69

69

Р А Д И О Т Е Х Н И К А

1983, № 7

УДК 621.391.08

А. П. ТРИФОНОВ, В. К. БУТЕЙКО

ОЦЕНКА ЧАСТОТЫ ФАЗОМАНИПУЛИРОВАННОГО СИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНЫМ ЗАКОНОМ ФОРМИРОВАНИЯ

Найдены дисперсии оценки максимального правдоподобия и квазиоптимальной оценки частоты, потери в точности оценки из-за неизвестного закона формирования сигнала и формула для расчета интервала дискретности начальной фазы многоканального измерителя частоты.

Пусть на вход приемника поступает аддитивная смесь $x(t)$ гауссовского белого шума с односторонней спектральной плотностью N_0 и фазоманипулированного сигнала

$$s(t)=\begin{cases} a\sum\limits_{k=-L/2}^{k=L/2} q_k \operatorname{rect}\left[\dfrac{t-k\Delta}{\Delta}\right]\cos(\omega t-\varphi) & \text{при} \quad |t|\leqslant T/2, \\ 0, & \quad |t|>T/2, \end{cases} \tag{1}$$

где Δ — длительность одного элемента сигнала; a, ω и φ — неизвестные амплитуда, частота и начальная фаза сигнала; неизвестные величины $q_k=1$ (или -1). Набор $\{q_k\}$, $k=\overline{-L/2;\ L/2}$ образует неизвестную априори кодовую последовательность, соответствующую манипуляции фазы на π; $\operatorname{rect}(x)=1$, если $|x|\leqslant 1/2$, и $\operatorname{rect}(x)=0$, если $|x|>1/2$. По принятой реализации $x(t)$ необходимо найти оценку неизвестной частоты ω сигнала (1).

Прием сигналов вида (1) рассмотрен в [1, 2 и др.], где основная задача заключалась в определении неизвестного кода. С этой целью последовательность $\{q_k\}$ аппроксимировалась марковской цепью с известными статистическими характеристиками. Если аппроксимация марковской цепью неприменима или статистические характеристики этой цепи неизвестны, решение задачи методами теории оптимальной нелинейной фильтрации затруднительно. В этом случае оценку неизвестной частоты ω сигнала (1) можно найти, воспользовавшись методом максимального правдоподобия [3].

Приемник максимального правдоподобия должен вырабатывать логарифм функционала отношения правдоподобия (ЛФОП) как функцию всех неизвестных параметров сигнала (1). В качестве оценки ω_m при этом используется положение абсолютного максимума ЛФОП. Записав ЛФОП для сигнала (1) и максимизируя его вначале по q_k, а затем по a, получаем монотонную зависимость от функции

$$M(\omega,\varphi)=\sum_{k=-L/2}^{k=L/2} |M_k(\omega,\varphi)|, \tag{2}$$

где $M_k(\omega,\varphi)=\int\limits_{(k-1/2)\Delta}^{(k+1/2)\Delta} x(t)\cos(\omega t-\varphi)\,dt.$

Следовательно, приемник должен вырабатывать функцию $M(\omega,\varphi)$ для всех возможных значений ω и φ. Оценка определяется по положению точки $(\omega_m,\ \varphi_m)$, где (2) достигает абсолютного максимума.

Полагая, что отношение сигнал-шум $Q=a^2L\Delta/N_0$ велико, для расчета дисперсии оценки частоты воспользуемся методом малого параметра [3]. Интерпретируя оценку максимального правдоподобия ω_m как результат совместного оценивания частоты и начальной фазы сигнала (1), найдем корреляционную матрицу этих оценок. Выделяя затем элемент матрицы, соответствующий неизвестной частоте, и полагая, $L\gg 1$, получаем

$$D(\omega_m)=12/Q\Delta^2L^2\,[2\Phi(z)-1]^2, \tag{3}$$

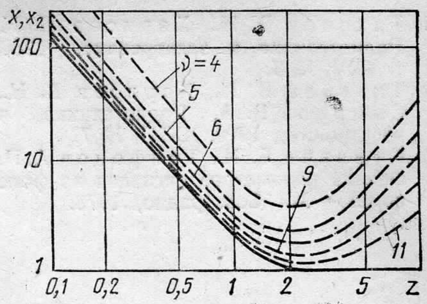
где $\Phi(\cdot)$ — интеграл вероятности [4]: $z^2=a^2\Delta/N_0$ — отношение сигнал-шум для одного элемента сигнала (1), причем величина его практически совпадает с входным отношением сигнал-шум по мощности [5]. Если $z\ll 1$, но $Q=Lz^2\gg 1$, формула (3) принимает вид:

$$D(\omega_m)\approx 6\pi/Q\Delta^2L^2z^2; \tag{4}$$

$$D(\omega_m)\approx 12/Q\Delta^2L^2 \quad \text{при} \quad z\gg 1. \tag{5}$$

Найдем потери в точности оценки частоты ФМн сигнала из-за незнания его кода. При априори известном коде сигнала (1) дисперсия оценки его частоты $D_0(\omega_m)$

совпадает с (5), поэтому при больших значениях z проигрыш в точности оценки практически отсутствует. В то же время при $z \ll 1$ имеем $D(\omega_m)/D_0(\omega_m) = \pi/2z^2 \gg 1$. Следовательно, незнание закона формирования ФМн сигнала приводит к существенным потерям в точности оценки частоты, когда отношение сигнал-шум для одного элемента сигнала (1) мало. На рисунке сплошной линией нанесена зависимость $\chi(z) = D(\omega_m)/D_0(\omega_m) = [2\Phi(z) - 1]^{-2}$, характеризующая потери в точности оценки частоты из-за незнания закона формирования ФМн сигнала. Как видим, уже при $z \geqslant 2$ потери в точности оценки пренебрежимо малы.



Согласно (2) для получения оценки максимального правдоподобия частоты сигнала (1) с неизвестным кодом необходим поиск положения абсолютного максимума функции двух параметров $M(\omega, \varphi)$, что существенно затрудняет реализацию приемника максимального правдоподобия. Более простая структура будет у квазиоптимального приемника, выполняющего некогерентную обработку сигнала (1). Предположим, что вследствие незнания кода начальные фазы отдельных посылок независимы и распределены равновероятно в интервале $[-\pi; \pi]$. Тогда, усредняя ЛФОП по начальным фазам элементов сигнала и полагая $z \ll 1$, находим, что квазиоптимальный приемник должен вырабатывать функцию

$$M_1(\omega) = \sum_{k=-L/2}^{k=L/2} [X_k^2(\omega) + Y_k^2(\omega)], \tag{6}$$

$$\left.\begin{matrix} X_k(\omega) \\ Y_k(\omega) \end{matrix}\right\} = \frac{2}{N_0} \int\limits_{(k-1/2)\Delta}^{(k+1/2)\Delta} x(t) \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} \omega t \, dt,$$

следовательно, структура квазиоптимального приемника инвариантна к виду кодовой последовательности сигнала (1). Кроме того, в отличие от оптимального приемника (2), для получения квазиоптимальной оценки частоты достаточно найти положение абсолютного максимума функции одного аргумента (6).

Выходной сигнал квазиоптимального приемника (6) совпадает с выходным сигналом приемника, оптимального для приема некогерентной пачки импульсов [3, 6]. Поэтому, воспользовавшись результатами [6], сразу можно записать выражение для дисперсии квазиоптимальной оценки при $Q \gg 1$

$$D_1(\omega_m) = 12(2 + z^2)/Q\Delta^2 z^2. \tag{7}$$

Сравнивая (7) и (4), при $z \ll 1$ получаем: $D_1(\omega_m)/D(\omega_m) = 4L^2/\pi \gg 1$. Далее, при $z \gg 1$ из (7) и (5) следует: $D_1(\omega_m)/D(\omega_m) = L^2 \gg 1$. Таким образом, хотя реализация квазиоптимального приемника (6) существенно проще, чем оптимального (2), его применение приводит к значительному проигрышу в точности оценки.

Реализация оптимального приемника (2) требует использования многоканальной схемы обработки с дискретными значениями неизвестных параметров ω и φ [3, 6]. Определим требования к числу каналов, опорные сигналы которых отличаются начальными фазами. Обозначим $\Delta\varphi = \varphi_0 - \hat{\varphi}$, где φ_0 — начальная фаза принимаемого сигнала, $\hat{\varphi}$ — начальная фаза опорного сигнала ближайшего канала. Полагаем, что число каналов ν на интервале $[0; \pi]$ больше трех, так что $|\Delta\varphi| < \pi/4$. Оценка теперь определяется как положение наибольшего максимума функции $M_2(\omega) = \sum_{k=-L/2}^{k=L/2} |M_k(\omega, \hat{\varphi})|$.

Рассматривая эту оценку как квазиоптимальную и пользуясь методом малого параметра [3], получаем при $Q \gg 1$ и $L \gg 1$ дисперсию оценки

$$D_2(\omega) = \frac{12\{1 + z^2 \sin^2 \Delta\varphi [2\Phi(z \cos \Delta\varphi) - 1]^2\}}{Q\Delta^2 L^2 \{[2\Phi(z \cos \Delta\varphi) - 1] \cos \Delta\varphi - z \sin^2 \Delta\varphi \exp(-z^2 \cos^2 \Delta\varphi/2) \sqrt{2/\pi}\}^2}. \tag{8}$$

На рисунке штриховыми линиями нанесены зависимости отношения

$$\chi_2(z) = D_2(\omega_m)/D_0(\omega_m) = \{1 + z^2 \sin^2 \Delta\varphi [2\Phi(z \cos \Delta\varphi) - 1]^2\} \times$$
$$\times \{[2\Phi(z \cos \Delta\varphi) - 1] \cos \Delta\varphi - z \sin^2 \Delta\varphi \exp(-z^2 \cos^2 \Delta\varphi/2) \sqrt{2/\pi}\}^{-2}$$

для различного числа каналов ν. Эти зависимости характеризуют максимальный проигрыш в точности оценки из-за дискретности фазы опорного сигнала при неизвестном коде сигнала (1). Так, при $z<1$ и использовании $\nu=4$ каналов ($|\Delta\varphi|\leqslant\pi/6$) дисперсия (8) увеличивается по сравнению с дисперсией оптимальной оценки (3) не более чем в 4 раза. Необходимое число дискрет частоты можно рассчитать обычным образом [3, 6] по допустимому проигрышу в точности оценки по сравнению с оптимальной (3).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тихонов В. И., Харисов В. Н. Радиотехника и электроника, 1980, т. XXV, № 3.
2. Тихонов В. И., Харисов В. Н., Смирнов В. А. Радиотехника и электроника, 1978, XXIII, № 7.
3. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех.— М.: Сов. радио, 1978.
4. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника.— М.: Сов. радио, 1966.
5. Тузов Г. И. Статистическая теория приема сложных сигналов.— М.: Сов. радио, 1977.
6. Куликов Е. И. Вопросы оценок параметров сигналов при наличии помех.— М.: Сов. радио, 1969.

Поступила 26 января 1983 г.

УДК 621.391:621.376.52

В. И. КАРПУХИН, Г. Д. МИХАЙЛОВ, Ю. В. СМИРНОВ

СПЕКТР ИМПУЛЬСНОЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ С ПЕРИОДОМ, МОДУЛИРОВАННЫМ УЗКОПОЛОСНЫМ СЛУЧАЙНЫМ ПРОЦЕССОМ

Излагается методика расчета энергетического спектра. Полученные соотношения позволяют по заданным вероятностным характеристикам модулирующего процесса определять форму и ширину спектральных составляющих, концентрирующихся в окрестности гармоник частоты повторения импульсов.

Импульсные последовательности широко используются для передачи сообщений, в которых применяется двухуровневая манипуляция фазы или частоты [1, 2]. Для определения оптимальной полосы частот каналов связи надо знать энергетические спектры как импульсных последовательностей, так и радиосигналов, промодулированных ими. Расчету энергетического спектра импульсных последовательностей посвящены работы [3—5, 7, 10] и др. Однако для импульсных последовательностей со случайными приращениями периода следования результаты получены в предположении независимости приращений или при учете корреляции только двух соседних периодов [5, 6]. В данной статье рассмотрена более общая задача о спектре импульсной последовательности с фиксированной средней скважностью и коррелированными приращениями периода следования при общих предположениях о характере флуктуации периода следования.

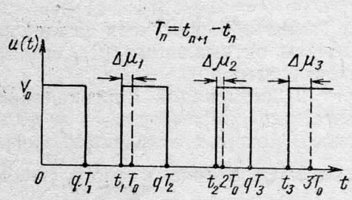


Рис. 1

Импульсная последовательность со случайными приращениями периода следования и постоянной амплитудой импульсов (рис. 1) может быть представлена в виде [3, 5]

$$u(t)=\sum_n V_n\,(t-nT_0-\mu_n), \tag{1}$$

где T_0 — среднее за время наблюдения значение периода следования импульсов; $\mu_n = \mu(nT_0)$ — функция, описывающая случайные приращения периодов следования, с нулевым средним и заданными одномерной $w(\mu)$ и двумерной $w_2(\mu_1,\mu_2)$ функциями плотности вероятности; $V_n(t)$ — функция, описывающая форму импульса.

Длительность импульса в n-м периоде следования с постоянной скважностью Q

$$\tau_{\text{и}n}=qT_n=q\,(T_0+\mu_{n+1}-\mu_n),\quad q=Q^{-1}\,. \tag{2}$$