

81

Тресорнов 81

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

РАДИОТЕХНИКА
И
ЭЛЕКТРОНИКА

Том XXX

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

5

МОСКВА · 1985

кривая для $f=55$ ГГц) так и вне ее (рис. 2, а, кривая для $f=78$ ГГц). Указанный факт вызван возбуждением паразитных мод подложки, уровень амплитуды которых существенно уменьшается при увеличении частоты (7 дБ при $f=78$ ГГц и 10 дБ при $f=123$ ГГц). При увеличении частоты существенным образом уменьшается площадь поперечного сечения, занятого полем. Это обусловлено увеличением замедления волны E_{11}^y . Смещение максимумов кривых на рис. 2, б в сторону подложки связано с тем, что верхняя и нижняя поверхности полоски контактируют с различными средами (верхняя — с металлом, а нижняя — с диэлектрической подложкой). При увеличении частоты происходит смещение этих максимумов к центру полоски. Теоретические кривые дают хорошее совпадение с экспериментальными данными.

Распределения амплитуд полей E_x и H_y волны E_{11}^x качественно подобны кривым, приведенным на рис. 2, за исключением того факта, что на частотах свыше 150 ГГц возможно возбуждение высшего типа волны E_{21}^x .

В заключение заметим, что потери в МДПВ могут быть существенно уменьшены при использовании для подложки и полоски диэлектрических материалов с более низким значением $\tan \delta$, а также при применении металлического экрана с большей проводимостью. Уровень возбуждения паразитных мод подложки может быть также существенно снижен за счет применения поглотителей, размещенных в вырезах подложки.

Авторы выражают благодарность Аппеталину В. Н. за помощь в проведении экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Marcatili E. A. J. Bell System Techn. J., 1969, v. 48, № 9, p. 2071.
2. Кнох Р. М. IEEE Trans., 1976, v. MTT-24, № 11, p. 806.
3. Вершинина Л. Н., Мериакри В. В. РЭ, 1980, т. 35, № 7, с. 1348.
4. Мурмузев Б. А. Радиотехника, 1981, т. 36, № 8, с. 91.
5. Мурмузев Б. А. В кн.: Проектирование и применение радиоэлектронных устройств на диэлектрических волноводах и резонаторах. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1983.
6. Мурмузев Б. А. Изв. вузов. Радиофизика, 1981, т. 24, № 5, с. 629.
7. Мурмузев Б. А. Радиотехника, 1984, т. 38, № 1, с. 72.

Поступило в редакцию
17.II.1984

УДК 621.391

ХАРАКТЕРИСТИКИ БАЙЕСОВСКОЙ ОЦЕНКИ ЧАСТОТЫ СЛУЧАЙНОГО СИГНАЛА

Трифонов А. П., Енина Е. П.

Оценкой, обладающей минимальным рассеянием (минимальной среднеквадратичной ошибкой), является байесовская оценка (БО) при квадратичной функции потерь [1]. Применительно к оценке неэнергетического параметра квазидетерминированного сигнала характеристики БО найдены в [1, 2]. Рассмотрим характеристики БО γ_m центральной частоты ν спектра мощности узкополосного гауссовского централизованного случайного процесса

$$(1) \quad s(t, \nu) = a(t) \cos [\nu t + \varphi(t)],$$

принимаемого на фоне гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 . Положим, что спектр мощности $G(\omega, \nu)$ случайного сигнала (1) обла-

дает по крайней мере двумя производными, обозначим через $\nu = \int_0^\infty \omega G(\omega, \nu) d\omega \times$

$\times \left[\int_0^\infty G(\omega, \nu) d\omega \right]^{-1}$ центральную частоту спектра мощности, через $\Theta =$

$= \int_0^\infty G^2(\omega, \nu) d\omega [\max G^2(\omega, \nu)]^{-1}$ — эквивалентную полосу частот сигнала (1). При

$\nu \gg \Theta$ можем записать [3]

$$(2) \quad G(\omega, \nu) = \frac{G_0}{2} \left[f\left(\frac{\omega - \nu}{\Theta}\right) + f\left(\frac{\omega + \nu}{\Theta}\right) \right],$$

где функция $f(x) = f(-x)$ определяет форму спектра мощности и нормирована так,

что $\max f(x) = 1$, $\int_{-\infty}^\infty f^2(x) dx = 1$. Ограничимся анализом БО при равномерном апри-

орном распределении неизвестной частоты ν :

$$(3) \quad W(\nu) = \begin{cases} 1/(\omega_2 - \omega_1), & \omega_1 < \nu < \omega_2; \\ 0, & \nu < \omega_1, \nu > \omega_2, \end{cases}$$

которое позволяет достаточно просто найти безусловное рассеяние БО. Обозначим $\Omega = \omega_2 - \omega_1$, $\omega_0 = (\omega_2 + \omega_1)/2$ и будем считать, что $\Omega \ll \omega_0$, $\Theta \ll \omega_0$.

При априорном распределении (3) БО частоты определяется выражением [1]

$$\gamma_m = \int_{\omega_1}^{\omega_2} \nu \exp[M(\nu)] d\nu / \int_{\omega_1}^{\omega_2} \exp[M(\nu)] d\nu,$$

где $M(\nu)$ — логарифм функционала отношения правдоподобия (ЛФОР).

Пусть интервал наблюдения $[0; T]$ достаточно велик, так что $\mu = T\Theta/2\pi \gg 1$. Тогда с точностью до несущественного постоянного слагаемого ЛФОР запишем в виде [1, 4]

$$(4) \quad M(\nu) = T \int_0^T K_x(\tau) K_1(\tau) \cos \nu \tau d\tau.$$

Здесь $x(t) = s(t, \nu_0) + n(t)$ — реализация наблюдаемых данных, ν_0 — истинное значение частоты,

$$q = G_0/N_0, \quad K_x(\tau) = \int_0^T x(t) x(t+\tau) dt/T,$$

$$K_1(\tau) = (2q\Theta/\pi N_0) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(jx\Theta\tau) [1 + qf(x)]^{-1} dx.$$

Подставим реализацию наблюдаемых данных в (4) и аналогично [1, 2, 4] представим

ЛФОР как сумму $M(\nu) = \mu S(\nu - \nu_0) + \sqrt{\mu} N(\nu) + C$, где $C = \mu q \int_{-\infty}^{\infty} f(x) [1 + qf(x)]^{-1} dx$ —

несущественная постоянная,

$$S(\nu) = q^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x) f(x - \nu/\Theta)}{1 + qf(x)} dx$$

— сигнальная функция, $N(\nu) = [M(\nu) - \langle M(\nu) \rangle] / \sqrt{\mu}$ — шумовая функция, первые два момента которой не зависят от μ . Положим, что $m = \Omega/\Theta \gg 1$ и сигнальная функция имеет лишь один ярко выраженный максимум [1, 2]. Тогда при $\mu \gg 1$, следуя [2], получим выражение для условного рассеяния БО частоты в виде

$$(5) \quad V(\gamma_m | \nu_0) = \langle (\gamma_m - \nu_0)^2 \rangle = -[d^2 \langle \ln \Psi(u, \nu_0) \rangle / du^2]_{u=0}.$$

Здесь

$$\Psi(u, \nu_0) \approx \frac{1}{\Omega} \int_{\nu_0 - \Delta}^{\nu_0 + \Delta} \exp[ju\nu + \mu S(\nu - \nu_0)] d\nu + \frac{1}{\Omega} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \exp[ju\nu + \sqrt{\mu} N(\nu)] d\nu,$$

u — аргумент апостериорной характеристической функции [1, 2], Δ — длительность сигнальной функции $S(\nu)$, усреднение выполняется по реализациям помехи $n(t)$ и сигнала $s(t, \nu_0)$ при фиксированном истинном значении частоты ν_0 . Для дифференцируемого спектра мощности (2) аналогично [2] запишем

$$(6) \quad \langle \ln \Psi(u, \nu_0) \rangle \approx \ln \Psi_0(u, \nu_0),$$

$$(7) \quad \Psi_0(u, \nu_0) = \frac{1}{\Omega} \int_{\nu_0 - \Delta}^{\nu_0 + \Delta} \exp[ju\nu + \mu S(\nu - \nu_0)] d\nu + \frac{1}{\Omega} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \exp(ju\nu) \langle \exp[\sqrt{\mu} N(\nu)] \rangle d\nu.$$

Воспользовавшись найденным в [5] выражением для характеристической функции ЛФОР гауссовского случайного сигнала, получаем

$$(8) \quad \langle \exp[\sqrt{\mu} N(\nu)] \rangle = \exp \left\{ \mu \left[\int_{-\infty}^{\infty} \ln [1 + qf(x)] dx - q \int_{-\infty}^{\infty} f(x) [1 + qf(x)]^{-1} dx \right] \right\}.$$

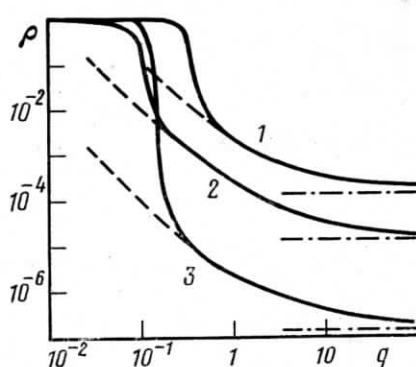
Выполняя далее с учетом (6)–(8) дифференцирование в (5), приходим к приближенному выражению для условного рассеяния БО при квадратичной функции потерь:

$$(9) \quad V(\gamma_m | v_0) \approx P_0(v_0^2 + v_0\beta_1 + \beta_2) - P_0^2(v_0 + \beta_1)^2 + \\ + (1 - P_0)[(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_1\omega_2)/3 - 2P_0\omega_0(v_0 + \beta_1)] - (1 - P_0^2)\omega_0^2.$$

Здесь

$$P_0 = \int_{-\Delta}^{\Delta} \exp[\mu S(v)] dv \left[\int_{-\Delta}^{\Delta} \exp[\mu S(v)] dv + \right. \\ \left. + \Omega \exp \left\{ \mu \left[\int_{-\infty}^{\infty} \ln[1 + qf(x)] dx - q \int_{-\infty}^{\infty} f(x) [1 + qf(x)]^{-1} dx \right] \right\} \right]^{-1}, \\ \beta_k = \int_{-\Delta}^{\Delta} v^k \exp[\mu S(v)] dv \left\{ \int_{-\Delta}^{\Delta} \exp[\mu S(v)] dv \right\}^{-1}, \quad k=1, 2.$$

Приближенные значения этих интегралов найдем с помощью асимптотической формулы Лапласа [6]. В результате для достаточно больших μ имеем



Нормированное рассеяние оценки частоты: 1 — $\mu=10^2$; 2, 3 — 10^3 , 1, 2 — $m=10$; 3 — 10^2

$$(10) \quad P_0 \approx \left[1 + m \sqrt{\frac{\mu\alpha}{2\pi}} \exp(-\mu\lambda) \right]^{-1}, \quad \beta_1 \approx 0, \\ \beta_2 \approx \Theta^2/\mu\alpha,$$

$$\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{d}{dx} \ln[1 + qf(x)] \right\}^2 dx,$$

$$\lambda = \int_{-\infty}^{\infty} \{ qf(x) - \ln[1 + qf(x)] \} dx.$$

Подставляя (10) в (9) и выполняя усреднение по значениям v_0 , находим безусловное рассеяние БО частоты:

$$(11) \quad V(\gamma_m) \approx \Theta^2 P_0 / \mu\alpha + (1 - P_0^2) \Omega^2 / 12.$$

Полученная формула является приближенной, однако ее точность увеличивается с ростом μ и m . Заметим, что БО при квадратичной функции потерь всегда безусловное несмещенная [1].

Рассмотрим зависимость рассеяния БО частоты от отношения спектральных плотностей сигнала и помехи q . При больших значениях μ с увеличением q величина λ (10) возрастает и $P_0 \rightarrow 1$. В результате имеем

$$(12) \quad V(\gamma_m) \approx D_E = \Theta^2 / \mu\alpha,$$

где D_E — дисперсия эффективной оценки частоты, которая совпадает с границей Крамера — Рао [1, 4]. Наконец, если уровень белого шума исчезающе мал ($q \rightarrow \infty$), то $V(\gamma_m) \approx D_0 = \Theta^2 / \mu\alpha_0$, где

$$\alpha_0 = \int_{-\infty}^{\infty} [d \ln f(x) / dx]^2 dx.$$

Следовательно, если форма спектра мощности случайного сигнала удовлетворяет условию $\alpha_0 < \infty$, то оценка частоты несингулярна в отсутствие белого шума.

В качестве примера найдем характеристики БО частоты случайного сигнала, форма спектра мощности которого описывается функцией

$$(13) \quad f(x) = 1 / [1 + (\pi x / 2)^2].$$

Спектру мощности (2), (13) соответствует корреляционная функция

$$K(\tau, v) = (G_0 \Theta / 2\pi) \exp(-2\Theta|\tau|/\pi) \cos v\tau.$$

Для этого случайного сигнала получаем

$$\alpha = q^2 \pi^2 (1 + \sqrt{1+q})^{-3} (1+q)^{-1/2}, \quad \lambda = 2[q - 2(\sqrt{1+q} - 1)].$$

На рисунке сплошными линиями показаны зависимости нормированного рассеяния БО $\rho = 12V(\gamma_m)/\Omega^2$, штриховыми линиями — $\rho_E(q) = 12D_E/\Omega^2$ и штрихпунктиром — $\rho_0(q) = 12D_0/\Omega^2$ от отношения спектральных плотностей сигнала и помехи q . Из рисунка следует, что всю область изменения q можно разбить на две обла-

сти: $q < q_0$ и $q > q_0$, где q_0 — некоторое пороговое значение, которое можно определить различными способами [1, 7]. В области $q < q_0$, где преобладают аномальные ошибки, рассеяние БО растет с уменьшением полосы частот Θ сигнала (1) (т.е. с увеличением m). Причем в этой области рассеяние БО может существенно превосходить границу Крамера — Рао. В области $q > q_0$ рассеяние БО практически совпадает с границей Крамера — Рао и уменьшается с уменьшением Θ (12). Пороговое значение q_0 возрастает с увеличением m (уменьшением Θ) и уменьшается с ростом μ .

Таким образом, получено асимптотически точное выражение для рассеяния БО, что позволяет исследовать зависимость точности оценки частоты от времени наблюдения, формы спектра мощности сигнала, ширины его полосы частот и уровня белого шума.

ЛИТЕРАТУРА

1. Куликов Е. И., Трифионов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978.
2. Радченко Т. А., Трифионов А. П. РЭ, 1976, т. 21, № 4, с. 762.
3. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966.
4. Куликов Е. И. РЭ, 1964, т. 9, № 10, с. 1740.
5. Бакут П. А., Большаков И. А., Герасимов Б. М. и др. Вопросы статистической теории радиолокации. Т. I/Под ред. Тартаковского Г. П. М.: Сов. радио, 1963.
6. Федорюк М. В. Метод перевала. М.: Наука, 1977.
7. Фомин А. Ф. Помехоустойчивость систем передачи непрерывных сообщений. М.: Сов. радио, 1975.

Поступило в редакцию
2.II.1983

УДК 621.396.67:519.248.25:510.53

РОБАСТНЫЙ АЛГОРИТМ НАСТРОЙКИ ВЕСОВОГО ВЕКТОРА АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

Родимов А. П., Глушанков Е. И., Давыденко В. В.

Для подавления помех в радиосвязи и радиолокации широко используются алгоритмы настройки вектора весовых коэффициентов (ВВК) антенной решетки (АР), синтезированные по методу переменных состояния [1, 2]. В данных алгоритмах используется предположение о возможности аппроксимации процесса изменения оптимального ВВК гауссовским случайным процессом. В данной работе показано, что это предположение не всегда является справедливым и в ряде случаев более целесообразно использование подоптимальных алгоритмов, устойчивых к характеру распределения ВВК.

Процесс изменения ВВК АР не может быть точно аппроксимирован гауссовским даже при нормальных распределениях флуктуаций углов прихода полезного сигнала и помех, так как ВВК связан со значениями углов прихода нелинейным преобразованием. Методом имитационного моделирования на ЭВМ была проверена гипотеза о согласовании выборочного распределения весового вектора АР с теоретическим нормальным распределением. При этом значения ВВК определялись из векторно-матричного уравнения Винера — Хопфа [3]:

$$w_{\text{опт}} = R_{xx}^{-1} P_z,$$

где $R_{xx} = \langle X^*(t) X^T(t) \rangle$ — ковариационная матрица вектора входных сигналов $X(t)$, $P_z = \langle z_0(t) X(t) \rangle$ — вектор ковариаций между вектором входных сигналов $X(t)$ и эталонным сигналом $z_0(t)$, $\langle * \rangle$ — знак комплексного сопряжения, T — знак транспонирования, $\langle \cdot \rangle$ — знак статистического усреднения.

Если случайный процесс $w(t)$ является гауссовским, то совместное распределение вероятностей его реализаций в различные моменты времени $w(t_1), \dots, w(t_N)$ является многомерным гауссовским и любые линейные комбинации $w(t_1), \dots, w(t_N)$ имеют нормальное распределение. Кроме того, нормальное распределение должны иметь любые линейные комбинации компонент вектора $w(t)$. Поэтому статистическая проверка гипотезы о принадлежности распределения ВВК нормальному закону проводилась для различных компонент весового вектора $w(t)$. При проведении эксперимента флуктуации углов прихода полезного сигнала и помех задавались нормальными статистически независимыми. Исследования проводились при различных значениях дисперсии флуктуаций.

Проверка разности между эмпирическим распределением ВВК и теоретическим нормальным распределением проводилась по критерию Колмогорова — Смирнова [4]. При исследовании объем выборки был равен 200, число внешних помех равнялось трем, средние значения углов прихода помех по азимуту составляли $\alpha_1 = 3^\circ$, $\alpha_2 = 5^\circ$, $\alpha_3 = 8^\circ$, суммарная мощность помех была равна 30 дБ. АР считалась линейной эквидистантной. Полученная в результате моделирования гистограмма представлена на