mathbf{K}=\mathbf{I}_{22}^{-1}/z^2$. Наконец, предельная точность оценок координат цели при априори неизвестных производных ее координат характеризуется матрицей $\mathbf{K}=\|\mathbf{I}_{11}-\mathbf{I}_{12}\mathbf{I}_{22}^{-1}\mathbf{I}_{12}^+\|^{-1}/z^2$. Корреляционную матрицу совместных оценок координат и их производных цели, расположенной в дальней зоне, получаем, разложив h_i (7) в ряд по степеням отношения $|\mathbf{r}|/|\mathbf{R}|$ и удерживая лишь члены разложения, содержащие отношение $|\mathbf{r}|/|\mathbf{R}|$ в степени не выше первой.

2. СОВМЕСТНАЯ ОЦЕНКА ДАЛЬНОСТИ И РАДИАЛЬНОЙ СКОРОСТИ

Рассмотрим совместную оценку дальности и радиальной скорости цели, движущейся в зоне Френеля приемной антенны. Считая, что кроме начальной фазы неизвестен лишь коэффициент отражения цели, имеем $\delta_i=0$. Положим, что сигнал принимается на линейную антенну длиной $2L$, расположенную вдоль оси OX декартовой системы координат, начало которой совмещено с центром раскрыва O . При произвольном угловом положении цели θ (угол θ отсчитывается от оси OY системы координат) $\rho(\mathbf{R}, t_0)=(R^2+x^2-2Rx \sin \theta)^{1/2}$. Тогда в каждом блоке матрицы (6) содержится по одному элементу,

$$\begin{aligned} I_{11} &= I_{RR} = \frac{\Omega^2}{c^2} [1 + 2g_R + g_{RR} + \gamma^2 (g_{RR} - g_R^2)], \\ (8) \quad I_{22} &= I_{R'R'} = \frac{\omega_0^2 T_s^2}{c^2} [1 + 2g_R + g_{RR}], \\ I_{12} &= I_{RR'} = -\frac{\beta T_s \Omega \omega_0}{c^2} [1 + 2g_R + g_{RR}], \\ g_{RR} &= 1 - \frac{\cos^2 \theta_0}{2a} \left[2a + \sin \theta_0 \ln \left| \frac{1+a^2-2a \sin \theta_0}{1+a^2+2a \sin \theta_0} \right| + \right. \\ &\quad \left. + \frac{2 \sin^2 \theta_0 - 1}{\cos \theta_0} \operatorname{arctg} \frac{2a \cos \theta_0}{1+a^2} \right], \\ g_R &= \frac{1}{2a} \left[\sin \theta_0 (\sqrt{1+a^2+2a \sin \theta_0} - \sqrt{1+a^2-2a \sin \theta_0}) + \right. \\ &\quad \left. + \cos^2 \theta_0 \ln \left| \frac{\sqrt{1+a^2-2a \sin \theta_0} + a - \sin \theta_0}{\sqrt{1+a^2+2a \sin \theta_0} - a - \sin \theta_0} \right| \right], \end{aligned}$$

$a=L/R_0$ — нормированный размер антенны, θ_0 и R_0 — истинные значения угла и дальности.

Вначале рассмотрим использование зондирующих сигналов без угловой модуляции. При этом $\beta=0$, $I_{RR'}=0$, т. е. оценки дальности и радиальной скорости некоррелированы. Тогда, согласно (8), выражения для дисперсий оценок дальности и радиальной скорости при оптимальной пространственно-временной обработке сигналов принимают вид

$$(9) \quad D(R_m/R_0, R_0') = \frac{1}{z^2 I_{RR}}, \quad D(R_m'/R_0, R_0') = \frac{1}{z^2 I_{R'R'}}.$$

Таким образом, при совместной оценке дальности и радиальной скорости дисперсии оценок этих параметров получаются такими же, как и при раздельной оценке каждого из этих параметров, когда точно известно значение второго параметра. При перемещении цели в дальнюю зону ($R_0 \rightarrow \infty$, $a \rightarrow 0$) в (8) $g_R \rightarrow 1$, $g_{RR} \rightarrow 1$ и дисперсии оценок (9) переходят в известные выражения для случая активной локации в дальней зоне, которые легко записать, используя [1, 8]:

$$(10) \quad D(R_m/R_0, R_0') = D_0(R_m) = \frac{c^2}{4z^2\Omega^2}, \quad D(R_m'/R_0, R_0') = D_0(R_m') = \\ = \frac{c^2}{4z^2\omega_0^2 T_s^2}.$$

Потенциальная точность оценки дальности анализировалась в работах [3, 5]. Оценка радиальной скорости в зоне Френеля, как показывает расчет по формуле (9), практически не уступает по точности оценке в случае движения цели в дальней зоне (10).

Перейдем к более важному случаю использования сигналов с угловой модуляцией. Для примера рассмотрим сигнал с ЛЧМ и колоколообразной огибающей: $\dot{u}(t) = A \exp[-\eta^2 t^2 + j\mu t^2]$. При этом в (8) $\beta = 1/\sqrt{1+k^2}$, Ω заменяется на $\Omega\sqrt{1+k^2}$, где $k = \mu/\eta^2$ — коэффициент сжатия сигнала, а под Ω подразумевается среднеквадратичная ширина спектра сигнала в отсутствие ЛЧМ. Вычисляя элементы корреляционной матрицы (6), легко видеть, что дисперсия оценки дальности снова описывается выражением $D(R_m/R_0, R_0')$ (9), полученным выше для немодулированного сигнала. Отметим, что влияние эффекта сжатия сигнала на точность оценки дальности неподвижной цели в зоне Френеля рассматривалось в [5]. Для дисперсии оценки радиальной скорости получаем выражение

$$(11) \quad D(R_m'/R_0, R_0') = \frac{1}{z^2 I_{R'R'}} + \frac{k^2}{z^2 T_s^2 \gamma^2 I_{RR}},$$

где γ — параметр узкополосности сигнала в отсутствие ЛЧМ. Выражение (11) упростится, если при вычислении g_R и g_{RR} разложить $h_1 = h_R$ (7) по степеням $|\mathbf{r}|/|\mathbf{R}|$ и отбросить члены, содержащие $|\mathbf{r}|/|\mathbf{R}|$ в степени выше второй. Полученные таким образом формулы для оценки потенциальной точности измерений в зоне Френеля хорошо аппроксимируют точные выражения при $a < 0,3-0,5$ [5]. Тогда в (8), (11) следует подставить

$$g_R = 1 - \frac{a^2}{6} \cos^2 \theta_0, \quad g_{RR} = 1 - \frac{a^2}{3} \cos^2 \theta_0 + \frac{a^4 \cos^4 \theta_0}{20}.$$

Коэффициент корреляции оценок R_m и R_m' в зоне Френеля имеет вид

$$(12) \quad W = \frac{1}{[1 + \gamma^2 T_s^2 I_{RR}/k^2 I_{R'R'}]^{1/2}}.$$

При расположении цели в дальней зоне, используя [7], дисперсию оценки R_m' и коэффициент корреляции оценок R_m и R_m' можно записать в виде

$$(13) \quad D_0(R_m'/R_0, R_0') = \frac{c^2(1+k^2)}{4z^2\omega_0^2 T_s^2}, \quad W = 1/\sqrt{1+k^2}.$$

Полагая в (11), (12) $R_0 \rightarrow \infty$ ($a \rightarrow 0$), получаем, что эти выражения переходят в (13). Для сравнения точности оценки радиальной скорости в дальней зоне и в зоне Френеля на рис. 1 нанесены кривые зависимости $\chi_1(a) = D(R_m'/R_0, R_0')/D_0(R_m'/R_0, R_0')$. Эти кривые построены для различных значений параметра узкополосности γ при коэффициенте сжатия $k=100$,

причем отношение сигнал/шум в случаях пространственно-временной обработки в зоне Френеля и временной обработки в дальней зоне полагалось одинаковым. Из рис. 1 следует, что для сигнала с ЛЧМ точность оценки радиальной скорости в зоне Френеля может быть существенно выше, чем точность аналогичной оценки в дальней зоне. При этом, для неизменной длины антенны, выигрыш в точности возрастает с уменьшением дальности до цели и с ростом параметра узкополосности зондирующего сигнала. Наличие выигрыша в точности оценки радиальной скорости при совместном измерении скорости и дальности, для сигнала с ЛЧМ,

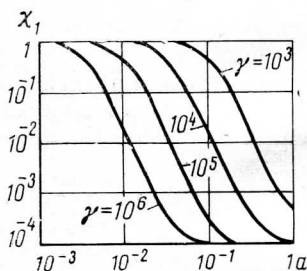


Рис. 1

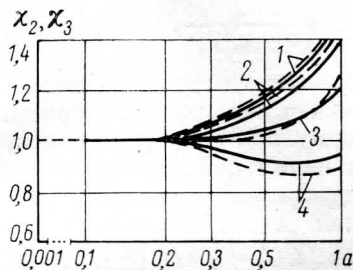


Рис. 2

объясняется декорреляцией этих оценок при расположении цели в зоне Френеля. Декорреляция является следствием снижения зависимости точности оценки дальности цели от степени сжатия ЛЧМ сигнала по мере приближения цели к антенне [5].

Из рассмотренного примера следует, что при использовании сигнала с ЛЧМ предельная точность совместных оценок дальности и радиальной скорости в зоне Френеля может быть существенно выше, чем точность аналогичных оценок в дальней зоне. Это уменьшение дисперсий оценок достигается благодаря использованию информации, заключенной в кривизне волнового фронта принимаемого сигнала [3, 5].

3. СОВМЕСТНАЯ ОЦЕНКА УГЛА И УГЛОВОЙ СКОРОСТИ

Перейдем к рассмотрению потенциальной точности совместной оценки углового положения и угловой скорости цели, движущейся в зоне Френеля линейной приемной антенны. Получая элементы корреляционной матрицы (6), убеждаемся, что в отсутствие угловой модуляции зондирующего сигнала $I_{12}=I_{21}=0$, т. е. оценки угла и угловой скорости, как и в дальней зоне [4], некоррелированы. Формулы для дисперсий оценок углового положения и угловой скорости цели в зоне Френеля имеют вид

$$(14) \quad D(\theta_m/\theta_0, \theta_0') = \frac{c^2}{z^2 \Omega^2 [g_{\theta\theta} + \gamma^2 (g_{\theta\theta} - g_{\theta\theta}^2)]}$$

$$D(\theta_m'/\theta_0, \theta_0') = \frac{c^2}{z^2 \omega_0^2 T_s^2 g_{\theta\theta}}.$$

Здесь, как и при анализе оценки дальности и радиальной скорости, в практических расчетах удобно пользоваться приближенными выражениями, полученными при разложении h_θ в ряд по степеням $|\mathbf{r}|/|\mathbf{R}|$, с отбрасыванием членов с $|\mathbf{r}|/|\mathbf{R}|$ в степени выше второй. Тогда в (14) следует подставить

$$(15) \quad g_{\theta\theta} = -R_0 \frac{a^2}{6} \sin 2\theta_0, \quad g_{\theta\theta} = R_0^2 \frac{a^2}{3} \cos^2 \theta_0 + \frac{a^4 \sin 2\theta_0}{2\theta_0} \Big].$$

Применение (15) не приводит к большой погрешности при $a \leq 0,3-0,5$. Используя (15), легко показать, что для случая дальней зоны формулы (14) ($a \ll 1$, так что отбрасываем члены с a^4) переходят в известные выражения для дисперсий оценок θ_m и θ_m' при активной локации [1, 8]

$$D_0(\theta_m/\theta_0, \theta_0') = \frac{c^2}{z^2 \omega_0^2 L_s^2 \cos^2 \theta_0 [1 + \gamma^{-2}]},$$

$$D_0(\theta_m'/\theta_0, \theta_0') = \frac{c^2}{z^2 \omega_0^2 T_s^2 L_s^2 \cos^2 \theta_0},$$

где L_s — среднеквадратичная длина раскрыва [1].

Для сравнения потенциальной точности оценок угловой координаты и ее производной в зоне Френеля и в дальней зоне на рис. 2 сплошной линией нанесена зависимость

$$(16) \quad \chi_2(a) = \frac{D(\theta_m/\theta_0, \theta_0')}{D_0(\theta_m/\theta_0, \theta_0')} = \frac{(1 + \gamma^2) a^2 \cos^2 \theta_0}{3 \{ [1 + \gamma^2 (1 - g_{\theta\theta}^2/g_{\theta\theta})] g_{\theta\theta}/R_0^2 \}}$$

и пунктиром — зависимость

$$(17) \quad \chi_3(a) = \frac{D(\theta_m'/\theta_0, \theta_0')}{D_0(\theta_m'/\theta_0, \theta_0')} = \frac{a^2 \cos^2 \theta_0}{3 g_{\theta\theta}/R_0^2}.$$

Значения $\chi_2(a)$, $\chi_3(a)$ на рис. 2 рассчитаны по точным формулам для $D(\theta_m/\theta_0, \theta_0')$, $D(\theta_m'/\theta_0, \theta_0')$ (14). Расчет показывает, что при достаточно больших значениях параметра узкополосности ($\gamma \geq 10$) значения γ практически не оказывают влияния на величину $\chi_2(a)$. При весьма малых значениях дальности (менее двух размеров раскрыва) наблюдается некоторое влияние величины угла прихода сигнала θ_0 на точность оценки. Кривые 1–4 соответствуют случаям: 1 — $\theta_0 = 0^\circ$, 2 — $\theta_0 = 15^\circ$, 3 — $\theta_0 = 30^\circ$, 4 — $\theta_0 = 45^\circ$. Кривые зависимости $\chi_3(a)$ (17) построены, соответственно, при тех же начальных угловых положениях цели, что и кривые $\chi_2(a)$ (16). Из рис. 2 следует, что оценки углового положения и угловой скорости цели в зоне Френеля могут лишь незначительно уступать по точности аналогичным оценкам в дальней зоне. Некоторое понижение точности возможно при очень малых дальностях до цели и, как показывает расчет, при $0^\circ \leq \theta_0 \leq 40^\circ$. Таким образом, при оптимальной пространственно-временной обработке увеличение размеров антенных систем и использование более высокочастотных зондирующих сигналов не приводит к существенному ухудшению потенциальной точности измерения угла и угловой скорости за счет роста кривизны волнового фронта принимаемого сигнала.

4. СОВМЕСТНАЯ ОЦЕНКА КООРДИНАТ И ИХ ПРОИЗВОДНЫХ ПРИ ПАССИВНОЙ ЛОКАЦИИ

Рассмотрим частный случай пассивной локации, когда форма принимаемых колебаний известна с точностью до начальной фазы и конечного числа параметров $\mathbf{q}$. При этом в (2), (3) следует положить $\tau = \rho/c$, т. е. в (6) $H_i = 0$. Поскольку при пассивной локации неизвестен момент излучения сигнала, то помимо неизвестной амплитуды и начальной фазы к несущественным параметрам отнесем временное положение сигнала. Кроме того, предположим, что принимается сигнал без угловой модуляции, так что $\beta = 0$. При указанных предположениях о несущественных

параметрах имеем $\delta_1=1$, $\delta_2=\delta_3=0$ и корреляционная матрица совместных оценок координат и их производных для весьма узкополосных сигналов ($\gamma^2 \gg 1$) принимает вид

$$(18) \quad K(l_m/l_0, q_0) \simeq \frac{c^2}{\omega_0^2 z^2} \begin{vmatrix} g & 0 \\ 0 & T_s^2 \hat{g} \end{vmatrix}^{-1},$$

где $g = \|g_{ij} - g_i g_j\|$, $i, j=1, 2, 3$, $\hat{g} = \|g_{i-3, j-3}\|$, $i, j=4, 5, 6$. Из (18) следует, что оценки координат цели и их производных в рассматриваемом случае некоррелированы. Поэтому выделим из (18) корреляционную матрицу оценок координат $K(l_1, l_2, l_3) = c^2 g^{-1}/\omega_0^2 z^2$ и оценок производных координат $K(l_4, l_5, l_6) = c^2 \hat{g}^{-1}/\omega_0^2 T_s^2 z^2$. Учитывая, что оценки максимального правдоподобия асимптотически нормальны, целесообразно характеризовать их совместную точность обобщенной дисперсией [9] $D = \det K$. В случае приема на линейную антенну длиной $2L$, когда производится совместная оценка дальности R , углового положения θ , радиальной R' и угловой θ' скоростей цели, из (18) имеем

$$(19) \quad D = \frac{c^8}{T_s^4 \omega_0^8 z^8 \det g \det \hat{g}}, \quad g = \begin{vmatrix} g_{RR} - g_R^2 & g_{R\theta} - g_R g_\theta \\ g_{\theta R} - g_\theta g_R & g_{\theta\theta} - g_\theta^2 \end{vmatrix},$$

$$\hat{g} = \begin{vmatrix} g_{RR} & g_{R\theta} \\ g_{\theta R} & g_{\theta\theta} \end{vmatrix}.$$

Согласно (19) точность оценок повышается с ростом частоты принимаемых колебаний, отношения сигнал/шум и среднеквадратичной длительности сигнала. На рис. 3 сплошной линией нанесена зависимость величины $\alpha = DT_s^4 \omega_0^8 z^8 R_0^4 c^{-8}$ от относительного размера антенны a при $\theta_0=0$. Из рис. 3 следует, что для одной и той же дальности до цели точность совместных оценок значительно возрастает с увеличением размеров антенны (т. е. с ростом кривизны волнового фронта в пределах раскрыва).

Оценим влияние незнания несущей частоты сигнала ω_0 на точность совместной оценки координат и их производных. Предположим, что ω_0 известна с точностью до постоянного слагаемого $\Delta\omega$ ($\Delta\omega \ll \omega_0$), причем задан лишь интервал определения $\Delta\omega$. Тогда $\delta_1=\delta_2=1$, $\delta_3=0$ и при $\gamma^2 \gg 1$ корреляционная матрица совместных оценок координат и их производных принимает вид

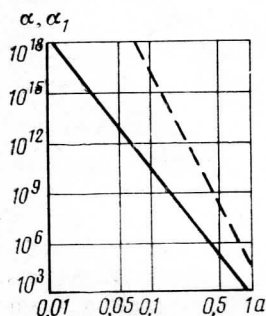


Рис. 3

$$(20) \quad K_1(l_m/l_0, q_0) \simeq \frac{c^2}{\omega_0^2 z^2} \begin{vmatrix} g & 0 \\ 0 & T_s^2 \hat{g} \end{vmatrix}^{-1}.$$

Из (20) получаем корреляционную матрицу отдельных оценок координат цели $K_1(l_1, l_2, l_3) = c^2 g^{-1}/\omega_0^2 z^2$ и оценок производных координат $K_1(l_4, l_5, l_6) = T_s^{-2} K_1(l_1, l_2, l_3)$. Таким образом, в рассматриваемом случае корреляционные матрицы оценок координат и их производных отличаются лишь постоянным множителем T_s^{-2} , определяющим точность оценки доплеровской частоты принимаемого сигнала [4]. Обобщенная дисперсия совместных оценок координат и их производных при неизвестном значении несущей частоты, согласно (20), равна

$$D = c^8 / T_s^4 \omega_0^8 z^8 [\det g]^2.$$

В случае приема на линейную антенну, когда оцениваются R , R' , θ , θ' , зависимость $\alpha_1 = D_1 T_s^4 \omega_0^8 z^8 R_0^4 c^{-8}$ от относительного размера антенны a при

$\theta_0=0$ нанесена на рис. 3 пунктиром. Сравнение сплошной и пунктирной линий на рис. 3 показывает, что незнание несущей частоты сигнала приводит к существенному понижению потенциальной точности оценок.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные выражения позволяют рассчитать потенциальную точность совместной оценки координат и их производных при пространственно-временной обработке сигналов в общем случае, включающем расположение цели в дальней зоне и в зоне Френеля приемной антенны. Эти формулы справедливы для приема сигналов на антенны любой практически используемой размерности и могут применяться для анализа дискретных антенн, если интегрирование в (7) выполнять по соответствующей многосвязной области. Они учитывают влияние несущественных параметров сигнала и как частные случаи включают известные выражения для предельной точности оценок координат в дальней зоне и в зоне Френеля, а также производных координат в дальней зоне.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Е. Фалькович, Оценка параметров сигнала, Изд. Советское радио, 1970.
2. Я. Д. Ширман, Разрешение и сжатие сигналов, Изд. Советское радио, 1974.
3. И. Я. Кремер, В. А. Понькин, Радиотехника и электроника, 1975, 20, 5, 1186.
4. В. А. Понькин, В. Г. Радзиевский, Радиотехника и электроника, 1976, 21, 4, 864.
5. А. И. Кремер, А. П. Трифонов, Радиотехника и электроника, 1977, 22, 8, 1607.
6. В. С. Черняк, Радиотехника и электроника, 1971, 16, 6, 956.
7. Е. И. Куликов, Вопросы оценок параметров сигналов при наличии помех, Изд. Советское радио, 1969.
8. Космические траекторные измерения, под ред. П. А. Агаджанова и др., Изд. Советское радио, 1969.
9. Б. Р. Левин, Теоретические основы статистической радиотехники, 2, Изд. Советское радио, 1968.

Поступила в редакцию
12 X 1976