

45

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

45

Триггер

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Том XXIX

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

2

МОСКВА · 1984

УДК 621.396.67.01

ОЦЕНКА МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ТОЧЕЧНОЙ ЦЕЛИ
В ЗОНЕ ФРЕНЕЛЯ ПРИЕМНОЙ АНТЕННЫ

Трифонов А. П., Шаранов С. И.

Найдены характеристики совместной оценки максимального правдоподобия дальности и углового положения цели с учетом аномальных ошибок в априорной области произвольных размеров. Учтено непостоянство разрешающей способности приемной системы по оцениваемым параметрам при изменении местоположения цели. Применительно к оценке дальности рассмотрена оптимизация двухпозиционной дискретно-непрерывной антенны.

Обработка пространственно-временных сигналов в зоне Френеля рассматривалась в работах [1, 2 и др.]. В работе [1] найдена предельная точность совместной оценки дальности и углового положения цели без учета аномальных ошибок. Влияние аномальных ошибок на точность определения местоположения цели учитывалось в [2], при этом предполагалась относительная малость априорных интервалов изменения дальности и углового положения цели. Рассмотрим здесь практически важный случай протяженной априорной области определения неизвестного местоположения цели, когда кривизна фронта обрабатываемого сигнала может существенно изменяться при изменении координат цели.

Рассмотрение проведем применительно к линейной антенне, занимающей интервал Λ . Этот интервал может быть непрерывным, дискретно-непрерывным или дискретным, т. е. состоять из отдельных точек. Будем считать, что отраженный от малоразмерной цели сигнал [1, 2]

$$(1) \quad \dot{u}(t, x, R_0, \theta_0, \varphi_0) = A \dot{s}[t - (R_0 + r)/c, \varphi_0],$$

где $\dot{s}(t) = \dot{U}(t) \exp(j\omega_0 t)$, принимается в течение времени $[0; T]$ на фоне пространственно-временного белого шума с односторонней спектральной плотностью N_0 . В (1) $r = (R_0^2 + x^2 - 2R_0 x \sin \theta_0)^{1/2}$ — расстояние от цели до точки x антенны, c — скорость распространения колебаний, а R_0, θ_0, φ_0 — истинные значения дальности, угловой координаты и начальной фазы. Положим, что возможные значения дальности R и угловой координаты θ (угол θ отсчитывается от нормали к раскрыву антенны) лежат в области $L = [R_{\min}, R_{\max}] [-\Delta\theta/2, \Delta\theta/2]$. В отличие от [2] считаем, что априорные интервалы определения неизвестных R и θ имеют произвольную длину: $\Delta R = R_{\max} - R_{\min}$ и $\Delta\theta$.

Пусть ΔR_s и $\Delta\theta_s$ — протяженность сигнальной функции (функции неопределенности) сигнала (1) по соответствующим координатам, а $L_s = [R_0 - \Delta R_s/2, R_0 + \Delta R_s/2] [\theta_0 - \Delta\theta_s/2, \theta_0 + \Delta\theta_s/2]$ — область, в которой сигнальная функция заметно отлична от нуля [3]. Потребуем далее, чтобы площадь области L существенно превосходила площадь области L_s высокой корреляции сигнала (1) и отношение сигнал/шум для принятого сигнала было не слишком мало. Тогда, согласно [3, 4], выражения для условных характеристик оценок максимального правдоподобия дальности R_m и угла θ_m цели можно записать в виде

$$(2) \quad \begin{aligned} d(R_m | R_0, \theta_0) &= \langle R_m - R_0 \rangle = P_0 d_0(R_m | R_0, \theta_0) + (1 - P_0) d_a(R_m | R_0, \theta_0), \\ d(\theta_m | R_0, \theta_0) &= \langle \theta_m - \theta_0 \rangle = P_0 d_0(\theta_m | R_0, \theta_0) + (1 - P_0) d_a(\theta_m | R_0, \theta_0), \end{aligned}$$

$$V(R_m|R_0, \theta_0) = \langle (R_m - R_0)^2 \rangle = P_0 V_0(R_m|R_0, \theta_0) + (1-P_0) V_a(R_m|R_0, \theta_0),$$

$$V(\theta_m|R_0, \theta_0) = \langle (\theta_m - \theta_0)^2 \rangle = P_0 V_0(\theta_m|R_0, \theta_0) + (1-P_0) V_a(\theta_m|R_0, \theta_0).$$

Здесь $d_0(\cdot)$, $V_0(\cdot)$ — условные смещения и рассеяния оценки при наличии только нормальных ошибок (т. е. когда $R_m, \theta_m \in L_s$); $d_a(\cdot)$, $V_a(\cdot)$ — те же характеристики при наличии только аномальных ошибок ($R_m, \theta_m \in L$, но $R_m, \theta_m \notin L_s$), а P_0 — вероятность надежной оценки. Согласно [1, 2],

$$(3) \quad d_0(R_m|R_0, \theta_0) = d_0(\theta_m|R_0, \theta_0) = 0, \quad V_0(R_m|R_0, \theta_0) \simeq$$

$$\simeq \frac{c^2}{4z^2\Omega^2} \left[1 + \frac{\gamma^2 \cos^4 \theta_0}{16R_0^4} (\Lambda_1 - \Lambda_2^2) \right]^{-1},$$

$$(4) \quad V_0(\theta_m|R_0, \theta_0) \simeq c^2/z^2\Omega^2 [\Lambda_2 + \gamma^2 (\Lambda_2 - \Lambda_1^2)] \cos^2 \theta_0.$$

Здесь $\Lambda_k = \int_{\Delta} x^k dx / \int_{\Delta} dx$, $z^2 = A^2 \int_{\Delta} \int_0^T |\dot{U}(t)|^2 dt dx / N_0$ — отношение сиг-

нал / шум, $\gamma = \omega_0/\Omega$, Ω — среднеквадратичная ширина спектра сигнала. Отметим, что рассеяния надежных оценок (3), (4) зависят от истинных значений неизвестных параметров R_0 и θ_0 .

Вероятность надежной оценки в соответствии с определением [3, 4] запишется как

$$(5) \quad P_0 = \int W_s(H) F_N(H) dH,$$

где $W_s(H)$ — плотность вероятности значений абсолютного максимума логарифма функционала отношения правдоподобия (ЛФОП) в области нормальных ошибок L_s , а $F_N(H)$ — функция распределения величины абсолютного максимума ЛФОП в области аномальных ошибок. Оценку максимального правдоподобия местоположения цели будем интерпретировать как результат оценивания трех неизвестных параметров: дальности, угла и начальной фазы сигнала. Используя результаты [3], находим, что при больших z

$$(6) \quad W_s(H) \simeq \sqrt{\frac{z}{2\pi}} \exp\left(-\frac{2z^4 - H^2}{z^2}\right) D_{-1/2}\left(\frac{2z^2 - H}{z}\right),$$

где $D_p(\cdot)$ — функция параболического цилиндра.

Как нетрудно убедиться [2], при произвольных ΔR и $\Delta \theta$ дальность и угол не являются неэнергетическими параметрами [3, 4]. Последнее обстоятельство существенно затрудняет расчет $F_N(H)$, $d_a(\cdot)$ и $V_a(\cdot)$. Поэтому всю априорную область определения неизвестного местоположения цели L разобьем на IQ подобластей $L_{iq} = [R_{i \min}, R_{i \max}] [\theta_{q \min}, \theta_{q \max}]$ таких, что

$$(7) \quad \Delta R_i/R_i \ll 1, \quad \Delta \theta_q \ll 1.$$

Здесь $\Delta R_i = R_{i \max} - R_{i \min}$, $\bar{R}_i = (R_{i \max} + R_{i \min})/2$, $\Delta \theta_q = \theta_{q \max} - \theta_{q \min}$. Как и в [1, 2], будем считать, что время распространения сигнала вдоль раскрыва приемной антенны много меньше времени корреляции его комплексной огибающей $\dot{U}(t)$. Тогда в любой из IQ подобластей L_{iq} нормированную сигнальную функцию аналогично [2] можно записать так:

$$(8) \quad |\Psi_{iq}(R_1, \theta_1, R_2, \theta_2)| = \Psi_{iq}(h, \alpha) = G(2h/c) F_{iq}(h, \alpha),$$

$$G(\tau) = \left| \int_0^T \dot{U}(t) \dot{U}^*(t+\tau) dt \right| / \int_0^T |\dot{U}(t)|^2 dt, \quad F_{iq}(h, \alpha) =$$

$$= \left| \int_{\Delta} \exp \left\{ \frac{j\omega_0}{c} [h - x\alpha \cos \bar{\theta}_q + x^2 (h \cos^2 \bar{\theta}_q + \alpha \bar{R}_i \sin 2\bar{\theta}_q) / 2\bar{R}_i^2] \right\} \right| \times \\ \times dx \left| \int_{\Delta} dx, \right. \\ h = R_2 - R_1, \quad \alpha = \theta_2 - \theta_1, \quad \bar{\theta}_q = (\theta_{q \max} + \theta_{q \min}) / 2; \\ R_j, \theta_n \in L_{iq}, j, n = 1, 2.$$

Согласно (8), в каждой из подобластей L_{iq} оцениваемые параметры являются неэнергетическими. Потребуем далее, чтобы значения ЛФОП в различных подобластях L_{iq} были приближенно статистически независимы. Для этого достаточно, чтобы площадь каждой из IQ подобластей L_{iq} была значительно больше площади области L_* , в которой сигнальная функция (8) существенно отлична от нуля. Это требование выполняется, если [3, 4]

$$(9) \quad \Delta R_i \Delta \theta_q \beta^{1/2}(\bar{R}_i, \bar{\theta}_q) \gg 1, \quad \beta(\bar{R}_i, \bar{\theta}_q) = \left\{ \frac{\partial^2 \Psi_{iq}(h, \alpha)}{\partial h^2} \frac{\partial^2 \Psi_{iq}(h, \alpha)}{\partial \alpha^2} - \left[\frac{\partial^2 \Psi_{iq}(h, \alpha)}{\partial h \partial \alpha} \right]^2 \right\}_{h=0, \alpha=0}.$$

Подставляя в (9) $\Psi_{iq}(h, \alpha)$ из (8) и выполняя дифференцирование, находим, что неравенство (9) удовлетворяется, когда

$$(10) \quad \frac{2\pi \Delta R_i}{\lambda} \sqrt{4\gamma^{-2} + (\Lambda_i - \Lambda_2^2) \cos^4 \bar{\theta}_q / 4\bar{R}_i^4} \gg 1,$$

$$2\pi \Delta \theta_q \cos \bar{\theta}_q \sqrt{\Lambda_2 - \Lambda_1^2} / \lambda \gg 1,$$

$\lambda = 2\pi c / \omega_0$ — длина волны сигнала. Потребуем одновременного выполнения неравенств (7) и (10) в каждой из подобластей L_{iq} , где сигнальная функция близка к нулю. Тогда функцию распределения величины абсолютного максимума ЛФОП в области аномальных ошибок можно записать как

$$(11) \quad F_N(H) \simeq \prod_{i=1}^I \prod_{q=1}^Q F_{Niq}(H).$$

Здесь $F_{Niq}(H)$ — функция распределения значения абсолютного максимума ЛФОП в подобласти L_{iq} при условии, что в этой подобласти сигнальная функция (8) близка к нулю. Согласно [3], $F_{Niq}(H)$ приближенно определяется выражением

$$(12) \quad F_{Niq}(H) \simeq \begin{cases} \exp \left[- \frac{\beta^{1/2}(\bar{R}_i, \bar{\theta}_q) \Delta R_i \Delta \theta_q H^2}{2\pi z^2} \exp \left(- \frac{H^2}{2z^2} \right) \right], & H/z \geq \sqrt{2}, \\ 0, & H/z < \sqrt{2}. \end{cases}$$

Подставляя (12) в (11), находим

$$(13) \quad F_N(H) \simeq \begin{cases} \exp \left[- \frac{H^2 \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^Q \beta^{1/2}(\bar{R}_i, \bar{\theta}_q) \Delta R_i \Delta \theta_q}{2\pi z^2} \exp \left(- \frac{H^2}{2z^2} \right) \right], & H/z \geq \sqrt{2}, \\ 0, & H/z < \sqrt{2}. \end{cases}$$

Величина $F_N(H)$ при выполнении (7), (10) не должна зависеть от способа разбиения всей априорной области определения координат цели на IQ

подобластей, поэтому если $\beta^{1/2}(R, \theta)$ мало изменяется в пределах подобласти L_{iq} , то двойную сумму в (13) можно заменить соответствующим интегралом. Для этого достаточно, чтобы выполнялось неравенство

$$(14) \quad \max |\beta^{1/2}(R_1, \theta_1) - \beta^{1/2}(R_2, \theta_2)| / \min \beta^{1/2}(R, \theta) \ll 1,$$

где $R, R_1, R_2 \in [R_{i \min}, R_{i \max}]$; $\theta, \theta_1, \theta_2 \in [\theta_{q \min}, \theta_{q \max}]$. Подставляя в (14) $\beta(R, \theta)$ и производя вычисления, получаем, что (14) удовлетворяется при $\Delta R_i / R_{i \max} \ll 1$ и $\Delta \theta_q \ll \text{ctg } \theta_{q \max}$. Последние два неравенства выполняются, когда справедливо (7). Таким образом, при одновременном выполнении (7) и (10) можно (13) переписать в виде

$$(15) \quad F_N(H) \simeq \begin{cases} \exp \left[-\frac{\xi H^2}{2\pi z^2} \exp \left(-\frac{H^2}{2z^2} \right) \right], & H/z \geq \sqrt{2}, \\ 0, & H/z < \sqrt{2}, \end{cases}$$

где

$$(16) \quad \xi = \int_{R_{i \min}}^{R_{i \max}} \int_{-\Delta \theta/2}^{\Delta \theta/2} \beta^{1/2}(R, \theta) dR d\theta =$$

$$= \frac{8\pi^2 \sqrt{\Lambda_2 - \Lambda_1^2} \bar{R}}{\lambda^2 \gamma} \int_{1-\delta/2}^{1+\delta/2} \int_{-\Delta \theta/2}^{\Delta \theta/2} \cos \theta \left[1 + \frac{\gamma^2 \cos^4 \theta (\Lambda_1 - \Lambda_2^2)}{16 \bar{R}^4 u^2} \right]^{1/2} du d\theta,$$

$$\delta = \Delta R / \bar{R}, \quad \bar{R} = (R_{i \max} + R_{i \min}) / 2.$$

Величина ξ характеризует среднее число элементов разрешения, укладываемых в априорной области определения неизвестных координат цели [2-4].

Подставляя (15) и (6) в (5), получаем вероятность надежной оценки

$$(17) \quad P_0 \simeq \sqrt{\frac{z}{2\pi}} \int_{\sqrt{2}}^{\infty} \exp \left[\frac{2z^2 - x^2}{4} - \frac{\xi x^2}{2\pi} \exp \left(-\frac{x^2}{2} \right) \right] D_{-1/2}(2z - x) dx.$$

В зависимости от конкретного вида интервала Λ , который занимает антенна, сигнальная функция (8) имеет различный уровень боковых лепестков. Согласно [5], формулу (17) можно использовать для расчета вероятности надежной оценки при уровнях боковых лепестков не более 0,5-0,7 величины главного максимума, если только $\xi \geq 20-40$.

Найдем далее условные смещения и рассеяния оценки при наличии только аномальных ошибок. При выполнении (7) в пределах L_{iq} ЛФОП является однородным случайным полем. Следовательно, положение абсолютного максимума ЛФОП в каждой подобласти L_{iq} распределено равномерно, т. е. описывается плотностью вероятности

$$(18) \quad W_{aiq}(R_m, \theta_m) = \begin{cases} (\Delta R_i \Delta \theta_q)^{-1}, & R_m \in [R_{i \min}, R_{i \max}] \cap \theta_m \in \\ & \in [\theta_{q \min}, \theta_{q \max}], \\ 0, & R_m \in [R_{i \min}, R_{i \max}] \cup \theta_m \in \\ & \in [\theta_{q \min}, \theta_{q \max}]. \end{cases}$$

Учитывая независимость значений ЛФОП в различных подобластях L_{iq} , распределение оценки по всей области аномальных ошибок можно записать как

$$(19) \quad W_a(R_m, \theta_m) = \sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^Q W_{aiq}(R_m, \theta_m) P_{iq}.$$

Здесь $P_{iq} = P[H_{iq} > H_{kn}, k = \overline{1, I}, n = \overline{1, Q}, k \neq i, n \neq q]$ — вероятность попадания оценки максимального правдоподобия в подобласть L_{iq} ; H_{iq} и H_{kn} — абсолютные максимумы ЛФОР в подобластях L_{iq} и L_{kn} соответственно. Очевидно,

$$(20) \quad P_{iq} = \int \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^I \prod_{\substack{n=1 \\ n \neq q}}^Q F_{Nkn}(x) dF_{Niq}(x).$$

Подставляя в (20) найденное ранее выражение для $F_{Niq}(x)$ (12) и интегрируя, получаем

$$(21) \quad P_{iq} = \beta^{1/2}(\bar{R}_i, \bar{\theta}_q) \Delta R_i \Delta \theta_q / \sum_{k=1}^I \sum_{n=1}^Q \beta^{1/2}(\bar{R}_k, \bar{\theta}_n) \Delta R_k \Delta \theta_n.$$

Из (18), (19) и (21) находим распределение оценки при наличии только аномальных ошибок

$$(22) \quad W_a(R_m, \theta_m) = \frac{\sum_{i=1}^I \sum_{q=1}^Q \alpha_{iq} \beta^{1/2}(\bar{R}_i, \bar{\theta}_q)}{\sum_{k=1}^I \sum_{n=1}^Q \beta^{1/2}(\bar{R}_k, \bar{\theta}_n) \Delta R_k \Delta \theta_n}$$

где

$$\alpha_{iq} = \begin{cases} 1, & R_m \in [R_{imin}, R_{imax}] \cap \theta_m \in [\theta_{qmin}, \theta_{qmax}], \\ 0, & R_m \in [R_{imin}, R_{imax}] \cup \theta_m \in [\theta_{qmin}, \theta_{qmax}]. \end{cases}$$

В силу неравенств (7) и (14) перепишем (22) как

$$W_a(R_m, \theta_m) = \begin{cases} \frac{\beta^{1/2}(R_m, \theta_m)}{\int_{R_{min}}^{R_{max}} \int_{-\Delta\theta/2}^{\Delta\theta/2} \beta^{1/2}(R, \theta) dR d\theta}, & R_m \in [R_{min}, R_{max}] \cap \theta_m \in [-\Delta\theta/2, \Delta\theta/2], \\ 0, & R_m \in [R_{min}, R_{max}] \cup \theta_m \in [-\Delta\theta/2, \Delta\theta/2]. \end{cases}$$

Используя (16), найдем в явном виде

$$(23) \quad W_a(R_m, \theta_m) = \frac{8\pi^2 \cos \theta_m \sqrt{\Lambda_2 - \Lambda_1^2}}{\lambda^2 \gamma \xi} \sqrt{1 + \frac{\gamma^2 \cos^4 \theta_m (\Lambda_1 - \Lambda_2^2)}{16R_m^4}}$$

Согласно (23), распределение оценок при наличии только аномальных ошибок на априорных интервалах произвольной протяженности оказывается неравномерным в отличие от случая малых априорных интервалов [2]. Заметим также, что в большинстве известных работ [3, 4, 6–8 и др.] анализ пороговых эффектов в измерительных системах проводится только для неэнергетических параметров при равномерном распределении аномальных оценок, поэтому известные результаты по пороговым эффектам произвольного измерения при снижении отношения сигнал/шум неприменимы в зоне Френеля при протяженных априорных интервалах.

С помощью (23) нетрудно получить смещения и рассеяния оценок в области аномалий. Подставляя их значения, а также (3), (4) и (17) в (2), находим характеристики оценок максимального правдоподобия дальности и углового положения с учетом как нормальных, так и аномальных ошибок.

Если интервал Λ является непрерывным, т. е. аналогично [1, 2] используется сплошная линейная антенна длиной $2l$, то $\Lambda_1 - \Lambda_2^2 = 4l^4/45$,

а $\Lambda_2 - \Lambda_1^2 = l^2/3$. Для такой сплошной антенны как частный случай из найденных формул можно получить результаты [2]. Действительно, полагая $\delta \ll 1$ и $\Delta\theta \ll 1$, имеем характеристики оценок при равномерном распределении аномальных ошибок

$$(24) \quad \hat{\xi} = \frac{8\pi^2 b^2 \delta \Delta\theta}{\sqrt{3} \gamma \tilde{a}} \sqrt{1 + \frac{\gamma^2 \tilde{a}^4}{180}},$$

$$(25) \quad \hat{d}_a(R_m | R_0, \theta_0) = \tilde{R} - R_0, \quad \hat{d}_a(\theta_m | R_0, \theta_0) = -\theta_0,$$

$$(26) \quad \hat{V}_a(R_m | R_0, \theta_0) = R_0^2 - R_0(R_{\min} + R_{\max}) + (R_{\min}^2 + R_{\min} R_{\max} + R_{\max}^2)/3, \\ \hat{V}_a(\theta_m | R_0, \theta_0) = \theta_0^2 + \Delta\theta^2/12,$$

где $b = l/\lambda$, $\tilde{a} = l/\tilde{R}$. Если к тому же R_0 и θ_0 распределены равномерно в априорных интервалах $[R_{\min}, R_{\max}]$ и $[-\Delta\theta/2, \Delta\theta/2]$ соответственно, то выражения для безусловных смещений и рассеяний оценок, получаемые из (2), (17) и (24)–(26), полностью совпадают с аналогичными форму-

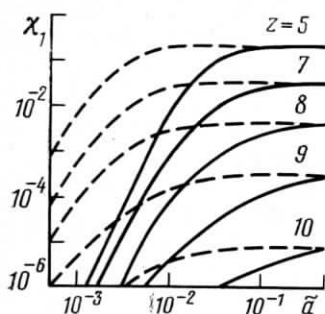


Рис. 1. Зависимости нормированного смещения оценки дальности от относительного размера антенны. Сплошные линии — $\gamma = 10^4$, штриховые — $\gamma = 10^8$

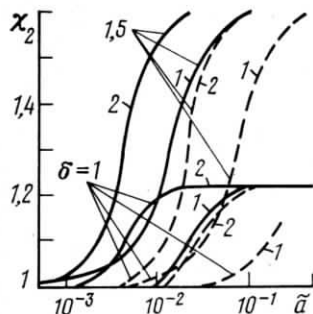


Рис. 2. Зависимости относительного рассеяния оценки дальности от относительного размера антенны. Сплошная линия — $\gamma = 10^4$, штриховая — $\gamma = 10^8$

лами в [2]. Полагая в найденных формулах $\tilde{a} \rightarrow 0$, получаем известные выражения для характеристик оценки местоположения цели в дальней зоне приемной антенны [3, 4].

На рис. 1 приведены зависимости $\chi_1(\tilde{a}) = |d(R_m | \tilde{R}, 0)| / \Delta R$ для различных значений отношения сигнал/шум z и параметра узкополосности сигнала γ при $b = 10^3$, $\delta = 1,5$, $\Delta\theta = \pi/4$. Из рис. 1 следует, что в зоне Френеля при малой надежности смещение оценки дальности может быть весьма существенным (до 30% протяженности априорного интервала).

Определим, к каким погрешностям при расчете рассеяния оценки дальности приводит использование более простых формул, полученных в [2]. С этой целью на рис. 2 приведены зависимости $\chi_2(\tilde{a}) = V(R_m | \tilde{R}, 0) / \hat{V}(R_m | R_0, \theta_0)$, где $\hat{V}(R_m | R_0, \theta_0)$ — рассеяние оценки, полученное в пренебрежении изменением кривизны волнового фронта сигнала в пределах интервала $[R_{\min}, R_{\max}]$ [2]. Кривые рис. 2 построены при $b = 10^3$, $\Delta\theta = \pi/4$, кривые 1 — для $z = 10$, кривые 2 — $z = 5$. Как следует из рис. 2, пренебрежение изменением разрешающей способности по дальности в интервале $[R_{\min}, R_{\max}]$ может привести к заметно заниженной расчетной величине рассеяния оценки.

Расчет смещения и рассеяния оценки углового положения цели для протяженного интервала показал, что влияние изменения разрешающей способности по углу в интервале $[-\Delta\theta/2, \Delta\theta/2]$ незначительно. Так, отличие рассеяния оценки углового положения, рассчитанного по найденным здесь формулам, от результатов [2] не превышает 10%. Следовательно, при оценке угла можно использовать более простые формулы [2].

Рассмотрим далее прием на линейную дискретно-непрерывную антенну общей длиной $2s$, состоящую из двух одинаковых непрерывных антенн

общей длиной $2l$. Так как непостоянство разрешающей способности оказывает влияние в основном на точность оценки дальности, положим угловое положение цели априори известным ($\Delta\theta=0$). В этом случае рассеяние надежной оценки дальности определяется выражением

$$(27) \quad V_0(R_m|R_0) = \frac{c^2}{4z^2\Omega^2} \left\{ 1 + \frac{\gamma^2 a_0^4}{180} \left[1 + \frac{15}{4} \varepsilon(\varepsilon-1) \right] \right\}^{-1},$$

где $\varepsilon=s/l$, $a_0=l/R_0$. Величина ξ и распределение аномальной оценки принимают вид

$$(28) \quad \xi = \frac{4\pi b}{\gamma \tilde{a}} \int_{1-\delta/2}^{1+\delta/2} \sqrt{1 + \frac{\gamma^2 \tilde{a}^4}{180 u^4} \left[1 + \frac{15}{4} \varepsilon(\varepsilon-1) \right]} du,$$

$$(29) \quad W_a(R_m) = \frac{4\pi b}{\gamma \tilde{a} \xi} \sqrt{1 + \frac{\gamma^2 l^4}{180 R_m^4} \left[1 + \frac{15}{4} \varepsilon(\varepsilon-1) \right]}.$$

Интерпретируя оценку максимального правдоподобия дальности как результат совместного оценивания двух неизвестных параметров сигнала — дальности и начальной фазы, находим из [2, 3] вероятность надежной оценки

$$(30) \quad P_0 = z \int_1^\infty \exp \left[\frac{3z^2}{2} - xz - \frac{x\xi}{\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{x^2}{2} \right) \right] \Phi(x-2z) dx,$$

где $\Phi(\cdot)$ — интеграл вероятности [4], а ξ определяется из (28). Полагая априорное распределение дальности равномерным, с помощью (2), (27)–(30) получаем безусловное рассеяние оценки дальности $V_2(R_m)$ при использовании дискретно-непрерывной антенны.

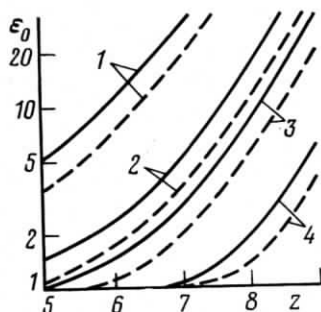


Рис. 3. Зависимости оптимальной нормированной длины дискретно-непрерывной антенны от отношения сигнал/шум. Сплошные линии — $\delta=1$, штриховые — $\delta=1,5$. Кривые 1 — $\tilde{a}=10^{-3}$, 2 — $\tilde{a}=5 \cdot 10^{-3}$, 3 — $\tilde{a}=10^{-2}$, 4 — $\tilde{a}=5 \cdot 10^{-2}$.

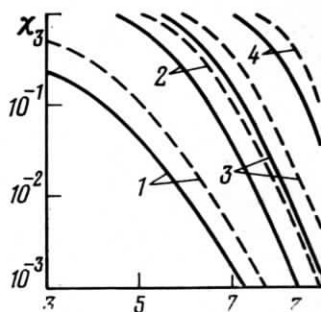


Рис. 4. Зависимости выигрыша в точности оценки дальности от отношения сигнал/шум. Сплошные линии — $\delta=1$, штриховые — $\delta=1,5$. Кривые 1 — $\tilde{a}=10^{-3}$, 2 — $\tilde{a}=5 \cdot 10^{-3}$, 3 — $\tilde{a}=10^{-2}$, 4 — $\tilde{a}=5 \cdot 10^{-2}$.

Согласно (27), с увеличением относительного размера ε этой антенны рассеяние оценки при наличии только нормальных ошибок убывает. Однако из (28), (30) следует, что с увеличением ε растет вероятность аномальных ошибок. Анализ зависимости рассеяния $V_2(R_m)$ от относительной длины дискретно-непрерывной антенны ε показывает, что рассеяние оценки достигает минимума при некотором значении ε_0 . Зависимости ε_0 от отношения сигнал/шум z при $\gamma=10^6$, $b=10^3$ приведены на рис. 3. Кривые рис. 3 рассчитаны по формулам (2), (27)–(30) с помощью ЭВМ. Однако при $z \geq 4-6$, $\tilde{a} \leq 10^{-2}$ и $\delta \leq 1-1,5$ хорошей точностью обладает простая приближенная формула $\varepsilon_0 \approx 3^{1/2} \cdot 2^{1/4} \pi^{-5/4} (z b \tilde{a} \delta)^{-1} \exp(z^2/12)$. Выигрыш в точности оценки при использовании дискретно-непрерывной антенны по сравнению со сплошной антенной длиной $2l$ характеризуется кривыми рис. 4.

На рис. 4 приведены зависимости $\chi_z = V_{2min}(R_m)/V(R_m)$ от отношения сигнал/шум z при $\gamma = 10^6$, $b = 10^3$. Здесь $V_{2min}(R_m)$ — рассеяние оценки дальности при использовании дискретно-непрерывной антенны с оптимальной нормированной длиной ε_0 , а $V(R_m)$ — рассеяние при использовании сплошной антенны. Согласно рис. 4, выигрыш в точности оценки дальности может быть значительным. Однако этот выигрыш существенно уменьшается по мере отклонения нормированной длины дискретно-непрерывной антенны от ε_0 . В частности, рассеяние оценки дальности при использовании дискретно-непрерывной антенны с нормированной длиной $\varepsilon \gg \varepsilon_0$ может быть больше, чем при использовании сплошной антенны.

Найденные здесь формулы для характеристик оценки местоположения цели получены в предположении, что выполняются неравенства (7), (10). Проверка их при решении конкретных задач может вызвать затруднения, поэтому применительно к сплошной антенне был выполнен численный анализ применимости используемых аппроксимаций. Предполагалось, что допустима 5–10% погрешность аппроксимации сигнальной функции формулой (8). Тогда условия применимости полученных формул принимают вид: $R_{min} \gg \lambda$; $b \cos(\Delta\theta/2) \geq (10-15)$, если $\Delta\theta \leq (10-15^\circ)$ и $b\Delta\theta \geq (3-4)$, если $\Delta\theta \geq (10-15^\circ)$; $4\Delta R^2/\lambda^2\gamma^2 + 10^{-3}\tilde{a}^2b^2 \cos^4(\Delta\theta/2) \geq (1-2)$. С учетом экспериментальных результатов по проверке использованного метода расчета аномальных ошибок [3, 4] можно считать достаточно большими отношения сигнал/шум $z > (2-3)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кремер И. Я., Понькин В. А. Радиотехника и электроника, 1975, т. 20, № 6, с. 1186.
2. Кремер А. И., Трифонов А. П. Радиотехника и электроника, 1978, т. 23, № 3, с. 629.
3. Маршаков В. К., Трифонов А. П. Радиотехника и электроника, 1974, т. 19, № 11, с. 2266.
4. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978. 296 с.
5. Радченко Ю. С., Трифонов А. П. Радиотехника и электроника, 1978, т. 23, № 8, с. 1749.
6. Фалькович С. Е., Хомяков Э. Н. Статистическая теория измерительных радиосистем. М.: Радио и связь, 1981. 288 с.
7. Фомин А. Ф. Помехоустойчивость систем передачи непрерывных сообщений. М.: Сов. радио, 1975. 352 с.
8. Ширман Я. Д., Голиков В. Н. Основы теории обнаружения радиолокационных сигналов и измерения их параметров. М.: Сов. радио, 1963. 278 с.

Поступила в редакцию
14.XII.1981