45

45

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

РАДИОТЕХНИКА
И
ЭЛЕКТРОНИКА

Том XXIII

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

4

МОСКВА · 1978

УДК 621.391.7

О ХАРАКТЕРИСТИКАХ БАЙЕСОВСКОГО ПРИЕМНИКА

Т. А. Радченко, А. П. Трифонов

Алгоритмами, оптимальным образом учитывающими всю априорную информацию о сигнале и помехе, являются байесовские алгоритмы приема. Исследование характеристик оптимального приемника, реализующего байесовский алгоритм, представляет не только теоретический, но и практический интерес, поскольку позволяет найти потенциальную помехоустойчивость информационных радиосистем [1].

В [2] получены асимптотические формулы для рассеяния (среднеквадратичной ошибки) и приведены результаты моделирования байесовской оценки γ_m неэнергетического параметра сигнала при квадратичной функции потерь на фоне белого шума:

$$\gamma_m = \frac{\int\limits_{-L/2}^{L/2} l W_{\mathrm{pr}}(l) \exp\{z^2 S(l_0-l) + zN(l)\}\, dl}{\int\limits_{-L/2}^{L/2} W_{\mathrm{pr}}(l) \exp\{z^2 S(l_0-l) + zN(l)\}\, dl}. \tag{1}$$

Здесь l_0 — истинное значение оцениваемого параметра, имеющего априорное распределение $W_{\mathrm{pr}}(l)$ на интервале $[-L/2;\ L/2]$; $S(l_0-l)$ и $N(l)$ — нормированные сигнальная и шумовая функции [2], причем $N(l)$ — нормальный случайный процесс, для которого $\langle N(l)\rangle=0$; $\langle N(l_1)N(l_2)\rangle=S(l_1-l_2)$; z — отношение сигнал/шум на выходе линейной части оптимального приемника.

Результаты [2] получены в предположении, что сигнальная функция (функция неопределенности) $S(l_0-l)$ имеет лишь один максимум. Однако на практике с целью повышения разрешающей способности по дальности и улучшения энергетических характеристик радиосистем в настоящее время широко используют сложные сигналы [3]. Такие сигналы часто обладают сигнальными функциями со значительными боковыми лепестками. В теоретических и прикладных исследованиях в качестве модели сложных сигналов часто используют так называемые эрмитовы сигналы [3]. Эрмитовы сигналы принадлежат к классу сигналов с круговой симметрией функции неопределенности, что является весьма полезным свойством в радиолокации, когда контроль дальности и скорости целей важен в равной мере [3]. Эрмитовы сигналы используются и в многоканальных системах передачи информации с разделением по форме, так как позволяют обеспечивать высокую помехоустойчивость при умеренной полосе частот [4]. Порядок эрмитова сигнала n определяет число побочных максимумов функции неопределенности. В частности, эрмитов сигнал нулевого порядка представляет собой колокольный импульс. Колокольный импульс является удобной и широко используемой в прикладных и теоретических исследованиях моделью дифференцируемого сигнала с унимодальной функцией неопределенности [1, 3]. Сравнивая характеристики байесовского приемника эрмитова сигнала порядка $n>1$ с характеристиками приемника колокольного импульса, можно установить влияние боковых лепестков функции неопределенности на качество приема.

Аналитическое исследование влияния боковых лепестков наталкивается на существенные математические трудности. Поэтому одним из наиболее доступных методов исследования является математическое моделирование. На ЭВМ «БЭСМ-4» было выполнено моделирование оценки неэнергетического параметра эрмитова сигнала второго порядка, нормированная сигнальная функция которого

$$S(l_0-l)=\exp[-(l_0-l)^2/10][1-0{,}4(l_0-l)^2+0{,}02(l_0-l)^4] \tag{2}$$

имеет в точках $l_0\pm5{,}7$ боковые максимумы, составляющие 0,354 амплитуды главного максимума. Точность оценки сопоставлена с точностью оценки параметра колокольного сигнала, нормированная сигнальная функция которого имеет вид $S(l_0-l)=\exp[-(l_0-l)^2/2]$. Параметры колокольного и эрмитова сигналов выбирались таким образом, чтобы для этих сигналов были одинаковыми отношение сигнал/шум и среднеквадратичная ширина спектра $\Omega=\sqrt{-S''(l_0-l)}\,|_{l=l_0}$.

Моделирование проводилось методом зависимых испытаний [5] для равномерной на интервале L априорной плотности вероятности $W_{\mathrm{pr}}(l)$. Отсчеты коррелированного нормального случайного процесса $N(l)$ формировались из случайной последовательности нормальных чисел x_j с характеристиками (0, 1) методом скользящего суммирования $N(l_j)=\sum_{i=-p}^{p} c_i x_{j-i}$; $j=1, 2, \ldots, m$; $m=[L/\Delta l+1]$. Здесь в соответствии с видом корреляционной функции (2) $c_i=\sqrt{\Delta l}\exp(-\Delta l^2 i^2/5)(0{,}8\Delta l^2 i^2-1)/\sqrt[4]{10\pi}$; значения шага дискретизации $\Delta l=0{,}1$ и параметра $p=60$ были выбраны таким образом, чтобы относительная среднеквадратичная погрешность аппроксимации $N(l)$ ее дискретными отсчетами не превышала 5%. Последовательность $N(l_j)$ запоминалась в памяти машины, а затем по формулам (1) и (2) вычислялась оценка γ_m для разных значений z и находилось нормированное условное рассеяние $\rho=12\sum_{k=1}^{N}(\gamma_{mk}-l_0)^2/L^2N$, характеризующее точность оценки.

Поскольку распределение оценки γ_m при конечных отношениях сигнал/шум является существенно негауссовым, объем выборки N, необходимый для получения достаточно точного значения рассеяния, определялся эмпирическим методом последовательных оценок со сравнением промежуточных результатов [6]. При этом объем выборки последовательно увеличивался на $N_0=500$ и каждый раз вычислялось рассеяние по всей выборке. Когда значения рассеяния, полученные после очередного увеличения объема, отличались от предыдущих не более, чем на 10%, эксперимент прекращался.

Величина априорного интервала L выбиралась из следующих соображений. Как известно, если сигнальная функция имеет боковые лепестки, то возможны аномальные ошибки двух родов. Во-первых, аномальные ошибки, обусловленные шумовыми выбросами на той части априорного интервала L, где сигнальная функция равна нулю. Эти ошибки называют аномальными ошибками первого рода и они тем значительнее, чем больше априорный интервал L. Во-вторых, возможны аномальные ошибки, связанные с принятием одного из боковых лепестков сигнальной функции за главный максимум. Такие ошибки называют аномальными ошибками второго рода. Их относительный вклад в ошибки измерения тем значительнее, чем меньше вероятность ошибки первого рода, т. е. чем меньше априорный интервал L. Если выбирать априорный интервал, который полностью занят функцией неопределенности, с учетом боковых лепестков, то аномальные ошибки в значительной мере будут определяться аномальными ошибками второго рода. Увеличивая априорный интервал, можно установить, насколько велико влияние этих ошибок по сравнению с аномальными ошибками первого рода. В связи с этим для исследований были выбраны априорные интервалы: $L=20$, который почти полностью занят сигнальной функцией, и $L=40$, превосходящий длительность сигнальной функции в два раза.

В табл. 1 приведены значения нормированного рассеяния для эрмитова (ρ_1) и колокольного (ρ_2) сигналов, а также величина отношений $\delta=\rho_1/\rho_2$ для априорного

Таблица 1

z	ρ_1	ρ_2	δ
2	$0,16\pm0,01$	$0,12\pm0,005$	$1,33\pm0,13$
3	$0,11\pm0,005$	$(0,60\pm0,01)\cdot10^{-1}$	$1,83\pm0,11$
4	$(0,34\pm0,006)\cdot10^{-1}$	$(0,14\pm0,003)\cdot10^{-1}$	$2,42\pm0,09$
5	$(0,93\pm0,01)\cdot10^{-2}$	$(0,16\pm0,02)\cdot10^{-2}$	$5,8\pm0,13$
6	$(0,14\pm0,03)\cdot10^{-2}$	$(0,92\pm0,04)\cdot10^{-3}$	$1,52\pm0,38$
7	$(0,70\pm0,09)\cdot10^{-3}$	$(0,65\pm0,016)\cdot10^{-3}$	$1,08\pm0,16$
8	$(0,44\pm0,02)\cdot10^{-3}$	$(0,49\pm0,01)\cdot10^{-3}$	$0,90\pm0,06$
9	$(0,38\pm0,017)\cdot10^{-3}$	$(0,39\pm0,008)\cdot10^{-3}$	$0,97\pm0,06$

Таблица 2

z	ρ_1	ρ_2	δ
2	$0,14\pm0,001$	$0,13\pm0,001$	$1,08\pm0,02$
3	$(0,95\pm0,05)\cdot10^{-1}$	$(0,90\pm0,12)\cdot10^{-1}$	$1,06\pm0,20$
4	$(0,23\pm0,01)\cdot10^{-1}$	$(0,27\pm0,005)\cdot10^{-1}$	$0,85\pm0,05$
5	$(0,40\pm0,02)\cdot10^{-2}$	$(0,38\pm0,03)\cdot10^{-2}$	$1,05\pm0,14$
6	$(0,73\pm0,5)\cdot10^{-3}$	$(0,5\pm0,02)\cdot10^{-3}$	$1,49\pm1,05$
7	$(0,15\pm0,01)\cdot10^{-3}$	$(0,15\pm0,01)\cdot10^{-3}$	$1,00\pm0,13$
8	$(0,13\pm0,005)\cdot10^{-3}$	$(0,12\pm0,005)\cdot10^{-3}$	$1,08\pm0,09$
9	$(0,9\pm0,02)\cdot10^{-4}$	$(0,87\pm0,03)\cdot10^{-4}$	$1,03\pm0,06$

интервала $L=20$. В табл. 2 — результаты для $L=40$. Погрешности измерений, приведенные в таблицах, представляют собой разность между значениями рассеяния по окончательному объему выборки и по предшествующему ему объему. Как следует из таблиц, наличие боковых лепестков заметно ухудшает точность оценки (увеличивает рассеяние) лишь при $L=20$ и отношениях сигнал/шум $z=3$—5 (пороговые отношения сигнал/шум). Это говорит о том, что в области малых отношений сигнал/шум основную роль играют аномальные ошибки первого рода. При возрастании отношения сигнал/шум заметную роль начинают играть аномальные ошибки второго рода, причем их вклад тем значительнее, чем меньше априорный интервал. При дальнейшем возрастании отношения сигнал/шум аномальные ошибки практически исчезают и имеют место только нормальные ошибки, которые определяются главным максимумом сигнальной функции. На интервале $L=20$, который практически весь занят сигнальной функцией (2), ошибки второго рода в пороговой области отношений сигнал/шум существенно снижают точность оценки параметра сигнала. На больших априорных интервалах ($L\geqslant40$) для всех значений отношения сигнал/шум точность практически зависит только от аномальных ошибок первого рода, а влиянием боковых максимумов можно пренебречь.

Кроме оценки параметра сигнала при помощи математического моделирования был исследован байесовский алгоритм обнаружения эрмитова сигнала с неизвестным неэнергетическим параметром. Моделирование байесовского обнаружителя выполнялось как и в [7], с тем отличием, что сигнальная функция определялась теперь формулой (2). Полученные значения байесовского риска при обнаружении эрмитова сигнала отличаются от значений байесовского риска для сигнала колокольной формы, приведенных в [7], не более, чем на 7—10% для $L=20$ и $L=40$.

Таким образом, результаты моделирования показали, что характеристики байесовского приемника определяются, в основном, главным максимумом сигнальной функции. Влияние боковых максимумов заметно сказывается на характеристиках оценки лишь при малых интервалах определения параметра и пороговых отношениях сигнал/шум. Следовательно, если интервал определения неизвестного параметра хотя бы в два раза превосходит длительность сигнальной функции с боковыми лепестками, составляющими не более 0,3—0,4 амплитуды главного максимума, то наличие лепестков практически не влияет на характеристики байесовского приемника.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Миддлтон, Введение в статистическую теорию связи, 2, Изд. Советское радио, 1962.
2. Т. А. Радченко, А. П. Трифонов, Радиотехника и электроника, 1976, 21, 4, 762.
3. Д. Е. Вакман, Сложные сигналы и принцип неопределенности в радиолокации, Изд. Советское радио, 1965.
4. Н. Д. Босый, Многоканальные системы передачи информации, Изд. Техника, Киев, 1971.
5. Ю. Г. Полляк, Вероятностное моделирование в статистической радиотехнике, Изд. Советское радио, 1971.
6. В. А. Лихарев, Цифровые методы и устройства в радиолокации, Изд. Советское радио, 1973.
7. Т. А. Радченко, А. П. Трифонов, Радиотехника и электроника, 1976, 21, 7, 1535.

Поступила в редакцию
12 VII 1976