44

44

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Том XXIII

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

3

МОСКВА · 1978

УДК 621.391.1

О ПОРОГОВЫХ ЭФФЕКТАХ ПРИ ОЦЕНКЕ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ЦЕЛИ В ЗОНЕ ФРЕНЕЛЯ

А. И. Кремер, А. П. Трифонов

В последнее время опубликован ряд работ [1, 2, 3] и др. по вопросам пространственно-временной обработки в зоне Френеля приемных антенн. В [2] показано, что теоретически предельная точность оценки дальности цели в зоне Френеля может значительно превышать потенциальную точность оценки в случае расположения цели в дальней зоне. При этом оценка местоположения цели в [2] рассматривалась без учета пороговых эффектов. Однако известно [4, 5], что уменьшение дисперсии надежной оценки без соответствующего увеличения отношения сигнал/шум приводит к возрастанию роли аномальных ошибок, т. е. к росту порогового отношения сигнал/шум. В этой связи представляет интерес анализ точности оценки местоположения цели, расположенной в зоне Френеля приемной антенны, с учетом аномальных ошибок.

Аналогично [2] рассмотрение проведем применительно к линейной приемной антенне длиной $2l$. Будем считать, что отраженный от цели сигнал [2]

$$\dot{u}(t, \vec{r}, \varphi_0) = A\dot{s}\left(t - \frac{R+r}{c},\ \varphi_0\right), \tag{1}$$

где $\dot{s}(t) = \dot{U}(t)\exp(j\omega_0 t)$, принимается на фоне пространственно-временно́го белого шума с корреляционной функцией $K(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t_1, t_2) = (N_0/2)\delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2, t_1 - t_2)$. Положим, что возможные значения дальности R и угловой координаты Θ (угол Θ отсчитывается от нормали к раскрыву антенны) лежат в интервалах $R_1 \leqslant R \leqslant R_2$, $\Theta_1 \leqslant \Theta \leqslant \Theta_2$. Обозначим $\Delta R = R_2 - R_1$, $\Delta\Theta = \Theta_2 - \Theta_1$, $\tilde{R} = (R_1 + R_2)/2$, $\tilde{\Theta} = (\Theta_1 + \Theta_2)/2$. Считая $\Delta R/\tilde{R} \ll 1$, $\Delta\Theta \ll 1$, перейдем к параметрам $\rho = R - \tilde{R}$, $\vartheta = \Theta - \tilde{\Theta}$. Тогда расстояние от малоразмерной цели до точки x раскрыва приемной антенны можно записать как $r \simeq \tilde{r} + [\tilde{R}\rho - \tilde{R}x\cos\tilde{\Theta}\vartheta - x\rho\sin\tilde{\Theta}]/\tilde{r}$, $\tilde{r} = [\tilde{R}^2 + x^2 - 2\tilde{R}x\sin\tilde{\Theta}]^{1/2}$. Для упрощения выкладок будем полагать, что время распространения сигнала (1) вдоль раскрыва приемной антенны много меньше времени корреляции его комплексной огибающей $\dot{U}(t)$. В этом случае модуль комплексной функции неопределенности [2] можно переписать в виде

$$|\dot{\Psi}(R, \Theta, R_0, \Theta_0)| = \Psi(h, \alpha) = G\left(\frac{2h}{c}\right) F(h, \alpha), \tag{2}$$

где

$$G(\tau) = \left|\int_0^T \dot{U}(t)\dot{U}^*(t+\tau)\,dt\right| \Big/ \int_0^T |\dot{U}(t)|^2\,dt;$$

$$F(h, \alpha) = \frac{\left|\int_{-a}^{a} |\dot{I}(z\tilde{R})|^2 \exp\left\{\frac{j\omega_0}{c}\frac{h - z(h\sin\tilde{\Theta} + \alpha\tilde{R}\cos\tilde{\Theta})}{(1 + z^2 - 2z\sin\tilde{\Theta})^{1/2}}\right\} dz\right|}{\int_{-a}^{a} |\dot{I}(z\tilde{R})|^2\,dz}; \tag{3}$$

$h = \rho - \rho_0 = R - R_0$; $\alpha = \vartheta - \vartheta_0 = \Theta - \Theta_0$; $a = l/\tilde{R}$. Согласно (2), (3) для принятых условий дальность и угловое положение цели являются неэнергетическими параметрами.

Выражение для модуля комплексной функции неопределенности несколько упрощается, если цель расположена в зоне Френеля, так что $\tilde{R} \gg l$ $(a \ll 1)$ [2]. В этом случае в (3) можно разложить показатель экспоненты в ряд по степеням величины z и отбросить члены с z в степени выше второй [1, 2]. При условии постоянства апертурной функции по раскрыву антенны в этом приближении находим

(4) $$F(h,\alpha)\simeq\frac{1}{2a}\times$$
$$\times\sqrt{\left\{\left[S\left(\frac{au+v}{\sqrt{u}}\right)+S\left(\frac{au-v}{\sqrt{u}}\right)\right]^2+\left[C\left(\frac{au+v}{\sqrt{u}}\right)+C\left(\frac{au-v}{\sqrt{u}}\right)\right]^2\right\}\Big/u},$$

где $C(\cdot)$ и $S(\cdot)$ — интегралы Френеля [1]; $u=(h\cos^2\tilde\Theta+\alpha\tilde R\sin 2\tilde\Theta)/2\lambda$; $v=\alpha\tilde R\cos\tilde\Theta/\lambda$; $\lambda=2\pi c/\omega_0$ — длина волны. Функция неопределенности подобного вида рассматривалась в [1]. Численный расчет показывает, что приближенная формула (4), полученная в предположении $\tilde R\gg l$, удовлетворительно аппроксимирует функцию $F(h,\alpha)$ (3) уже при $R>(2-4)l$, т. е. когда $a<0{,}25-0{,}5$.

Оценку максимального правдоподобия местоположения цели будем интерпретировать как результат совместного оценивания трех неизвестных параметров — дальности, угловой координаты и начальной фазы сигнала. При этом априорные интервалы дальности и угла равны, соответственно, ΔR и $\Delta\Theta$, априорный интервал определения начальной фазы есть $[0, 2\pi]$. Используя результаты [9], вероятность надежной оценки P_0 получаем в виде

(5) $$P_0=\frac{(2\mu)^{3/4}}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{\sqrt{2}}^{\infty}\exp\left[\frac{4\mu-x^2}{4}-\frac{\xi_R\xi_\Theta}{2\pi}x^2\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right]D_{-3/2}(2\sqrt{2\mu}-x)\,dx,$$

где $\mu=2El/N_0$ — энергетическое отношение сигнал/шум на выходе оптимального приемника [2, 6]; E — энергия принимаемого сигнала (1); $D_p(\cdot)$ — функция параболического цилиндра;

$$\xi_R=\Delta R\sqrt{[-\partial^2\Psi(h,\alpha)/\partial h^2]_{h=0,\ \alpha=0}};$$

$$\xi_\Theta=\Delta\Theta\sqrt{[-\partial^2\Psi(h,\alpha)/\partial\alpha^2]_{h=0,\ \alpha=0}}.$$

Согласно [7] величины ξ_R и ξ_Θ можно интерпретировать как параметры, характеризующие число различимых значений R и Θ в интервалах ΔR и $\Delta\Theta$ соответственно. Используя (2) и (3), находим, что при активной локации, для $a<0{,}25-0{,}5$,

(6) $$\xi_R\simeq\xi_0\sqrt{1+a^4\cos^4\tilde\Theta/180\beta^2},\qquad \xi_\Theta=2\pi l\Delta\Theta/\sqrt{3}\lambda.$$

Здесь

(7) $$\xi_0=\Delta R\sqrt{\left[-d^2G\left(\frac{2h}{c}\right)\Big/dh^2\right]_{h=0}}=2\Pi_э\Delta R/c$$

— величина, определяющая число различимых значений R при оценке дальности по величине запаздывания сигнала; $\Pi_э{}^2=[-d^2G(\tau)/d\tau^2]_{\tau=0}$; $\beta=\Pi_э/\omega_0$ [2]. Положим, что R_0 и Θ_0 распределены равновероятно в интервалах ΔR и $\Delta\Theta$ соответственно. Тогда безусловные рассеяния оценок местоположения цели R_m и Θ_m с учетом пороговых эффектов [9] запишутся как

(8) $$V(R_m)=\langle(R_m-R_0)^2\rangle=\frac{P_0\Delta R^2}{2\mu\xi_R{}^2}+\frac{1-P_0}{6}\Delta R^2,$$

(9) $$V(\Theta_m)=\langle(\Theta_m-\Theta_0)^2\rangle=\frac{P_0\Delta\Theta^2}{2\mu\xi_\Theta{}^2}+\frac{1-P_0}{6}\Delta\Theta^2.$$

Для определения точности оценки местоположения цели в дальней зоне достаточно в (5), (8), (9) положить $a\to0$. Поскольку при этом ξ_R (6) уменьшается ($\xi_R\to\xi_0$), то, согласно (5), возрастает вероятность надежной оценки (убывает вероятность аномальной ошибки). При перемещении цели в дальнюю зону величина ξ_Θ (6) не изменяется. Это позволяет сделать вывод, что при расположении цели в зоне Френеля возрастание роли аномальных ошибок (уменьшение P_0) связано лишь с увеличением ξ_R (6), что указывает на повышение разрешающей способности системы по дальности. Поэтому роль пороговых эффектов более подробно рассмотрим применительно к оценке дальности цели.

Найдем рассеяние оценки дальности в зоне Френеля при априори известном угловом положении цели ($\Delta\Theta=0$). Интерпретируя оценку максимального правдоподобия дальности как результат совместного оценивания двух неизвестных параметров сигнала – дальности и начальной фазы, безусловное рассеяние оценки дальности, согласно [9], получаем в виде

$$\hat{V}(R_m)=\frac{P_R\Delta R^2}{2\mu\xi_R{}^2}+\frac{1-P_R}{6}\Delta R^2; \tag{10}$$

$$P_R=\sqrt{2\mu}\int\limits_1^\infty \exp\left\{3\mu-x\sqrt{2\mu}-\frac{x\xi_R}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right\}\Phi(x-2\sqrt{2\mu})\,dx \tag{11}$$

— вероятность надежной оценки при априори известном угловом положении цели; $\Phi(\cdot)$ – интеграл вероятности [10]. Заметим, что при оценке дальности по запазды-

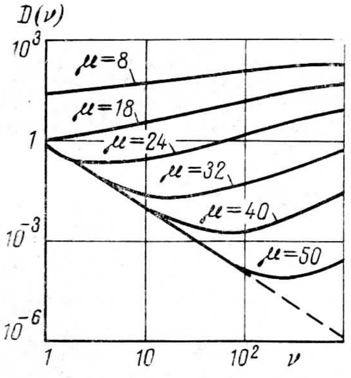

Рис. 1

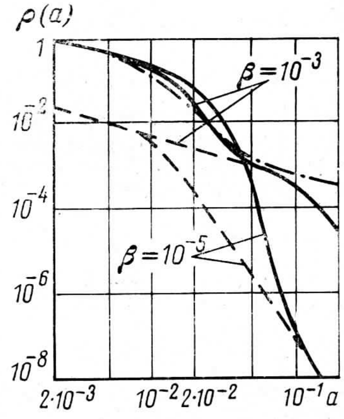

Рис. 2

ванию сигнала рассеяние оценки $V_0(R_m)$ снова определяется формулой (10) при замене ξ_R (6) на ξ_0 (7). На рис. 1 сплошными кривыми нанесена зависимость относительного рассеяния $D(\nu)=\hat{V}(R_m)/V_0(R_m)$ от параметра $\nu=a^4/180\beta^2$ при различных отношениях сигнал/шум μ и $\xi_0=10$, $\tilde{\Theta}=0$. Пунктирная кривая показывает зависимость $D_0(\nu)$, рассчитанную без учета аномальных ошибок. Величину $D_0(\nu)$ получаем аналогично $D(\nu)$, имея в виду, что в отсутствие аномальных ошибок $P_R=1$. $D_0(\nu)$ также легко найти, используя результаты [2]: $D_0(\nu)=(1+\nu)^{-1}$. Кривые рис. 1 построены в предположении, что отношение сигнал/шум при пространственно-временно́й обработке и оценке дальности по величине запаздывания одинаково. Как следует из рис. 1, увеличение рассеяния оценки, вызванное возрастанием роли аномальных ошибок при оптимальной пространственно-временно́й обработке, приводит к росту порогового отношения сигнал/шум. Для данных значений ν и μ применение оптимальной пространственно-временно́й обработки в зоне Френеля позволяет существенно повысить потенциальную точность оценки дальности лишь при величине $\mu\geqslant32$. При меньших значениях отношения сигнал/шум оценка дальности при оптимальной пространственно-временно́й обработке может даже уступать по точности оценке по величине запаздывания сигнала.

Рассмотрим теперь зависимость рассеяния оценки дальности от размера антенны. Учитывая зависимость отношения сигнал/шум от длины антенны, перепишем его как $\mu=2E\tilde{R}a/N_0=\mu_0 a$. Параметр μ_0 имеет смысл отношения сигнал/шум для антенны длиной $2\tilde{R}$. На рис. 2 приведена зависимость нормированного рассеяния оценки $\rho(a)=\hat{V}(R_m)/V_{\text{макс}}(R_m)$ от относительного размера антенны при $\mu_0=500$. Здесь $V_{\text{макс}}(R_m)=\Delta R^2/6$ – максимальное значение рассеяния оценки дальности (при $\mu=0$). Сплошные кривые показывают зависимость $\rho(a)$ при различных значениях параметра широкополосности β и $\xi_0=10$, $\tilde{\Theta}=0$. На этом же рисунке пунктиром нанесена зависимость $\rho_0(a)$, рассчитанная в предположении об отсутствии аномальных ошибок при тех же значениях β. Штрих-пунктиром нанесена зависимость $\rho_\tau(a)$ нормированного рассеяния при оценке дальности по времени запаздывания сигнала. Из рис. 2 следует, что пространственно-временна́я обработка обеспечивает выигрыш в точности оценки дальности при $a \geqslant 0{,}025$, если $\beta = 10^{-3}$, и при $a \geqslant 0{,}04$, когда $\beta = 10^{-5}$. Таким образом, уменьшение длины волны зондирующего сигнала при неизменной его энергии требует увеличения размера антенны во избежание чрезмерного роста аномальных ошибок.

Рассмотрим зависимость относительного рассеяния оценки дальности от параметра широкополосности, полагая, что цель находится в зоне Френеля, так что $\nu \gg 1$ и

$$\xi_R \simeq \xi_0 a^2 \cos^2 \tilde{\Theta} / \beta \sqrt{180} = \xi_0 \sqrt{\nu}. \tag{12}$$

Положим далее отношение сигнал/шум настолько большим, что можно использовать упрощенную формулу для вероятности надежной оценки, полученную в [8]. Тогда

$$\begin{aligned} P_R &\simeq 1 - \sqrt{2\mu}\, \xi_R \exp(-\mu/2)/4\sqrt{\pi}, \\ \rho &= 3/\mu \xi_R^2 + \sqrt{2\mu}\, \xi_R \exp(-\mu/2)/4\sqrt{\pi}. \end{aligned} \tag{13}$$

Из (13) находим, что рассеяние оценки достигает минимума $\rho_m = 3\sqrt[3]{3} \exp(-\mu/3)/2\sqrt[3]{4\pi}$ при

$$\beta_m = \xi_0 a^2 \cos^2 \tilde{\Theta} \sqrt{\mu/10\pi}\, 6^{-4/3} \exp(-\mu/6). \tag{14}$$

Таким образом, ρ_m убывает с ростом отношения сигнал/шум быстрее, чем ρ при любом фиксированном β. При постоянных энергии и ширине спектра сигнала минимальное рассеяние оценки обеспечивается выбором несущей частоты (длины волны) сигнала. Действительно, $\rho = \rho_m$, если частота сигнала

$$\omega_{0m} = 3\sqrt{10/\mu_0}\, a^{-5/2} \cos^{-2} \tilde{\Theta} (6\sqrt{\pi})^{1/3} \tau_\Delta^{-1} \exp(\mu_0 a/6), \tag{15}$$

где $\tau_\Delta = \Delta R/c$ – время прохождения электромагнитной волной априорного интервала изменения дальности. Это выражение можно переписать как

$$\lambda_0 = \Delta R \sqrt{\mu_0/5}\, \pi^{5/6} a^{5/2} \cos^2 \tilde{\Theta}\, 2^{1/6} 3^{-4/3} \exp(-\mu_0 a/6), \tag{16}$$

где λ_0 — длина волны зондирующего сигнала, обеспечивающая минимальное рассеяние. Интересно отметить, что в рассматриваемом приближении, при известной величине отношения сигнал/шум, оптимальная несущая частота (или длина волны) не зависит от ширины спектра сигнала, т. е. при выполнении (12), (14) и выборе несущей частоты (длины волны) согласно (15), (16) можно получить минимальное рассеяние оценки при любой достаточно малой полосе сигнала. Можно сказать, что в данной ситуации, путем подбора длины волны зондирующего сигнала, антенна «фокусируется» на дальности, лежащие в априорном интервале ΔR.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Д. Ширман, Разрешение и сжатие сигналов, Изд. Советское радио, 1974.
2. И. Я. Кремер, В. А. Понькин, Радиотехника и электроника, 1975, **20**, 6, 1186.
3. В. А. Понькин, В. Г. Радзиевский, Радиотехника и электроника, 1976, **21**, 4, 864.
4. В. А. Котельников, Теория потенциальной помехоустойчивости, ГЭИ, 1956.
5. Л. С. Гуткин, Теория оптимальных методов радиоприема при флуктуационных помехах, Изд. Советское радио, 1972.
6. С. Е. Фалькович, Оценка параметров сигнала, Изд. Советское радио, 1970.
7. Ф. М. Вудворд, Теория вероятностей и теория информации с применением в радиолокации, Изд. Советское радио, 1955.
8. А. Ф. Фомин, Помехоустойчивость систем передачи непрерывных сообщений, Изд. Советское радио, 1975.
9. В. К. Маршаков, А. П. Трифонов, Радиотехника и электроника, 1974, **19**, 11, 2266.
10. В. И. Тихонов, Статистическая радиотехника, Изд. Советское радио, 1966.

Поступило в редакцию
6 VII 1976