73

73

ИЗВЕСТИЯ ВУЗОВ
МВ и ССО СССР
РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ТОМ 27 № 4

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

КИЕВ — 1984

УДК 621.391.1

БАЙЕСОВСКАЯ ОЦЕНКА МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ИСТОЧНИКА СЛУЧАЙНОГО СИГНАЛА

ТРИФОНОВ А. П., ЕНИНА Е. П.

Найдено рассеяние байесовской оценки местоположения источника узкополосного гауссовского сигнала в зоне Френеля приемной антенны при квадратичной функции потерь. Показано, что применение байесовской оценки вместо оценки максимального правдоподобия может привести к заметному повышению точности оценивания в пороговой области.

В [1, 2] анализируется оценка местоположения источника случайного сигнала по методу максимального правдоподобия. При этом [2] рассеяние оценки максимального правдоподобия (ОМП) в пороговой области может существенно превосходить дисперсию эффективной оценки. В связи с чем рассмотрим байесовскую оценку (БО) при квадратичной функции потерь, которая обладает минимальным рассеянием [3].

Положим, что перемещением источника за время наблюдения $[0;\, T]$ можно пренебречь. Обозначим $\vec{\rho}$ — вектор, соединяющий источник с точкой антенны $\vec{r} \in V$, V — область пространства, занятая антенной. Пусть источник излучает узкополосный стационарный случайный гауссовский сигнал, спектр мощности которого симметричен относительно несущей частоты ω_0. Тогда, в предположениях [1], корреляционную функцию принимаемого сигнала можно записать как

$$K(t_1, t_2, \vec{r}_1, \vec{r}_2, l) = B_s(t_1 - t_2)\cos[\omega_0(t_1 - t_2) - \omega_0(\rho_1 - \rho_2)/c]. \tag{1}$$

Здесь $\rho_i = |\vec{\rho}(\vec{r}_i, l)|$, $i = 1, 2$; $B_s(t_1 - t_2)$ — огибающая корреляционной функции, спектр которой

$$B_s(\omega) = N_s f(\omega/\Omega), \tag{2}$$

c — скорость распространения волны; $l \in [L_1;\, L_2]$ — параметр, определяющий местоположение источника (угол, дальность). В (2) функция $f(x)$ описывает форму спектра мощности сигнала и нормирована так, что $\max f(x) = 1$, $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f^2(x)\,dx = 1$, а $\Omega = \int\limits_{-\infty}^{\infty} B_s^2(\omega)\,d\omega\,[\max B_s^2(\omega)]^{-1}$ — эквивалентная полоса частот сигнала.

Будем считать, что сигнал с корреляционной функцией (1) принимается на фоне аддитивного гауссовского пространственно-временного белого шума с односторонней спектральной плотностью N_0, а параметр l распределен равновероятно в интервале $[L_1;\, L_2]$. Тогда БО неизвестного местоположения источника определяется выражением [3]

$$\gamma_m = \int\limits_{L_1}^{L_2} l \exp[M(l)]\,dl \Big/ \int\limits_{L_1}^{L_2} \exp[M(l)]\,dl, \tag{3}$$

где $$M(l) = \int\limits_0^T\!\!\int \!\!\iint\limits_V x(t_1, \vec{r}_1)\, x(t_2, \vec{r}_2)\, \Theta(t_1, t_2, \vec{r}_1, \vec{r}_2, l)\, dt_1 dt_2 d\vec{r}_1 d\vec{r}_2/2 \tag{4}$$

— логарифм функционала отношения правдоподобия (ЛФОП) [1], а $x(t, \vec{r})$ — принимаемая реализация суммы сигнала и помехи. Положим, что время наблюдения достаточно велико, так что

$$\mu \gg 1, \ \mu = T\Omega/2\pi. \tag{5}$$

Тогда, согласно [1], в (4) следует подставить

$$\Theta(t_1, t_2, \vec{r}_1, \vec{r}_2, l) = \Theta_0(t_1 - t_2)\cos[\omega_0(t_1 - t_2) - \omega_0(\rho_1 - \rho_2)/c],$$

$$\Theta_0(t_1 - t_2) = (2q\Omega/\pi N_0 V_0) \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(jx\Omega\tau) [1 + qf(x)]^{-1} dx,$$

$$q = N_s V_0 / N_0, \; V_0 = \int\limits_V d\vec{r}$$

— объем (площадь, длина) антенны.

Представим ЛФОП $M(l)$ (4) в виде суммы сигнальной и шумовой составляющих: $M(l) = \mu S(l_0, l) + \sqrt{\mu} N(l) + C$, где $C = \mu q \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x) [1 + qf(x)]^{-1} dx$ — несущественная постоянная,

$$S(l_0, l) = [\langle M(l) \rangle - C]/\mu = \alpha [A_c^2(l_0, l) + A_s^2(l_0, l)],$$

$$N(l) = [M(l) - \langle M(l) \rangle]/\sqrt{\mu}; \quad \alpha = q^2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} f^2(x) [1 + qf(x)]^{-1} dx;$$

$$\left. \begin{matrix} A_c(l_1, l_2) \\ A_s(l_1, l_2) \end{matrix} \right\} = \frac{1}{V_0} \int\limits_V \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} \frac{\omega_0}{c} [\rho(\vec{r}, l_1) - \rho(\vec{r}, l_2)] \, d\vec{r},$$

l_0 — истинное значение оцениваемого параметра. При этом сигнальная функция $S(l_0, l)$ и первые два момента шумовой функции $N(l)$ не зависят от μ. Определим длительность Δ сигнальной функции из условия $S(l_0, l_0 \pm \Delta) \simeq 0$ и будем считать, что $L_2 - L_1 \gg \Delta$. Тогда, при $\mu \gg 1$, следуя [3, 4], получаем выражение для условного рассеяния БО параметра l

$$V(\gamma_m | l_0) = \langle (\gamma_m - l_0)^2 \rangle \simeq -[d^2 \langle \ln \Psi(u, l_0) \rangle / du^2]_{u=0}. \tag{6}$$

Здесь

$$\Psi(u_0 l_0) = \frac{1}{L_2 - L_1} \int\limits_{l_0 - \Delta}^{l_0 + \Delta} \exp[jul + \mu S(l_0, l)] \, dl +$$

$$+ \frac{1}{L_2 - L_1} \int\limits_{L_1}^{L_2} \exp[jul + \sqrt{\mu} N(l)] \, dl,$$

а усреднение выполняется по реализациям помехи и сигнала при фиксированном значении l_0. Когда выполняется (5), аналогично [3, 4] можем записать, что

$$\langle \ln \Psi(u, l_0) \rangle \simeq \ln \Psi_0(u, l_0), \tag{7}$$

$$\Psi_0(u, l_0) = \frac{1}{L_2 - L_1} \int\limits_{l_0 - \Delta}^{l_0 + \Delta} \exp[jul + \mu S(l_0, l)] \, dl +$$

$$+ \frac{1}{L_2 - L_1} \int\limits_{L_1}^{L_2} \exp(jul) \langle \exp[\sqrt{\mu} N(l)] \rangle \, dl.$$

С помощью полученной в [5] формулы для характеристической функции ЛФОП гауссовского случайного сигнала находим

$$\langle \exp[\sqrt{\mu} N(l)] \rangle = \exp\left\{ \mu \left[\int\limits_{-\infty}^{\infty} \ln[1 + qf(x)] \, dx - q \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x) [1 + qf(x)]^{-1} dx \right] \right\}. \tag{8}$$

Учитывая (7), (8), выполним дифференцирование в (6). В результате приходим к выражению

$$V(\gamma_m | l_0) \simeq P_0 (l_0^2 + 2l_0\beta_1 + \beta_2) + (1 - P_0) [(L_1^2 + L_2^2 + L_1 L_2)/3 -$$

$$-2P_0\tilde{L}(l_0+\beta_1)]-P_0^2(l_0+\beta_1)^2-(1-P_0^2)\tilde{L}^2,$$

$$\text{где } \tilde{L}=(L_1+L_2)/2,$$

$$P_0=\int\limits_{l_0-\Delta}^{l_0+\Delta}\exp[\mu S(l_0,l)]\,dl\Big[\int\limits_{l_0-\Delta}^{l_0+\Delta}\exp[\mu S(l_0,l)]\,dl+ \tag{9}$$

$$+(L_2-L_1)\exp\Big\{\mu\Big[\int\limits_{-\infty}^{\infty}\ln[1+qf(x)]\,dx-q\int\limits_{-\infty}^{\infty}f(x)[1+qf(x)]^{-1}\,dx\Big]\Big\}\Big]^{1},$$

$$\beta_k=\int\limits_{-\Delta}^{\Delta}x^k\exp[\mu S(l_0,l_0-x)]\,dx\Big\{\int\limits_{l_0-\Delta}^{l_0+\Delta}\exp[\mu S(l_0,l)]\,dl\Big\}^{-1},\qquad k=1,2.$$

Приближенные значения этих интегралов можно найти, воспользовавшись асимптотической формулой Лапласа [6]. При достаточно больших μ получим:

$$P_0\simeq[1+\xi_0\sqrt{\mu\alpha/\pi}\exp(-\nu\mu)]^{-1}, \tag{10}$$

$$\nu=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\{qf(x)-\ln[1+qf(x)]\}\,dx,\ \ \xi_0=(L_2-L_1)\sqrt{\psi(l_0)},$$

$$\psi(l)=\left\{\frac{\partial^2}{\partial l_1\partial l_2}[A_c^2(l_1,l_2)+A_s^2(l_1,l_2)]^{1/2}\right\}_{l_1=l_2=l},\qquad \beta_1\simeq 0,$$

$$\beta_2\simeq 1/[2\mu\alpha\psi(l_0)]=V_0(l_m\,|\,l_0),$$

где $V_0(l_m/l_0)$ — рассеяние эффективной оценки [1, 2]. Подставляя (10) в (9), находим условное рассеяние БО местоположения источника случайного сигнала

$$V(\gamma_m\,|\,l_0)\simeq P_0V_0(l_m\,|\,l_0)+(1-P_0)[(L_2-L_1)^2/12+P_0(\tilde{L}-l_0)^2]. \tag{11}$$

В качестве примера рассмотрим оценку дальности $R\in[R_1;\ R_2]$ источника полосового гауссовского сигнала, для которого в (2) следует подставить $f(x)=1$ при $|x|<1/2$ и $f(x)=0$ при $|x|>1/2$. Положим, что прием ведется на линейную антенну длиной $2X$, ориентированную в направлении источника. Соответственно из [1, 2] и (10), (11) имеем

$$V(\gamma_m\,|\,R_0)=\frac{45(1+q)\lambda^2P_0}{8\pi^2\mu q^2a_0^4}+(1-P_0)\tilde{R}^2\left[\frac{\delta^2}{12}+P_0\frac{(\tilde{R}-R_0)^2}{\tilde{R}^2}\right],$$

$$P_0=[1+qba_0^2(1+q)^{\mu-1/2}\sqrt{\pi\mu}\exp(-\mu q)/3\sqrt{5}]^{-1}.$$

Здесь $\lambda=2\pi c/\omega_0$ — длина волны; $a_0=X/R_0$, R_0 — истинное значение дальности; $\tilde{R}=(R_1+R_2)/2$ — середина интервала возможных значений дальности; $b=(R_2-R_1)/\lambda$, $\delta=(R_2-R_1)/\tilde{R}$. Для анализа зависимости рассеяния БО дальности от размера антенны, аналогично [2], обозначим $q=2N_sX/N_0=q_0\tilde{a}$,, где $\tilde{a}=X/\tilde{R}$, а $q_0=2N_s\tilde{R}/N_0$. На рис. 1 сплошными кривыми приведены зависимости отношения рассеяния БО к рассеянию эффективной оценки $\eta=V(\gamma_m\,|\,R_0=\tilde{R})/V_0(R_m\,|\,R_0=\tilde{R})$ от относительного размера антенны $\tilde{a}$ при $\delta=1$. Кривая *1* рассчитана для $\mu=500$, $q_0=10$, $b=10^6$; *2* — $\mu=500$, $q_0=10$, $b=10^5$; *3* — $\mu=500$, $q_0=50$, $b=10^6$; *4* — $\mu=50$, $q_0=10$, $b=10^5$.

На этом же рисунке штриховыми линиями нанесены аналогично зависимости для ОМП дальности источника полосового гауссовского сигнала [2]. Сравнение сплошных и штриховых кривых рисунка показывает, что использование БО вместо ОМП может привести к заметному уменьшению рассеяния оценки в пороговой области. Это объясняется интегрированием по l в (3), в силу чего ложные (не связанные с полезным сигналом) выбросы ЛФОП, которые приводят к большим ошибкам метода максимального правдоподобия, играют значительно меньшую роль при получении БО. В частности, применение более сложного, чем алгоритм максимального правдоподобия, алгоритма (3) позволяет уменьшить минимальный размер антенны, начиная с которого рассеяние получаемой оценки практически совпадает с рассеянием эффективной оценки. Так, при $\mu=500$, $q_0=10$, $b=10^6$ (кривые *1*) рассеяние БО совпадает с рассеянием эффективной оценки уже при $\tilde{a}\geqslant 0{,}05$. В то же время, аналогичное совпадение для ОМП имеет место лишь при $\tilde{a}\geqslant 0{,}1$.

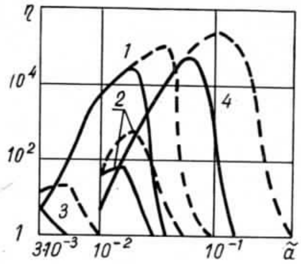

Рис. 1.

Таким образом, полученные соотношения позволяют сделать обоснованный выбор между БО и ОМП в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценки и к степени простоты технической реализации алгоритма оценивания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Трифонов А. П., Федоров В. И. Предельная точность совместной оценки координат и их производных источника случайного сигнала.— Изв. вузов МВ и ССО СССР. Радиоэлектроника, 1981, т. 24, № 3, с. 34—40.
2. Трифонов А. П., Федоров В. И., Шарапов С. И. Анализ пороговых эффектов при оценке местоположения иточника случайного сигнала.— Изв. вузов МВ и ССО СССР. Радиоэлектроника, 1983, т. 26, № 4, с. 48—54.
3. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех.— М. : Сов. радио, 1978.— 296 с.
4. Радченко Т. А., Трифонов А. П. Характеристики байесовской оценки при квадратичной функции потерь.— Радиотехника и электроника, 1976. т. 21, № 4, с. 762—768 с.
5. Бакут П. А., Большаков И. А., Герасимов Б. М. Вопросы статистической теории радиолокации / Под ред. Г. П. Тартаковского. Т. 1.— М. : Сов. радио, 1963.— 424 с.
6. Федорюк М. В. Метод перевала.— М. : Наука, 1977.— 368 с.

Поступила в редакцию 28.03.83.

УДК 621.391.26

РАБОТА ЭХО-ПРОЦЕССОРА В РЕЖИМЕ СОГЛАСОВАННОГО ФИЛЬТРА

БАРУЗДИН С. А., УСТИНОВ В. Б.

Рассмотрено три варианта работы эхо-процессора в качестве согласованного фильтра. Определены потери помехоустойчивости за счет релаксационных искажений, найдены законы коррекции релаксационных искажений, позволяющие устранить эти потери.

В [1] были определены основные функциональные возможности эхо-процессоров (ЭП). При этом предполагалось, что длительность сигналов θ мала по сравнению с временами продольной T_1 и поперечной T_2 релаксации

$$\theta \ll T_1, T_2 \qquad (1)$$