94

ИЗВЕСТИЯ ВУЗОВ
МВ и ССО СССР
РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

КИЕВ — 1987

УДК 621.391.1

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ДВУХ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНКИ КООРДИНАТ СЛОЖНОГО ДИСКРЕТНОГО ИСТОЧНИКА СЛУЧАЙНОГО СИГНАЛА

А. П. ТРИФОНОВ, В. Б. МАНЕЛИС

Выполнен синтез алгоритмов, использующих оценки максимального правдоподобия координат отдельных излучателей сложного источника. Произведено сравнение характеристик алгоритмов при различном объеме априорной информации о пространственной структуре сложного дискретного источника.

В пассивной радиолокации, радиоастрономии, теплолокации, гидролокации и других приложениях весьма распространены объекты в виде сложных дискретных источников (СДИ), представляющих собой совокупность нескольких точечных излучателей случайного сигнала. В настоящее время, в связи с возможностью разрешения отдельных излучателей СДИ, значительный интерес представляет использование информации о пространственной структуре СДИ в задачах обнаружения, оценки параметров и распознавания [1].

Рассмотрим два алгоритма оценки местоположения СДИ в виде совокупности p точечных излучателей случайного сигнала. Для простоты ограничимся рассмотрением СДИ, все излучатели которого лежат в одной плоскости. Пусть $\vec{l}_i=(l_{i1},\ l_{i2}),\ i=\overline{1,\ p}$ — координаты i-го излучателя СДИ в декартовой системе координат, связанной с приемной антенной. Местоположение СДИ будем описывать вектором $(R,\ \theta)$, компоненты которого представляют собой полярные координаты центра тяжести дискретного твердого тела, состоящего из материальных точек одинаковой массы с координатами $\vec{l}_i$, т. е.

$$R=\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{p} l_{i1}\right)^2+\left(\sum_{i=1}^{p} l_{i2}\right)^2}/p,\quad \theta=\operatorname{arctg}\left(\sum_{i=1}^{p} l_{i1}/\sum_{i=1}^{p} l_{i2}\right). \qquad (1)$$

Будем считать, что перемещением источника и его отдельных излучателей за время наблюдения $[0,\ T]$ можно пренебречь, а случайные сигналы каждого излучателя взаимно статистически независимы. Обозначим $\vec{\rho}_i$ — вектор, соединяющий i-й излучатель с точкой x антенны, $x\in V$; V — интервал, занимаемый линейной антенной. Он может быть непрерывным, дискретно-непрерывным или дискретным. Пусть каждый элементарный источник излучает узкополосный гауссовский стационарный случайный сигнал с прямоугольным спектром мощности, симметричным относительно несущей частоты ω_0. Тогда в предположениях [2] функцию корреляции принимаемого сигнала можно записать как

$$K(t_1,\ t_2,\ x_1,\ x_2,\ \vec{L})=\sum_{i=1}^{p}\sigma_i^2 B(t_1-t_2)\cos[\omega_0(t_1-t_2)-\omega_0(\rho_{1i}-\rho_{2i})/c]. \quad (2)$$

Здесь $\rho_{ki}=|\vec{\rho}_i[x_k,\ \vec{l}_i(\vec{L})]|,\ k=1,2;$ σ_i^2 — средняя мощность i-го излучателя; $B(t_1-t_2)$ — огибающая коэффициента корреляции со спектром

$$B(\omega)=\begin{cases}2\pi/\Omega, & |\omega|\leqslant\Omega/2;\\ 0, & |\omega|>\Omega/2;\end{cases}$$

c — скорость распространения электромагнитных колебаний; $\vec{L}$ — вектор неизвестных пространственных параметров СДИ, компоненты которого полностью или частично подлежат оценке. Такими неизвестными параметрами могут быть местоположение СДИ, его размер, ракурс и т. п. Следуя [3], введем в рассмотрение функции

$$\left.\begin{array}{l} A_c(\vec{l}_i, \vec{l}_j) \\ \\ A_s(\vec{l}_i, \vec{l}_j) \end{array}\right\} = \frac{1}{V_0}\int\limits_V \left\{\begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\right\} \frac{\omega_0}{c}[\rho_i(x, \vec{l}_i) - \rho_j(x, \vec{l}_j)]\, dx;$$

$$G^2(\vec{l}_i, \vec{l}_j) = A_c^2(\vec{l}_i, \vec{l}_j) + A_s^2(\vec{l}_i, \vec{l}_j); \quad V_0 = \int\limits_V dx,$$

которые определяют пространственную корреляцию сигналов i-го и j-го излучателей. Ограничимся в дальнейшем рассмотрением СДИ, для которых

$$G^2(\vec{l}_i, \vec{l}_j) \ll 1, \quad i, j = \overline{1, p}, \quad i \neq j, \tag{3}$$

и назовем их разрешаемыми. Положим, что сигнал с корреляционной функцией (2) принимается на фоне аддитивного пространственно-временного гауссовского белого шума с односторонней спектральной плотностью N_0. Пусть время наблюдения T велико по сравнению с временем корреляции случайного сигнала каждого излучателя так, что

$$\mu = \Omega T/2\pi \gg 1. \tag{4}$$

Реализация алгоритма оптимальной обработки поля, излучаемого СДИ, затруднительна. Поэтому, аналогично тому, как это делается в [4] для многоточечных источников квазидетерминированных сигналов, используем приемник, реализующий алгоритм максимального правдоподобия обработки поля одного точечного излучателя случайного сигнала. Известно [2, 5], что при этом необходимо формировать функцию

$$M(\vec{l}) = \iint\limits_0^T \iint\limits_V \xi(t_1, x_1)\,\xi(t_2, x_2)\,\Theta(t_1, t_2, x_1, x_2, \vec{l})\, dt_1 dt_2 dx_1 dx_2/2, \tag{5}$$

где $\xi(t, x)$ — наблюдаемая сумма сигнала и помехи, а опорный сигнал $\Theta(\cdot)$ с учетом условия (4) согласно [2, 3] с точностью до несущественного постоянного множителя имеет вид

$$\Theta(t_1, t_2, x_1, x_2, \vec{l}) = \{\sin[\Omega(t_1 - t_2)/2]/(t_1 - t_2)\}\cos[\omega_0(t_1 - t_2) -$$

$$- \omega_0(\rho_1 - \rho_2)/c], \quad \rho_k = |\vec{\rho}(x_k, \vec{l})|.$$

Случайное поле (5), являющееся функцией неизвестных координат $\vec{l}$ отдельных излучателей СДИ, можно интерпретировать как радиоизображение объекта. Действительно, используя общие свойства логарифма функционала отношения правдоподобия [6], получаем, что математическое ожидание (сигнальная функция) поля (5) имеет максимумы в точках $\vec{l}_{i0}$ истинного местоположения отдельных излучателей СДИ, а величины этих максимумов пропорциональны средней мощности σ_i^2 соответствующих излучателей. Поэтому радиоизображение (5) можно использовать для получения оценки местоположения СДИ.

Положим вначале, что известно лишь количество излучателей СДИ p, а их взаимное расположение неизвестно. Тогда целесообразно выделить p наибольших максимумов функции (5) и определить их координаты $\hat{\vec{l}}_i$. Формирование оценки $(\hat{R}, \hat{\Theta})$ местоположения СДИ сводится при этом к подстановке $\hat{\vec{l}}_i$ в (1). Получаемую таким образом оценку координат СДИ будем называть косвенной. Найдем ее характеристики. С учетом условия разрешения (3) $\hat{\vec{l}}_i$ представляют собой оценки максимального правдоподобия координат отдельных излучателей. Пусть кроме (4) выполняется условие

$$z_i^2 = 2\mu q_i^2/(1 + q_i) \gg 1, \quad i = \overline{1, p}, \quad q_i = 2\pi\sigma_i^2 V_0/\Omega N_0, \tag{6}$$

которое обеспечивает высокую апостериорную точность оценки координат каждого излучателя СДИ. Тогда корреляционная матрица $\tilde{K}_i$ [2, 5] оценок координат i-го излучателя

$$\tilde{K}_i = (c^2/\omega_0^2 z_i^2)\,\| g_{ink} - g_{in} g_{ik} \|^{-1}. \qquad (7)$$

Здесь введены обозначения, аналогичные [2]:

$$g_{ink} = \frac{1}{V_0} \int\limits_V \left[\frac{\partial \rho_i (x, \vec{l}_i)}{\partial l_{in}} \, \frac{\partial \rho_i (x, \vec{l}_i)}{\partial l_{ik}} \right]_{\vec{l}_{i0}} dx;$$

$$g_{in} = \frac{1}{V_0} \int\limits_V \left[\frac{\partial \rho_i (x, \vec{l}_i)}{\partial l_{in}} \right]_{\vec{l}_{i0}} dx, \quad n, k = 1, 2. \qquad (8)$$

Используя (1), разложим оценки $(\hat{R}, \hat{\theta})$ в ряд в окрестности истинного значения координат СДИ (R_0, θ_0). Так как оценки $\hat{\vec{l}}_i$ вследствие усло-

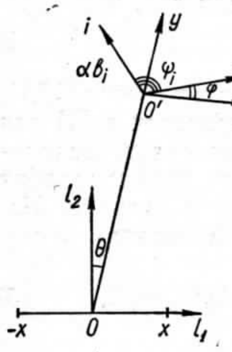

Рис. 1

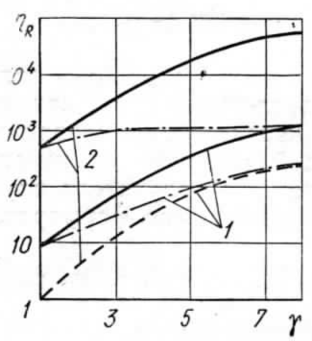

Рис. 2

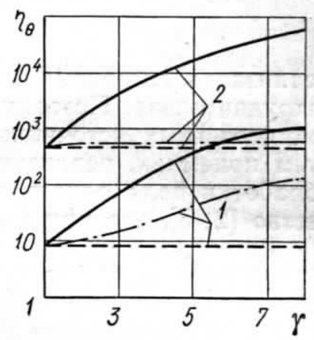

Рис. 3

вия (3) независимы, то дисперсии косвенных оценок дальности R и углового положения θ при выполнении (6) можно записать соответственно в виде

$$D(\hat{R}) = \sum_{i=1}^{p} (K_{i11} \sin^2\theta_0 + K_{i22} \cos^2\theta_0 + 2K_{i12} \sin\theta_0 \cos\theta_0)/p^2; \qquad (9)$$

$$D(\hat{\theta}) = \sum_{i=1}^{p} (K_{i11} \cos^2\theta_0 + K_{i22} \sin^2\theta_0 - 2K_{i12} \sin\theta_0 \cos\theta_0)/p^2 R_0^2,$$

где K_{ink} $(n, k = 1, 2)$ — элементы корреляционной матрицы $\tilde{K}_i$ (7).

Конкретизируем характеристики косвенной оценки координат СДИ для случая, когда прием ведется на линейную антенну длиной $2X$ (рис. 1), СДИ расположен не ближе зоны Френеля приемной антенны и антенна расположена не ближе зоны Френеля СДИ. Обозначим (αb_i, ψ_i) — координаты излучателей в полярной системе координат с центром в точке (R, θ), ось $O'x''$ которой образует угол φ (ракурс СДИ) с направлением $O'x'$, ортогональным линии визирования $OO'y$ (рис. 1). Разложим $\rho_i(x, \vec{l}_i)$ в (8) в ряд по малым величинам $\alpha b_i/R$ и x/R. Учитывая сделанные предположения, отбросим в этом разложении члены более высокого порядка малости, чем $(\alpha b_i/R)^2$, $(x/R)^2$ и $\alpha b_i x/R^2$. В результате выражения для элементов корреляционной матрицы оценок (7) координат i-го излучателя принимают вид

$$K_{ink} = 45c^2 (u_n u_k + 4 v_k v_n X^2/15)/\omega_0^2 z_i^2 X^4, \quad k, n = 1, 2, \qquad (10)$$

где $u_1 = l_{i10} R_{i0}^3 / l_{i20}^2$, $u_2 = R_{i0}^3 / l_{i20}$; $v_1 = (l_{i10}^2 - l_{i20}^2/2) R_{i0} / l_{i20}^2$; $v_2 = 3 l_{i10} R_{i0} / 2 l_{i20}$, $R_{i0} = \sqrt{l_{i10}^2 + l_{i20}^2}$ — расстояние от центра антенны до i-го излучателя. Подставляя (10) в (9), окончательно получаем

$$D(\hat{R}) = 2R_0^4 c^2 \sum_{i=1}^{p} z_i^{-2}/p\omega_0^2 d^4; \; D(\hat{\theta}) = c^2 \left\{ \sum_{i=1}^{p} [1 + \alpha^2 b_i^2 \cos^2(\psi_i + \varphi)/d^2]/z_i^2 \right\} /5p^2\omega_0^2 d^2, \tag{11}$$

где обозначено $d^2 = X^2\cos^2\theta_0/15$.

Точность оценки местоположения СДИ может быть повышена, если имеется априорная информация о его пространственной структуре. Положим, что величины (b_i, ψ_i), характеризующие взаимное расположение излучателей СДИ с точностью до масштаба (размера) α, априори известны. Ракурс φ и масштаб α в общем случае могут быть неизвестны. При известной пространственной структуре СДИ можно использовать второй, несколько более сложный метод обработки радиоизображения (5) для получения оценки местоположения СДИ. Используя соотношения, следующие из геометрии задачи: $l_{i1} = R\sin\theta + \alpha b_i \cos(\psi_i + \varphi - \theta)$, $l_{i2} = R\cos\theta + \alpha b_i \sin(\psi_i + \varphi - \theta)$, можно по значениям $2i$ оценок $(\hat{l}_{i1}, \hat{l}_{i2})$ $(i = \overline{1, p})$ сформировать оценки неизвестных параметров СДИ. Действительно, поскольку $\hat{\vec{l}}_i$ — это оценки максимального правдоподобия координат i-го излучателя $(i = \overline{1, p})$, они могут быть использованы в качестве исходной дискретной асимптотически достаточной статистики для построения на ее основе оценки максимального правдоподобия $\vec{L}_m$. Оптимальное использование оценок $\hat{\vec{l}}_i (i = \overline{1, p})$ при этом сводится к вычислению функции правдоподобия $W(\hat{\vec{l}}_i, \; i = \overline{1, p} | \vec{L})$ и определению положения ее абсолютного максимума [6]. Вектор неизвестных параметров $\vec{L}$ может иметь четыре компоненты, среди которых: $L_1 = R$, $L_2 = \theta$ определяют местоположение, $L_3 = \varphi$ — ракурс и $L_4 = \alpha$ — масштаб (размер) сложного источника. Так как вследствие условий (4), (6) оценки $\hat{\vec{l}}_i$ являются асимптотически гауссовскими величинами, функцию правдоподобия с точностью до несущественного постоянного множителя можно записать в виде

$$W(\hat{\vec{l}}_i, \; i = \overline{1, p} | \vec{L}) = \exp\left(- \sum_{i=1}^{p} \vec{A}_i \tilde{K}_i^{-1} \vec{A}_i^T /2 \right), \tag{12}$$

где матрица — строка $\vec{A}_i = \| \hat{l}_{i1} - R\sin\theta - \alpha b_i \cos(\psi_i + \varphi - \theta), \; \hat{l}_{i2} - R\cos\theta - \alpha b_i \sin(\psi_i + \varphi - \theta) \|$, $\tilde{K}_i$ — корреляционная матрица оценок координат i-го излучателя (7). Истинные значения $\vec{l}_{i0}$ координат отдельных излучателей СДИ, от которых зависит матрица $\tilde{K}_i$ (7) и соответственно функция (12), априори неизвестны. Поэтому для получения оценки $\vec{L}_m$ заменим в (7), (12) истинные значения $\vec{l}_{i0}$ на их оценки максимального правдоподобия $\hat{\vec{l}}_i$. Полагаем, что по-прежнему справедливы соотношения (4), (6). Тогда, используя метод малого параметра, в соответствии с известной методикой [6] находим корреляционную матрицу оценок неизвестных параметров $\vec{L}$ СДИ

$$\tilde{K} = \frac{c^2}{\omega_0^2} \left\| \sum_{i=1}^{p} z_i^2 F_{ink} \right\|^{-1} \left\| \sum_{i=1}^{p} (z_i^2 + \beta) F_{ink} \right\| \left\| \sum_{i=1}^{p} z_i^2 F_{ink} \right\|^{-1}, \quad n, k = \overline{1, h}.$$

Здесь

$$F_{ink} = \sum_{\mu,\nu=1}^{2} (g_{i\mu\nu} - g_{i\mu} g_{i\nu}) [(\partial l_{i\mu}/\partial L_n)(\partial l_{i\nu}/\partial L_k)]_{\vec{L}_0}, \quad \beta = 9R_0^2 c^2/10\omega_0^2 d^4,$$

$h = 2, 3, 4$ — в зависимости от числа неизвестных компонент вектора $\vec{L}$.

Для иллюстрации полученных выражений рассмотрим конкретный СДИ в виде четырех точечных излучателей полосового гауссовского случайного сигнала, расположенных в вершинах квадрата. Относительно центра квадрата, местоположение которого (R, θ) неизвестно, излучатели имеют полярные координаты $(r, \pi/2)$, (r, π), $(r, 3\pi/2)$, $(r, 0)$ и обладают спектральными плотностями $\sigma^2 B(\omega)$, $\sigma^2 B(\omega)$, $\sigma^2\gamma^2 B(\omega)$, $\sigma^2\gamma^2 B(\omega)$ соответственно. На рис. 2, 3 приведены зависимости отношения дисперсий оценки дальности и отношения дисперсий оценки углового положения соответственно для первого и второго методов $\eta_R = D(\hat{R})/D(R_m)$ и $\eta_\theta = D(\hat{\theta})/D(\theta_m)$ от γ при $\theta_0=0$, $\varphi_0=0$, $2\pi\sigma^2 X/\Omega N_0 = 0{,}025$, $\beta \ll 1$. Зависимости $\eta_R(\gamma)$ и $\eta_\theta(\gamma)$ рассчитаны для двух значений отношения размеров СДИ и антенны: кривые *1* — для $r/X=1$, *2* — $r/X=8$. Сплошные кривые соответствуют вектору неизвестных параметров $\vec{L}=(R, \theta)$, когда ракурс φ и масштаб α априори известны $(h=2)$, штрихпунктирные — $\hat{L}=(R, \theta, \varphi)$, т. е. масштаб α априори известен $(h=3)$, и штриховые — $\vec{L}=(R, \theta, \varphi, \alpha)$, когда как ракурс φ, так и масштаб α априори неизвестны $(h=4)$. Кривые (рис. 2, 3) иллюстрируют возможность получения существенного выигрыша в точности оценок дальности R и углового положения θ за счет использования априорной информации о пространственной структуре СДИ.

Таким образом, полученные результаты позволяют сделать обоснованный выбор между двумя алгоритмами оценки координат СДИ в зависимости от имеющейся априорной информации о пространственной структуре СДИ и от требований, предъявляемых к точности оценки и к степени простоты технической реализации алгоритма.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Небабин В. Г., Сергеев В. В. Методы и техника радиолокационного распознавания.— М.: Радио и связь, 1984.—152 с.
2. Трифонов А. П., Федоров В. И. Предельная точность совместной оценки координат и их производных источника случайного сигнала // Радиоэлектроника.— 1981.— № 3.— С. 34—40. (Изв. высш. учеб. заведений).
3. Трифонов А. П., Федоров В. И., Шарапов С. И. Анализ пороговых эффектов при оценке местоположения источника случайного сигнала // Радиоэлектроника.— 1983.— № 4.— С. 48—54. (Изв. высш. учеб. заведений).
4. Пространственно-временная обработка сигналов / И. Я. Кремер, А. И. Кремер, В. М. Петров и др.; Под ред. И. Я. Кремера.— М.: Радио и связь, 1984.—224 с.
5. Вопросы статистической теории радиолокации / П. А. Бакут, И. А. Большаков, Б. М. Герасимов и др.; Под ред. Г. П. Тартаковского.— М.: Сов. радио, 1963.— 424 с.
6. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех.— М.: Сов. радио, 1978.—296 с.

Поступила в редакцию 23.12.85.

УДК 621.39

СИНТЕЗ СЛЕДЯЩИХ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ С РЕГУЛИРУЕМЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

А. И. ПЕРОВ

Решена задача адаптации следящих измерителей с заданной структурой. Адаптация осуществляется путем регулировки некоторых параметров сглаживающего фильтра следящего измерителя. Рассмотрены случай непрерывных и дискретных измерителей. Приведен иллюстративный пример.

1. Постановка задачи адаптации следящих измерителей. Радиотехнические измерители следящего типа широко используются в радиолокации, радионавигации, системах связи [1]. Такие измерители, как правило, состоят из нелинейного устройства — дискриминатора и линейного сглаживающего фильтра. Параметры дискриминатора и фильтра вы-