

53

53

ИЗВЕСТИЯ ВУЗОВ СССР РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ТОМ XXIII, № 7

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

КИЕВ — 1980

УДК 621.391.2

А. П. ТРИФОНОВ, С. А. ГАЛУН

ТРЕБОВАНИЯ К ТОЧНОСТИ ТАКТОВОЙ синхронизации ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ШИМ

Рассмотрено влияние ошибок тактовой синхронизации на помехоустойчивость приема сигналов с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ). Сформулированы требования к допустимой величине погрешности синхронизации, обеспечивающие достаточно высокую помехоустойчивость обработки сигналов с ШИМ.

Сигналы с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ) находят широкое применение в радиоэлектронике [1—3] и др. В частности, системы связи, использующие ШИМ, обладают лучшей помехоустойчивостью, чем аналогичные системы, использующие амплитудно-импульсную модуляцию [1]. Оценка длительности импульсных сигналов, принимаемых на фоне помех, рассматривалась в [4, 5] и др. При этом, как правило, предполагалось, что временное положение сигнала с ШИМ известно точно. Однако в практических случаях время прихода сигнала обычно известно неточно, что не позволяет обеспечить потенциальную помехоустойчивость приема. Следуя [6], будем полагать, что при неточно известном времени прихода сигнала с ШИМ в структуру измерителя длительности [4, 5] введен дополнительный канал тактовой синхронизации. Вследствие неизбежного наличия помех в канале синхронизации прием сигнала с ШИМ будет происходить с некоторой ошибкой по времени прихода сигнала. Рассмотрим, в какой степени ошибки синхронизации влияют на помехоустойчивость приема сигналов с ШИМ.

Итак, пусть в течение интервала времени $[-T/2, T/2]$ наблюдается реализация смеси сигнала и шума

$$x(t) = s(t, \theta_0, \tau_0, \varphi_0) + n(t). \quad (1)$$

Здесь $n(t)$ — реализация центрированного белого гауссовского шума с односторонней спектральной плотностью N_0 . В выражении (1) $s(t, \theta_0, \tau_0, \varphi_0) = af[(t - \tau_0)/\theta_0] \cos(\omega_0 t - \varphi_0)$ — радиоимпульс с амплитудой a , несущей частотой ω_0 , неизвестной начальной фазой φ_0 . Причем огибающая $f(t)$ нормирована так, что удовлетворяет условиям:

$$\max f(t) = 1, \quad \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt = 1. \quad (2)$$

Определим эквивалентную длительность θ сигнала $s(t)$ следующим образом [7]:

$$\theta \equiv \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt / \max |s(t)|^2. \quad (3)$$

Тогда, в соответствии с (2) и (3), длительность огибающей полезного сигнала $s(t, \theta_0, \tau_0, \varphi_0)$ равна θ_0 . Предполагается, что временное положение τ_0 полезного сигнала неизвестно и требуется измерить неизвестную эквивалентную длительность θ_0 , принимающую значения из апри-

орного интервала $[\theta_{\min}; \theta_{\max}]$. Следуя [6], полагаем, что в канале синхронизации вырабатывается оценка $\hat{\tau}$ неизвестного времени прихода сигнала τ_0 . Эта оценка используется для формирования опорного сигнала максимально правдоподобного измерителя длительности. Следовательно, оценка θ_m неизвестной длительности θ_0 импульса определяется по положению абсолютного максимума функции

$$M(\theta) = \ln I_0[R(\theta)] - Q(\theta)/2, \quad (4)$$

$$\text{где } Q(\theta) = \frac{a^2}{N_0} \int_{-T/2}^{T/2} f^2[(t - \hat{\tau})/\theta] dt, \quad R(\theta) = \left| \frac{2a}{N_0} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) f[(t - \hat{\tau})/\theta] e^{j\omega_0 t} dt \right|, \quad (5)$$

а $I_0(\cdot)$ — функция Бесселя мнимого аргумента, нулевого порядка. Таким образом, рассматриваемый измеритель отличается от оптимального [4, 5] лишь тем, что его опорный сигнал сформирован с ошибкой $|\hat{\tau} - \tau_0|$ по времени прихода полезного сигнала.

Положим далее, что выполнено условие

$$T \gg \theta_{\max}, \quad (6)$$

а истинное значение длительности θ_0 лежит строго внутри априорного интервала $[\theta_{\min}; \theta_{\max}]$. Отметим, что из (2), (5), (6) следует равенство $Q(\theta) \simeq a^2\theta/N_0$. Подставляя в (5) принятую реализацию (1), получаем, что

$$R(\theta) = z^2 \{G^2(\theta_0, \theta) + 2z^{-1}G(\theta_0, \theta)N_1(\theta) + z^{-2}N_2(\theta)\}^{1/2}, \quad (7)$$

где $z^2 = a^2\theta_0/N_0$ — отношение сигнал/шум для принятого сигнала, а сигнальная функция $G(\theta_0, \theta)$ с учетом (6) имеет вид

$$G(\theta_0, \theta) = \frac{1}{\theta_0} \int_{-\infty}^{\infty} f[(t - \tau_0)/\theta_0] f[(t - \hat{\tau})/\theta] dt. \quad (8)$$

Нормированные шумовые функции $N_1(\theta)$, $N_2(\theta)$ в формуле (7) можно записать как

$$N_1(\theta) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} n(t) f[(t - \hat{\tau})/\theta] \cos(\omega_0 t - \varphi_0) dt / \sqrt{N_0\theta_0}; \quad (9)$$

$$N_2(\theta) = \left| 2 \int_{-\infty}^{\infty} n(t) f[(t - \hat{\tau})/\theta] e^{j\omega_0 t} dt / \sqrt{N_0\theta_0} \right|^2$$

Шумовая функция (9) является реализацией гауссовского централизованного случайного процесса с корреляционной функцией

$$G_N(\theta_1, \theta_2) = \langle N_1(\theta_1) N_1(\theta_2) \rangle = \frac{1}{\theta_0} \int_{-\infty}^{\infty} f(t/\theta_1) f(t/\theta_2) dt. \quad (10)$$

При достаточно больших значениях отношения сигнал/шум в окрестности θ_0 справедливо представление выходного сигнала измерителя (4) формулой [4]

$$M(\theta) \simeq z^2 S(\theta) + z N_1(\theta). \quad (11)$$

В выражении (11) опущены слагаемые, независимые от параметра θ .

Переходя к нормированному выходному сигналу $m(\theta) = M(\theta)/z$, имеем

$$m(\theta) \simeq zS(\theta) + N_1(\theta), \quad (12)$$

где с учетом (8)

$$S(\theta) = G(\theta_0, \theta) - \frac{\theta}{2\theta_0} = \frac{1}{\theta_0} \int_{-\infty}^{\infty} f[(t - \tau_0)/\theta_0] f[(t - \hat{\tau})/\theta] dt - \frac{\theta}{2\theta_0}. \quad (13)$$

Предположим теперь, что огибающая полезного сигнала $f(t)$ дифференцируема не менее двух раз. Тогда, в соответствии с [4], смещение и дисперсия оценки длительности сигнала с неточно известным временным положением имеют вид

$$b(\theta_m | \theta_0, \tau_0, \varphi_0) = \hat{\theta} - \theta_0,$$

$$D(\theta_m | \theta_0, \tau_0, \varphi_0) = \frac{1}{z^2} \left\{ \frac{\partial^2 G_N(\theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} / \left[\frac{d^2 S(\theta)}{d\theta^2} \right]_{\hat{\theta}}^2 \right\}, \quad (14)$$

где $\hat{\theta}$ — положение абсолютного максимума функции (13). Выполняя в (14) дифференцирование с учетом (10), (13), получаем выражение для дисперсии оценки

$$D(\theta_m | \theta_0, \tau_0, \varphi_0) = \frac{\theta_0^2 (1 + \vartheta)}{z^2} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [xf'(x)]^2 dx \right\} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f[x(1 + \vartheta) - \varepsilon] f''(x) dx - 1 \right\}^{-2}. \quad (15)$$

Здесь использованы обозначения $\vartheta = (\hat{\theta} - \theta_0)/\theta_0 = b/\theta_0$, $\varepsilon = (\tau_0 - \hat{\tau})/\theta_0$ — относительная погрешность синхронизации. Полагая в (15) $\varepsilon \rightarrow 0$, так что $\vartheta = \vartheta(\varepsilon) \rightarrow 0$, получаем выражение для дисперсии оценки длительности при идеальной синхронизации

$$D_0(\theta_m | \theta_0, \varphi_0) = \frac{\theta_0^2}{z^2} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [xf'(x)]^2 dx \right\}^{-1}, \quad (16)$$

а смещение оценки при этом равно нулю. Согласно (14), (15), (16), относительный проигрыш в величине рассеяния (среднего квадрата ошибки) оценки длительности дифференцируемого сигнала за счет погрешности синхронизации имеет вид

$$\rho = V(\theta_m | \theta_0, \tau_0, \varphi_0) / D_0(\theta_m | \theta_0, \varphi_0) = (1 + \vartheta) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} [xf'(x)]^2 dx \right\}^2 \times \\ \times \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f[x(1 + \vartheta) - \varepsilon] f''(x) dx - 1 \right\}^{-2} + \vartheta^2 z^2 \int_{-\infty}^{\infty} [xf'(x)]^2 dx, \quad (17)$$

где $V(\theta_m | \theta_0, \tau_0, \varphi_0) = D(\theta_m | \theta_0, \tau_0, \varphi_0) + b^2(\theta_m | \theta_0, \tau_0, \varphi_0)$.

Полученные формулы определяют условные (при заданном ε) характеристики оценки длительности. Если известна плотность вероятности ошибки синхронизации $W(\varepsilon)$, то необходимо (15) усреднить по ε [6].

Однако это усреднение для большинства плотностей вероятности $W(\varepsilon)$ можно выполнить лишь численными методами. Поэтому, не конкретизируя структуру канала синхронизации, рассмотрим далее лишь условные характеристики оценки длительности.

В качестве примера дифференцируемого сигнала рассмотрим радиоимпульс с колокольной огибающей $f(x) = \exp(-x^2\pi/2)$. Тогда, в соответствии с (17), имеем

$$\rho(\varepsilon) = \frac{9}{16} (1 + \vartheta) \left\{ \exp \left[-\frac{\varepsilon^2 \pi}{2(2 + 2\vartheta + \vartheta^2)} \right] \sqrt{\frac{2}{(2 + 2\vartheta + \vartheta^2)^3}} \times \right. \\ \times \left[\frac{\pi^2 \varepsilon^4 (1 + \vartheta)^4}{(2 + 2\vartheta + \vartheta^2)^3} + \frac{6\pi \varepsilon^2 (1 + \vartheta)^2}{(2 + 2\vartheta + \vartheta^2)^2} + \frac{3 - \pi \varepsilon^2 (1 + \vartheta)^2}{2 + 2\vartheta + \vartheta^2} - 1 \right] - \\ \left. - 1 \right\}^{-2} + \frac{3}{4} \vartheta^2 \varepsilon^2, \quad (18)$$

где $\vartheta = \vartheta(\varepsilon)$ — положение абсолютного максимума функции

$$S(y) = (1 + y) \left\{ \sqrt{\frac{2}{2 + 2y + y^2}} \exp \left[-\frac{\varepsilon^2 \pi}{2(2 + 2y + y^2)} \right] - 1/2 \right\}.$$

Зависимость $\rho(\varepsilon)$ изображена на рис. 1 сплошными кривыми для нескольких значений отношения сигнал/шум. На том же рисунке штрихпунктирной кривой изображена зависимость $\rho_0(\varepsilon) = D(\theta_m | \theta_0, \tau_0, \varphi_0) \times \times D_0^{-1}(\theta_m | \theta_0, \varphi_0)$. Из рассмотрения приведенных кривых следует, что проигрыш в величине рассеяния за счет неточности синхронизации возрастает с увеличением отношения сигнал/шум z и модуля относительной погрешности синхронизации $|\varepsilon|$. Кроме того, при $|\varepsilon| \leq 0,1 \div 0,2$ рассмотренный измеритель длительности радиосигнала с колокольной огибающей практически не чувствителен к погрешности тактовой синхронизации. Значительное ухудшение точности оценки длительности наблюдается лишь при $|\varepsilon| \geq 0,35 \div 0,4$.

Выражения (15) ÷ (17) для характеристик оценки длительности неприменимы, если огибающая полезного сигнала недифференцируема. В качестве простейшего и часто используемого [5—7] примера таких сигналов рассмотрим радиоимпульс с прямоугольной огибающей

$$f(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq 1/2, \\ 0, & |t| > 1/2. \end{cases}$$

В этом случае выражение для нормированной сигнальной составляющей $S(\theta)$ выходного сигнала (11) принимает вид

$$S(\theta) = \begin{cases} \theta/2\theta_0, & \theta < \theta_0(1 - 2|\varepsilon|), \\ 1/2 - |\varepsilon|, & \theta_0(1 - 2|\varepsilon|) < \theta < \theta_0(1 + 2|\varepsilon|), \\ 1 - \theta/2\theta_0, & \theta > \theta_0(1 + 2|\varepsilon|), \end{cases} \quad (19)$$

при $|\varepsilon| \leq 1/2$, и

$$S(\theta) = \begin{cases} -\theta/2\theta_0, & \theta < \theta_0(2|\varepsilon| - 1), \\ 1/2 - |\varepsilon|, & \theta_0(2|\varepsilon| - 1) < \theta < \theta_0(2|\varepsilon| + 1), \\ 1 - \theta/2\theta_0, & \theta > \theta_0(2|\varepsilon| + 1), \end{cases} \quad (20)$$

при $|\varepsilon| > 1/2$. Из формулы (20) следует, что при $|\varepsilon| > 1/2$, $S(\theta) < 0$, так что нормальная работа приемного устройства невозможна. Поэтому в дальнейшем будем считать выполненным условие $|\varepsilon| \leq 1/2$. Тогда,

в соответствии с (19), функция $S(\theta)$ принимает максимальное значение $\max_{\theta} S(\theta) = 1/2 - |\varepsilon| \geq 0$ на интервале $(\theta_0(1-2|\varepsilon|); \theta_0(1+2|\varepsilon|))$. Поэтому асимптотическое представление выходного сигнала (11) остается справедливым в окрестности интервала $(\theta_0(1-2|\varepsilon|); \theta_0(1+2|\varepsilon|))$. В соответствии с (10),

$$G_N(\theta_1, \theta_2) = \min(\theta_1, \theta_2)/\theta_0, \quad (21)$$

так что шумовая функция $N_1(\theta)$ является реализацией винеровского процесса с коэффициентом диффузии, равным $1/\theta_0$. Как и выше, будем счи-

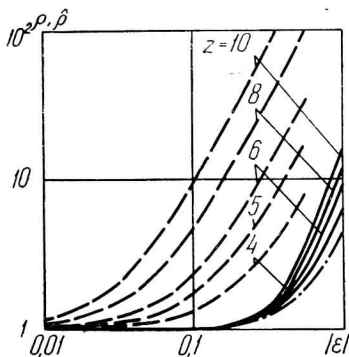


Рис. 1.

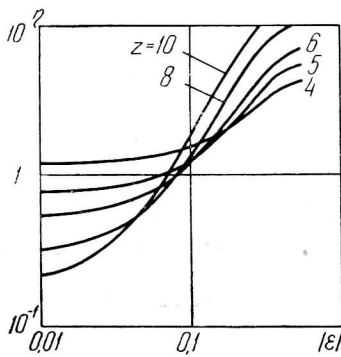


Рис. 2.

тать, что $\theta_0 \in (\theta_{\min}; \theta_{\max})$ и ограничимся рассмотрением случая $\theta_0 \in (\theta_{\min} + 2\theta_0|\varepsilon|; \theta_{\max} - 2\theta_0|\varepsilon|)$.

Для определения характеристик оценки длительности введем в рассмотрение разностный случайный процесс

$$\mu(\theta) = m(\theta) - m(H), \quad \theta, H \in [\theta_{\min}; \theta_{\max}]. \quad (22)$$

Положение абсолютного максимума функции (22) совпадает с оценкой θ_m неизвестной длительности θ_0 . Следовательно, распределение оценки запишется так:

$$F_m(H) = P[\theta_m < H] = P[\max_{[\theta_{\min}; H]} \mu(\theta) > \max_{[H; \theta_{\max}]} \mu(\theta)].$$

Распределение оценки можно выразить через двумерную функцию распределения абсолютных максимумов процесса $\mu(\theta)$:

$$P(u, v, H) = P[\max_{[\theta_{\min}; H]} \mu(\theta) < u, \max_{[H; \theta_{\max}]} \mu(\theta) < v].$$

Функция корреляции разностного процесса (22), в соответствии с (21), равна

$$K_{\mu}(\theta_1, \theta_2) = \min(|H - \theta_1|, |H - \theta_2|)/\theta_0, \quad (23)$$

когда $(H - \theta_1)(H - \theta_2) \geq 0$ и $K_{\mu}(\theta_1, \theta_2) = 0$, когда $(H - \theta_1)(H - \theta_2) \leq 0$. Поэтому отрезки реализаций процесса $\mu(\theta)$ на интервалах $[\theta_{\min}; H]$ и $[H; \theta_{\max}]$ независимы. Значит

$$P(u, v, H) = P[\max_{[\theta_{\min}; H]} \mu(\theta) < u] P[\max_{[H; \theta_{\max}]} \mu(\theta) < v] = P_{1H}(u) P_{2H}(v),$$

а распределение оценки равно [7]

$$F_m(H) = \int_0^{\infty} P_{2H}(u) dP_{1H}(u). \quad (24)$$

Обозначим $y(\theta) = u - \mu(\theta)$, $\theta_{\min} \leq \theta < H$ и $x(\theta) = v - \mu(\theta)$, $H \leq \theta \leq \theta_{\max}$. Тогда $P_{1H}(u) = P[y(\theta) > 0]$, $P_{2H}(v) = P[x(\theta) > 0]$. Воспользовавшись формулировкой теоремы Дуба [8], приведенной в [9], получаем, что функции $x(\theta)$ и $y(\theta)$ являются, в соответствии с (23), реализациями марковского гауссовского процесса. Из (19) и (23) находим коэффициенты сноса и диффузии этого процесса

$$K_1(\theta) = z \begin{cases} -1/2\theta_0, & \theta < \theta_0(1 - 2|\varepsilon|), \\ 0, & \theta_0(1 - 2|\varepsilon|) < \theta < \theta_0(1 + 2|\varepsilon|), \\ 1/2\theta_0, & \theta > \theta_0(1 + 2|\varepsilon|), \end{cases} \quad K_2 = 1/\theta_0. \quad (25)$$

Следовательно, например, для $P_{2H}(v)$ можем записать:

$$P_{2H}(v) = \int_0^\infty W_H(x, \theta_{\max}) dx, \quad (26)$$

где $W_H(x, \theta_{\max}) = W_H(x, \theta)|_{\theta=\theta_{\max}}$, а $W_H(x, \theta)$ — решение уравнения Фоккера — Планка — Колмогорова [8]

$$\frac{\partial}{\partial \theta} W_H(x, \theta) + \frac{\partial}{\partial x} [K_1(\theta) W_H(x, \theta)] - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [K_2 W_H(x, \theta)] = 0 \quad (27)$$

с коэффициентами (25) в области $x > 0$, $H < \theta \leq \theta_{\max}$ при начальном и граничных условиях $W_H(x, \theta)|_{\theta=H} = \delta(x - v)$, $W_H(x, \theta)|_{x=0} = W_H(x, \theta)|_{x=\infty} = 0$. Решение краевой задачи (27) ищется методом отражения с переменной знака [8] подобно тому, как это сделано в [5, 7]. После подстановки $W_H(x, \theta_{\max})$ в (26), получаем распределение $P_{2H}(v)$. Аналогично определяется распределение $P_{1H}(u)$. Подставляя далее найденные распределения $P_{1H}(u)$, $P_{2H}(v)$ в (24), получаем распределение $F_m(H)$ оценки длительности θ_m . Используя полученное таким образом распределение $F_m(H)$, находим приближенные выражения для смещения и дисперсии оценки длительности прямоугольного радиоимпульса с учетом погрешности синхронизации:

$$\widehat{b}(\theta_m | \theta_0, \tau_0, \varphi_0) \simeq 0, \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \widehat{D}(\theta_m | \theta_0, \tau_0, \varphi_0) &\simeq 2\theta_0^2 \left\{ \varepsilon^2 + 8 \exp(2z^2 |\varepsilon|) [1 - \Phi(2z |\varepsilon|^{1/2})] \times \right. \\ &\times \left[-\frac{8}{3} z^2 |\varepsilon|^3 + 8\varepsilon^2 - \frac{13}{2} z^{-2} |\varepsilon| + \frac{13}{4} z^{-4} \right] + \\ &\left. + \frac{8}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{4}{3} z |\varepsilon|^{5/2} - \frac{13}{3} z^{-1} |\varepsilon|^{3/2} + \frac{13}{2} z^{-3} |\varepsilon|^{1/2} \right] \right\}, \end{aligned}$$

где $\Phi(\cdot)$ — интеграл вероятности [4]. Точность формул (28) растет с увеличением отношения сигнал/шум z . Полагая в (28) $\varepsilon \rightarrow 0$, получаем выражение для смещения и дисперсии оценки длительности при идеальной синхронизации [5]

$$\widehat{b}_0(\theta_m | \theta_0, \varphi_0) \simeq 0, \quad \widehat{D}_0(\theta_m | \theta_0, \varphi_0) \simeq 26\theta_0^2/z^4. \quad (29)$$

Согласно (28), (29) относительный проигрыш в величине рассеяния оценки длительности прямоугольного радиоимпульса за счет погрешности синхронизации имеет вид

$$\widehat{\rho}(\varepsilon) = \widehat{D}(\theta_m | \theta_0, \tau_0, \varphi_0) / \widehat{D}_0(\theta_m | \theta_0, \varphi_0) = \frac{\varepsilon^2 z^4}{13} + \frac{8}{13} \left\{ \exp(2z^2 |\varepsilon|) [1 - \right.$$

$$- \Phi(2z|\varepsilon|^{1/2}) \left[-\frac{8}{3} z^6 |\varepsilon|^3 + 8z^4 \varepsilon^2 - \frac{13}{2} z^2 |\varepsilon| + \frac{13}{4} \right] + \\ + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{4}{3} z^5 |\varepsilon|^{5/2} - \frac{13}{3} z^3 |\varepsilon|^{3/2} + \frac{13}{2} z |\varepsilon|^{1/2} \right]. \quad (30)$$

Зависимость $\hat{\rho}(\varepsilon)$ (30) изображена на рис. 1 штриховыми кривыми для нескольких значений отношения сигнал/шум. Отметим, что рассеяние оценки длительности прямоугольного радиоимпульса растет с увеличением погрешности синхронизации $|\varepsilon|$ значительно быстрее, чем при приеме радиоимпульса с дифференцируемой огибающей.

На рис. 2 приведена зависимость $\eta(\varepsilon) = \hat{D}(\theta_m | \theta_0, \tau_0, \varphi_0) \times \times V^{-1}(\theta_m | \theta_0, \tau_0, \varphi_0)$, построенная с учетом (14), (15), (28) для нескольких значений отношения сигнал/шум. Кривые рис. 2 позволяют выбрать оптимальную форму полезного сигнала в зависимости от величины отношения сигнал/шум и достижимой точности тактовой синхронизации. В частности, при $z=5 \div 10$ и относительной погрешности синхронизации $|\varepsilon| \leq 0,06 \div 0,08$ предпочтительней использование сигналов с прямоугольной огибающей. Напротив, при $z=5 \div 10$ и $|\varepsilon| \geq 0,06 \div 0,08$ применение сигналов с дифференцируемой (колокольной) огибающей приводит к меньшим значениям среднеквадратичной ошибки измерения длительности. С другой стороны, при $z \leq 4 \div 4,5$, $\eta(\varepsilon) > 1$ при любых значениях относительной погрешности $|\varepsilon|$, т. е. применение сигналов с прямоугольной огибающей нецелесообразно. Таким образом, требования к точности синхронизации для сигналов с прямоугольной огибающей в целом значительно выше, чем для сигналов с дифференцируемой огибающей. Аналогичный вывод получен в [6] применительно к обнаружению сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Марков В. В. Малоканальные радиорелейные линии связи. М., «Советское радио», 1963.
2. Куликов С. В., Чистяков Б. В. Дискретные преобразователи сигналов на транзисторах. М., «Энергия», 1972.
3. Маланов В. В. О применении и принципах осуществления двухтактной широтно-импульсной модуляции второго рода. — «Радиотехника», 1967, 22, № 12, с. 13—17.
4. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М., «Советское радио», 1978.
5. Трифонов А. П. Прием сигнала с неизвестной длительностью на фоне белого шума. — «Радиотехника и электроника», 1977, 22, № 1, с. 90—98.
6. Горяинов В. Т. Требования к точности тактовой синхронизации в системах передачи двоичной информации. — «Изв. вузов — Радиоэлектроника», 1970, 13, № 7, с. 787—798.
7. Терентьев А. С. Распределение вероятности временного положения абсолютного максимума на выходе согласованного фильтра. — «Радиотехника и электроника», 1968, 13, № 4, с. 652—657.
8. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. М., «Советское радио», 1977.
9. Kailath T. Some integral equations with nonrational kernels. — IEEE Trans., 1966, IT-12, N 4, p. 442—447.

Поступила в редакцию
15 VI 1979 г.

см. также, Р. Г. Карпов, Н. Г. Карнов, Преобразование и математическая обработка широкоимпульсных сигналов, М. машиностроение, 1977, 166 с.