

67

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

67

АВТОМЕТРИЯ

(Отдельный оттиск)

1

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
НОВОСИБИРСК · 1983

- измерителя мгновенной и средней скорости воздушного потока.— В кн.: Докл. II Всесоюз. конференции по методам аэрофизических исследований. Новосибирск: ИГиЛ СО АН СССР, 1979.
4. Зуев В. Н., Колотаев Н. П., Миронов А. М. Расширение характеристик электронного частотомера для селекции и измерения параметров кратковременных сигналов.— Тр. Рязанского радиотехн. ин-та. Рязань, 1975, вып. 68.
 5. Ковтун А. К., Шкуро А. Н. Принципы построения цифровых измерителей интервалов времени.— ПТЭ, 1973, № 1.
 6. Беспалько В. А. Специализированный аналого-цифровой процессор для дискретной системы ЛДИС.— В кн.: Тез. докл. III Всесоюз. сов. «Экспериментальные методы и аппаратура для исследования турбулентности». Новосибирск: ИТ СО АН СССР, 1979.
 7. Гродзовский Г. Л. Выбор оптимальных параметров лазерного доплеровского измерителя скорости жидкости и газа.— Ученые записки ЦАГИ, 1976, т. VII, № 5.
 8. Карпов В. А., Колотаев Н. П., Мезенцева С. Ф., Никитин В. Е. Автоматизация научного эксперимента в натурной аэродинамической трубе с ЛДИС.— В кн.: Материалы Всесоюз. конференции «Автоматизация научных исследований на основе применения ЭВМ». Новосибирск: ИАиЭ СО АН СССР, 1977.

Поступило в редакцию 22 декабря 1980 г.

УДК 621.391

С. А. ГАЛУН, А. В. ЗЮЛЬКОВ, А. П. ТРИФОНОВ
(Воронеж)

ОЦЕНКА ПЛОЩАДИ ОПТИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ФОНЕ ШУМОВ

Задача оценки параметров оптических изображений рассматривалась в работах [1, 2] и др. Однако в [1, 2] найдена лишь потенциальная точность оценки неэнергетических параметров изображения. Зарегистрированное оптическое черно-белое изображение будем описывать пуассоновским полем случайных точек [1—3]. Для фотоэлектронного приемника эти точки соответствуют вылетевшим фотоэлектронам, а для фотопластинок и фотопленок — светочувствительным центрам, в которых поглощены кванты света. Полагая, что шумы (фон) равномерно засвечивают весь экран (область наблюдения G), интенсивность изображения обозначим $\lambda(\xi)$, $\xi = (\xi_1, \xi_2)$, $\xi \in G$. Распределение интенсивности полезного изображения $\lambda_s(\xi/\chi)$ зависит от характеризующего его масштаб параметра $\chi \in [\chi_{\min}; \chi_{\max}]$. При этом $\lambda(\xi) = \lambda_s(\xi/\chi) + \lambda_N$, где λ_N — интенсивность шумов, а

$$\lambda_s(\xi) = \begin{cases} \lambda_0, & \xi \in \Omega, \\ 0, & \xi \notin \Omega. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь Ω — область, ограниченная контуром изображения, площадь которой равна E_s . Если в выбранной системе координат (ξ_1, ξ_2) $E_s = 1$, то параметр χ численно равен площади полезного изображения. Для измерения площади оптического изображения χ_0 по наблюдаемой в области G реализации $N(\xi)$ воспользуемся методом максимального правдоподобия. Тогда оценка χ_m площади χ_0 определяется как положение абсолютного максимума логарифма функционала отношения правдоподобия [2]:

$$M(\chi) = \int_G \ln [1 + \lambda_s(\xi/\chi)/\lambda_N] dN(\xi) - \int_G \lambda_s(\xi/\chi) d\xi \quad (2)$$

при $\chi \in [\chi_{\min}; \chi_{\max}]$. Используя (1), перепишем (2) как

$$M(\chi) = \ln(1 + \lambda_0/\lambda_N) N_\chi - \chi \lambda_0 E_s, \quad (3)$$

где N_χ — число случайных точек наблюдаемой реализации $N(\xi)$ в области, имеющей форму полезного изображения (1) с площадью χE_s . Согласно (3), устройство для измерения площади оптического изображения можно представить в виде рис. 1, где 1 — анализируемое изображение; 2 — сменная маска с отверстием, имеющим форму области Ω с различными значениями площади χE_s ; 3 — фотоэлектронный преобразователь, выходной сигнал которого пропорционален числу точек изображения N_χ в пределах отверстия маски, а $\psi = \lambda_0 E_s / \ln(1 + \lambda_0/\lambda_N)$. Устройство позволяет путем смены масок получить $M(\chi)$ для различных $\chi_i \in [\chi_{\min}; \chi_{\max}]$, $i = 1, n$, n — число используемых масок. Площадь отверстия маски, для которой $M(\chi_i)$ достигает наибольшего значения, является оценкой неизвестной площади изображения (1). Рассмотренное устройство, хотя и реализует метод максимального правдоподобия, обладает ря-

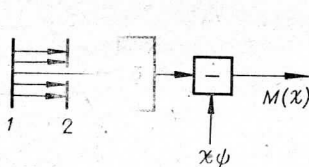


Рис. 1.

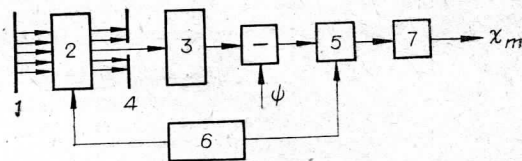


Рис. 2.

дом серьезных недостатков. Действительно для достижения высокой точности измерения необходимо использовать большое число сменных масок n , что приводит к значительным затратам времени. Кроме того, если изображение (1) имеет сложную форму, изготовление большого числа масок с разными площадями отверстий может вызвать существенные затруднения. Рассмотрим еще один вариант реализации оптимального измерителя площади оптического изображения, для чего, сделав замену переменной интегрирования $\eta = \xi/\sqrt{\chi}$, перепишем (2) в следующем виде:

$$M(\chi) = \chi \ln(1 + \lambda_0/\lambda_N) \left[\int_{\Omega} d\tilde{N}(\eta \sqrt{\chi}) - \psi \right]. \quad (4)$$

Это выражение позволяет функционально реализовать измеритель площади в виде устройства, показанного на рис. 2. Здесь обозначения 1 и 3 те же, что и на рис. 1; 2 — устройство, уменьшающее масштаб изображения в $\sqrt{\chi}$ раз по обоим осям; 4 — маска с отверстием Ω ; 5 — усилитель с коэффициентом усиления, пропорциональным χ ; 6 — генератор, вырабатывающий сигнал $u(t) = (\chi_{\max} - \chi_{\min})t/T + \chi_{\min}$, управляющий блоками 2, 5 и работающий в течение времени анализа $[0; T]$; 7 — устройство, фиксирующее положение t_m абсолютного максимума выходного сигнала усилителя 5. Искомая оценка χ_m в решающем устройстве 7 легко находится из соотношения $\chi_m = t_m(\chi_{\max} - \chi_{\min})/T + \chi_{\min}$. Для изменения масштаба анализируемого изображения может быть использован объектив с переменным фокусным расстоянием или соответствующая электронно-оптическая система [4]. В последнем случае время анализа T можно существенно уменьшить. Очевидно, выбор между двумя возможными способами реализации оптимального измерителя площади зависит как от степени сложности формы полезного изображения, так и от требований к длительности и точности процедуры измерения.

Определим точность оценки максимального правдоподобия площади оптического изображения. С этой целью представим $M(\chi)$ (2) в виде суммы сигнальной и шумовой составляющих [5]:

$$M(\chi) = S(\chi) + N(\chi), \quad S(\chi) = \langle M(\chi) \rangle = \mu \{ q \ln(1 + q) \min(\chi_0, \chi) - [q - \ln(1 + q)] \chi \} / \chi_{\max}, \quad N(\chi) = M(\chi) - \langle M(\chi) \rangle, \quad (5)$$

где $q \equiv \lambda_0/\lambda_N$, $\mu \equiv \lambda_N E s \chi_{\max}$. При этом $\langle N(\chi) \rangle = 0$ и

$$\langle N(\chi_1) N(\chi_2) \rangle = \frac{\mu(1+q) \ln^2(1+q)}{\chi_{\max}} \begin{cases} \min(\chi_1, \chi_2), & \min(\chi_1, \chi_2) < \chi_0, \\ [\min(\chi_1, \chi_2) + q\chi_0]/(1+q), & \min(\chi_1, \chi_2) > \chi_0. \end{cases} \quad (6)$$

Усреднение в (5), (6) проводится по реализациям $\tilde{N}(\xi)$ наблюдаемого поля. Как следует из (5), (6), сигнальная и шумовая функции на выходе измерителя не дифференцируемы. Поэтому найти смещение и дисперсию оценки с помощью разложения $M(\chi)$ в ряд Тейлора не удается. В частности, использование в рассматриваемом случае формулы Крамера — Рао [5] приводит к тривиальной нулевой нижней границе для дисперсии оценки. Поэтому рассмотрим несколько подробнее свойства сигнальной и шумовой функций.

Введем взаимно-однозначное непрерывное преобразование измеряемого параметра

$$\chi = \frac{\chi_{\max}}{\mu(1+q) \ln^2(1+q)} \begin{cases} l, & l < l_0, \\ (1+q)l - ql_0, & l > l_0, \end{cases}$$

которое приводит выражения (5), (6) к виду

$$\hat{M}(l) = M(\chi(l)) = \hat{S}(l) + \hat{N}(l), \quad \langle \hat{N}(l) \rangle = 0, \\ \hat{S}(l) = \begin{cases} \Gamma_1(q)l, & l < l_0; \\ \Gamma_2(q)l_0 - [\Gamma_2(q) - \Gamma_1(q)]l, & l > l_0; \end{cases} \quad \langle \hat{N}(l_1) \hat{N}(l_2) \rangle = \min(l_1, l_2).$$

Здесь $l_0 = \mu(1+q) \ln^2(1+q) \chi_0/\chi_{\max}$, $\Gamma_1(q) = \ln^{-1}(1+q) - q(1+q)^{-1} \ln^{-2}(1+q)$, $\Gamma_2(q) = q^2(1+q)^{-1} \ln^{-2}(1+q)$.

Отметим, что согласно [6] при $\mu \rightarrow \infty$ функция $\hat{M}(l)$ представляет собой реализацию асимптотически марковского гауссова процесса. Коэффициенты сноса и диф-

фазиз этого процесса определяются выражением

$$a(l) = \begin{cases} \Gamma_1(q), & l < l_0; \\ \Gamma_1(q) - \Gamma_2(q), & l > l_0; \end{cases} \quad b = 1.$$

Для расчета характеристик оценки χ_m воспользуемся подходом, развитым в [7]. Решая аналогично [7] соответствующие уравнения Фоккера — Планка — Колмогорова, найдем вместе с распределением оценки ее смещение

$$d(\chi_m | \chi_0) = \langle \chi_m - \chi_0 | \chi_0 \rangle \simeq \mu_s^{-1} q [\Gamma_1^3 (2\Gamma_2 - \Gamma_1) (1 + q) - (\Gamma_2 + \Gamma_1) (\Gamma_2 - \Gamma_1)^3] \times \\ \times [2(1 + q) \ln^2(1 + q) \Gamma_1^2 \Gamma_2^2 (\Gamma_2 - \Gamma_1)^2]^{-1} \quad (7)$$

и рассеяние (средний квадрат ошибки)

$$V(\chi_m | \chi_0) = \langle (\chi_m - \chi_0)^2 | \chi_0 \rangle \simeq \mu_s^{-2} q^2 \{ [2\Gamma_2^3 - (\Gamma_2 - \Gamma_1)^2 (2\Gamma_2 - \Gamma_1)] \Gamma_1^4 (1 + q)^2 + \\ + [2\Gamma_2^3 - (\Gamma_1 + \Gamma_2) \Gamma_1^2] (\Gamma_2 - \Gamma_1)^4 [2(1 + q)^2 \ln^4(1 + q) \Gamma_1^4 \Gamma_2^3 (\Gamma_2 - \Gamma_1)^4]^{-1}. \quad (8)$$

Здесь $\mu_s = \lambda_0 E_s$ — среднее число точек изображения с единичной площадью E_s . Точность формул (7), (8) возрастает с увеличением μ . Анализ показывает, что условное смещение и рассеяние оценки площади изображения не зависят от ее истинного значения χ_0 и совпадают с безусловными характеристиками оценки $d(\chi_m)$ и $V(\chi_m)$. Поскольку смещение оценки χ_m постоянно, при необходимости нетрудно получить несмещенную оценку $\hat{\chi}_m = \chi_m - d(\chi_m)$. Она обладает такой же дисперсией, что и оценка максимального правдоподобия χ_m :

$$D(\chi_m) = \langle (\chi_m - \langle \chi_m \rangle)^2 \rangle = \langle (\hat{\chi}_m - \chi_0)^2 \rangle = V(\chi_m) - d^2(\chi_m).$$

Выражения (7), (8) существенно упрощаются, если $q \ll 1$:

$$d(\chi_m) \simeq -7/(6\mu_s), \quad V(\chi_m) \simeq 26/(q^2 \mu_s^2). \quad (9)$$

Если же $q \gg 1$, то

$$d(\chi_m) \simeq -1/(2\mu_s), \quad V(\chi_m) \simeq 1/\mu_s^2. \quad (10)$$

Из последней формулы следует, что оценка площади оптического изображения имеет ненулевое рассеяние даже в отсутствие шумов ($q \rightarrow \infty$). Это объясняется случайным характером самого полезного изображения. Численные расчеты показывают, что формулы (9) и (10) являются удовлетворительной аппроксимацией рассеяния оценки при $q \leq 0,05 \div 0,1$ и $q \geq 10^3 \div 5 \cdot 10^3$ соответственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бакут П. А., Троицкий И. Н., Устинов Н. Д. Потенциальная точность оценки параметров оптических изображений. — Изв. АН СССР. Сер. Техн. кибернетика, 1976, № 4.
2. Федосеев В. И., Широков В. Ф. Обнаружение и оценка положения источника сигнала, модулирующего пуассоновское случайное поле. — Изв. высш. учебн. заведений. Сер. Радиофизика, 1975, т. 18, № 2.
3. Заворуев Ю. В., Троицкий И. Н. Об оптимальном числе коэффициентов обобщенного ряда Фурье при распознавании маломощных оптических изображений. — Автоматика, 1977, № 4.
4. Горелик С. Л., Кац Б. М. Электронно-лучевые трубки в системах обработки информации. — М.: Энергия, 1977.
5. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. — М.: Сов. радио, 1978.
6. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. — М.: Сов. радио, 1966.
7. Трифонов А. П. Прием сигнала с неизвестной длительностью на фоне белого шума. — Радиотехника и электроника, 1977, т. 22, № 1.

Поступило в редакцию 10 августа 1981 г.