(99)

(99)

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

N 1

КИЕВ — 1988

1 85

УДК 621.391

ОЦЕНКА ЗАДЕРЖКИ СИГНАЛА ПРИ НЕИЗВЕСТНЫХ ПАРАМЕТРАХ МОДУЛИРУЮЩЕЙ ПОМЕХИ

А. П. ТРИФОНОВ, А. В. ЗАХАРОВ

Найдены дисперсии квазиоптимальной оценки и оценки максимального правдоподобия задержки сигнала при приеме его на фоне белого шума.

Рассмотрим прием импульса

$$s(t, \tau_0) = \begin{cases} a_0 [1 + k_0 \xi_0 (t)], & |t - \tau_0| \leqslant \gamma/2; \\ 0, & |t - \tau_0| > \gamma/2, \end{cases} \tag{1}$$

искаженного модулирующей гауссовской помехой $\xi_0(t)$ на фоне гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0. Здесь $\xi_0(t)$ — безразмерный стационарный случайный процесс, описывающий паразитную модуляцию сигнала, причем $\langle \xi_0(t) \rangle = 0$, $\langle \xi_0(t)\, \xi_0(t+\lambda) \rangle = K_0(\lambda)$, $K_0(0)=1$; k — коэффициент паразитной модуляции. Оценка максимального правдоподобия задержки τ сигнала (1) исследовалась в [1] для случая, когда параметры a, k модулирующей помехи априори известны. Положим, что кроме задержки τ_0, подлежащей оценке, не известны так же истинные значения a_0, k_0 параметров модулирующей помехи. Аналогично [1] будем считать, что длительность импульса (1) значительно больше времени корреляции процесса $\xi_0(t)$, т. е.

$$\mu \gg 1, \quad \mu = \gamma \Delta f_E/2; \qquad \Delta f_E = \int_{-\infty}^{\infty} G_0^2(\omega)\, d\omega / 2\pi \max G_0^2(\omega); \tag{2}$$

$G_0(\omega)$ — спектр мощности процесса $\xi_0(t)$.

При выполнении (2) для оценки задержки сигнала (1) используем приемник максимального правдоподобия, синтезированный в [1]. Оценка неизвестной задержки сигнала $\hat{\tau}_1$ определяется при этом как положение абсолютного (наибольшего) максимума функции

$$M_1(\tau) = \frac{1}{2} \int_{\tau-\gamma/2}^{\tau+\gamma/2} \left[y_1^2(t) + \frac{4 a_1 x(t)}{N_0 (1 + a_1^2 k_1^2 r_0)} \right] dt. \tag{3}$$

Здесь $x(t)$—реализация наблюдаемых данных; $y_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t') H_1(t-t') dt'$; спектр функции $H_1(t)$ удовлетворяет соотношению $|H_1(j\omega)|^2 = 2a_1^2 k_1^2 r \times \rho(\omega)/N_0 [1 + a_1^2 k_1^2 r \rho(\omega)]$; $\rho(\omega) = G_0(\omega)/\max G_0(\omega)$, $r = 2\max G_0(\omega)/N_0$; $r_0 = 2 \times G_0(0)/N_0$, а величины a_1, k_1—предполагаемые значения параметров модулирующей помехи, причем в общем случае $a_1 \neq a_0$, $k_1 \neq k_0$.

Найдем характеристики оценки $\hat{\tau}_1$. Вводя безразмерный параметр $l = \tau/\gamma$, представим (3) в виде суммы [1] сигнальной и шумовой функций

$$M_1(l) = S_1(l) + N_1(l), \tag{4}$$

где $S_1(l) = \langle M_1(l) \rangle$; $N_1(l) = M_1(l) - \langle M_1(l) \rangle$, а усреднение выполняется по реализациям $\xi_0(t)$, $n(t)$ при фиксированных истинных значениях τ_0, a_0, k_0 неизвестных параметров сигнала (1). Сигнальную функцию с точностью до несущественного постоянного слагаемого запишем

$$S_1(l) = A \begin{cases} 1 - |l - l_0|, & |l - l_0| \leqslant 1; \\ 0, & |l - l_0| > 1; \end{cases} \tag{5}$$

$$A = \max S_1(l) = \frac{\alpha^2 \varkappa^2 q^2 \gamma}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\rho^2(\omega)\, d\omega}{1 + \alpha^2 \varkappa^2 q \rho(\omega)} + \frac{\alpha z_0^2 (2 + \alpha \varkappa^2 q_0)}{2(1 + \alpha^2 \varkappa^2 q_0)};$$

$$\alpha = \frac{a_1}{a_0}; \qquad \varkappa = \frac{k_1}{k_0}; \qquad q = a_0^2 k_0^2 r; \qquad q_0 = a_0^2 k_0^2 r_0; \qquad z_0^2 = 2a_0^2\gamma/N_0$$

— отношение сигнал—шум для неискаженной части импульса (1). Так как оценка $\hat{\tau}_1$ определяется по положению абсолютного максимума (3), (4), необходимо, чтобы

$$A > 0. \tag{6}$$

В противном случае рассматриваемый алгоритм оценки использовать нельзя. В соответствии с (4) $\langle N_1(l)\rangle = 0$, а при $|l_i - l_0| < 1$, $i = 1, 2$, $|l_1 - l_2| < 1$

$$\langle N_1(l_1) N_1(l_2)\rangle = BR_1(l_1, l_2); \tag{7}$$

$$R_1(l_1, l_2) = \begin{cases} 1 - |l_1 - l_2| - g_1 \min(|l_1 - l_0|, |l_2 - l_0|), \ (l_1 - l_0)(l_2 - l_0) \geqslant 0; \\ 1 - |l_1 - l_2|, \ (l_1 - l_0)(l_2 - l_0) < 0; \end{cases}$$

$$B = \frac{\alpha^4\varkappa^4 q^2\gamma}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\rho^2(\omega)[1 + q\rho(\omega)]^2 d\omega}{[1 + \alpha^2\varkappa^2 q\rho(\omega)]^2} + \frac{\alpha^2 z_0^2(1 + q_0)(1 + \alpha\varkappa^2 q_0)^2}{(1 + \alpha^2\varkappa^2 q_0)^2};$$

$$g_1 = \left\{\frac{\alpha^4\varkappa^4 q^3\gamma}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\rho^3(\omega)[2 + q\rho(\omega)]\, d\omega}{[1 + \alpha^2\varkappa^2 q\rho(\omega)]^2} + \right.$$

$$\left. + \frac{\alpha^2 z_0^2 q_0 [1 + \alpha\varkappa^2(1 + q_0)(2 + \alpha\varkappa^2 q_0)]}{(1 + \alpha^2\varkappa^2 q_0)^2}\right\}\left\{\frac{\alpha^4\varkappa^4 q^2\gamma}{4\pi}\times\right.$$

$$\left.\times\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\rho^2(\omega)[1 + q\rho(\omega)]^2 d\omega}{[1 + \alpha^2\varkappa^2 q\rho(\omega)]^2} + \frac{\alpha^2 z_0^2(1 + q_0)(1 + \alpha\varkappa^2 q_0)^2}{(1 + \alpha^2\varkappa^2 q_0)^2}\right\}^{-1}.$$

Согласно (5), (7), отношение сигнал—шум на выходе измерителя (3) определяется выражением

$$z_1^2 = \frac{A^2}{B} = \left[\frac{\alpha^2\varkappa^2 q^2\gamma}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\rho^2(\omega)\, d\omega}{1 + \alpha^2\varkappa^2 q\rho(\omega)} + \frac{\alpha z_0^2(2 + \alpha\varkappa^2 q_0)}{2(1 + \alpha^2\varkappa^2 q_0)}\right]^2\times$$

$$\times\left\{\frac{\alpha^4\varkappa^4 q^2\gamma}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\rho^2(\omega)[1 + q\rho(\omega)]^2 d\omega}{[1 + \alpha^2\varkappa^2 q\rho(\omega)]^2} + \frac{\alpha^2 z_0^2(1 + q_0)(1 + \alpha\varkappa^2 q_0)^2}{(1 + \alpha^2\varkappa^2 q_0)^2}\right\}^{-1}.$$

Положим, что оценка $\hat{\tau}_1$ обладает высокой апостериорной точностью, т. е. ошибки оценивания задержки малы по сравнению с длительностью γ сигнала (1) и вероятностью аномальных ошибок можно пренебречь. Для этого необходимо, чтобы кроме (2) выполнялось условие $z_1^2 \gg 1$. Тогда, аналогично [1, 2], для дисперсии оценки $\hat{l}_1 = \hat{\tau}_1/\gamma$ безразмерной задержки $l_0 = \tau_0/\gamma$ находим

$$\sigma_1^2 = \langle(\hat{l}_1 - l_0)^2\rangle = \frac{13(2 - g_1)^2}{8 z_1^4} = \frac{13}{8}\left\{\frac{\alpha^4\varkappa^4 q^2\gamma}{4\pi}\times\right.$$

$$\left.\times\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\rho^2(\omega)\{1 + [1 + q\rho(\omega)]^2\}\, d\omega}{[1 + \alpha^2\varkappa^2 q\rho(\omega)]^2} + \frac{\alpha^2 z_0^2[1 + (1 + q_0)(1 + \alpha\varkappa^2 q_0)^2]}{(1 + \alpha^2\varkappa^2 q_0)^2}\right\}^2\times$$

$$\times\left[\frac{\alpha^2\varkappa^2 q^2\gamma}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\rho^2(\omega)\, d\omega}{1 + \alpha^2\varkappa^2 q\rho(\omega)} + \frac{\alpha z_0^2(2 + \alpha\varkappa^2 q_0)}{2(1 + \alpha^2\varkappa^2 q_0)}\right]^{-4}. \tag{8}$$

Полагая в этой формуле $\alpha = \varkappa = 1$, получаем, как частный случай, дисперсию σ_0^2 оценки максимального правдоподобия задержки сигнала (1), у которого априори известны параметры a_0, k_0 модулирующей помехи [1].

Конкретизируем полученные выражения для полосовой модулирующей помехи с нормированным спектром мощности

$$\rho(\omega)=\begin{cases}1, & |\omega|\leqslant\Omega/2;\\ 0, & |\omega|>\Omega/2.\end{cases} \qquad (9)$$

Подставляя (9) в (5), находим максимальное значение сигнальной функции

$$A=[\mu\alpha^2\varkappa^2q^2+\alpha z_0^2(1+\alpha\varkappa^2q/2)]/[1+\alpha^2\varkappa^2q]. \qquad (10)$$

Используя (10), перепишем неравенство (6) как $\alpha<-z_0^2/(\mu q^2+$ $+z_0^2q/2)\varkappa^2$. Если оно не выполняется, то $A\leqslant 0$ и измеритель на основе (3) неработоспособен. Проигрыш в точности оценки задержки из-за незнания параметров модулирующей помехи можно охарактеризовать отношением $\chi=\sigma_1^2/\sigma_0^2$. Для полосовой модулирующей помехи со спектром мощности (9), согласно (8) и [1], получаем

$$\chi=\{\mu\alpha^4\varkappa^4q^2[1+(1+q)^2]+\alpha^2z_0^2[1+(1+q)(1+\alpha\varkappa^2q)^2]\}^2\times$$
$$\times[\mu q^2+z_0^2(2+q)/2]^4\{\mu q^2[1+(1+q)^2]+$$
$$+z_0^2[1+(1+q)^3]\}^{-2}[\mu\alpha^2\varkappa^2q^2+\alpha z_0^2(2+\alpha\varkappa^2q)/2]^{-4}. \qquad (11)$$

При $q\ll 1$ формула (11) существенно упрощается и принимает вид

$$\chi\simeq(\nu+1)^2(\nu+\alpha^2\varkappa^4)^2/(\nu+\alpha\varkappa^2)^4, \qquad (12)$$

где $\nu=z_0^2/\mu q^2$. Согласно (12), проигрыш в точности оценки задержки из-за незнания параметров модулирующей помехи может быть значительным, особенно при $\alpha<0$ и $\nu\approx|\alpha|\varkappa^2$.

Повысить точность оценки задержки сигнала (1) можно, если одновременно с задержкой оценивать неизвестные параметры модулирующей помехи, которые в рассматриваемом случае являются несущественными (сопровождающими). Ограничимся рассмотрением полосовой модулирующей помехи с нормированным спектром мощности (9). Тогда логарифм функционала отношения правдоподобия для всех неизвестных параметров сигнала (1) можно, аналогично [1, 3], записать

$$M(\tau,a,k)=[a^2k^2\sigma_N^{-2}L_1(\tau)+2L_0(\tau)-a^2\gamma]/[N_0(1+a^2k^2\sigma_N^{-2})]-$$
$$-\mu\ln(1+a^2k^2\sigma_N^{-2}).$$

Здесь $L_1(\tau)=\int_{\tau-\gamma/2}^{\tau+\gamma/2}y^2(t)\,dt$; $L_0(\tau)=\int_{\tau-\gamma/2}^{\tau+\gamma/2}x(t)\,dt$; $y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t')H(t-$ $-t')\,dt'$; спектр функции $H(t)$ удовлетворяет соотношению $|H(j\omega)|^2=$ $=\rho(\omega)$, $\sigma_N^2=N_0\Omega/4\pi$ (средняя мощность белого шума в полосе частот модулирующей помехи). Для того чтобы исключить влияние несущественных параметров, надо максимизировать по ним логарифм функционала отношения правдоподобия. В результате получаем

$$M(\tau)=\max_{a,k}M(\tau,a,k)=\frac{L_1(\tau)}{N_0}-\mu\left(1+\ln\left\{\frac{L_1(\tau)}{\gamma\sigma_N^2}-\left[\frac{L_0(\tau)}{\gamma\sigma_N}\right]^2\right\}\right). \qquad (13)$$

Оценка максимального правдоподобия $\hat{\tau}$ задержки τ_0 сигнала (1) определяется как положение абсолютного максимума функции (13).

Рассмотрим характеристики оценки максимального правдоподобия $\hat{\tau}$. С этой целью введем вспомогательные функции $\tilde{S}_1(\tau)=\langle L_1(\tau)\rangle/N_0$, $\tilde{N}_1(\tau)=L_1(\tau)/N_0-\tilde{S}_1(\tau)$, $\tilde{S}_2(\tau)=\langle L_1(\tau)\rangle/\gamma\sigma_N^2-\langle[L_0(\tau)/\gamma\sigma_N]^2\rangle$, $\tilde{N}_2(\tau)=$ $=L_1(\tau)/\gamma\sigma_N^2-[L_0(\tau)/\gamma\sigma_N]^2-\tilde{S}_2(\tau)$ и преобразуем (13) к виду

$$M(\tau)=\tilde{S}_1(\tau)+\tilde{N}_1(\tau)-\mu\{1+\ln[\tilde{S}_2(\tau)+\tilde{N}_2(\tau)]\}=$$
$$=\tilde{S}_1(\tau)+\tilde{N}_1(\tau)-\mu\{1+\ln\tilde{S}_2(\tau)+\ln[1+\tilde{N}_2(\tau)/\tilde{S}_2(\tau)]\}. \qquad (14)$$

Положим, что оценка $\hat{\tau}$ обладает высокой апостериорной точностью. Тогда достаточно ограничиться исследованием поведения функции (14) в окрестности истинного значения задержки τ_0, малой по сравнению с длительностью γ сигнала (1). В этой окрестности при выполнении (2) функцию (14) можно представить как

$$M(\tau) \simeq \tilde{S}_1(\tau) + \tilde{N}_1(\tau) - \mu\{1 + \ln \tilde{S}_2(\tau) + \tilde{N}_2(\tau)/\tilde{S}_2(\tau)\}. \tag{15}$$

Точность этого приближенного равенства возрастает с увеличением μ, так как при выполнении (2) $\langle \tilde{N}_2^2(\tau_0)\rangle / \tilde{S}_2^2(\tau_0) = \mu^{-1} \ll 1$. Переходя к нормированной задержке, представим (15) как сумму сигнальной и шумовой функций

$$M(l) = S(l) + N(l), \tag{16}$$

где $S(l) = \tilde{S}_1(l) - \mu[1 + \ln \tilde{S}_2(l)]$, $N(l) = \tilde{N}_1(l) - \mu\tilde{N}_2(l)/\tilde{S}_2(l)$. В условиях высокой апостериорной точности оценки, когда $|l - l_0| \ll 1$, для сигнальной функции получаем

$$S(l) = A_S - B_S|l - l_0|; \qquad A_S = \mu[q - \ln(1+q)] + z_0^2/2;$$

$$B_S = [\mu q^2 + z_0^2(1 + q/2)]/(1+q). \tag{17}$$

В соответствии с (16), $\langle N(l)\rangle = 0$ и при $|l_i - l_0| \ll 1$, $i = 1, 2$

$$\langle N(l_1)N(l_2)\rangle = A_N - B_N|l_1 - l_2| -$$

$$- \begin{cases} C_N \min(|l_1 - l_0|, |l_2 - l_0|), & (l_1 - l_0)(l_2 - l_0) \geqslant 0; \\ 0, & (l_1 - l_0)(l_2 - l_0) < 0; \end{cases} \tag{18}$$

$$A_N = \mu q^2 + z_0^2(1+q); \quad B_N = [\mu q^2(2+q) + z_0^2(q^2 + 5q/2 + 2)]/(1+q);$$

$$C_N = [\mu q^2(q^2 + 4q + 2) + z_0^2(q^3 + 4q^2 + 6q + 2)]/(1+q)^2.$$

Согласно (17), (18), отношение сигнал—шум на выходе измерителя (13) определяется выражением

$$z^2 = \{\mu[q - \ln(1+q)] + z_0^2/2\}^2/[\mu q^2 + z_0^2(1+q)]. \tag{19}$$

При выполнении (2) и $z^2 \gg 1$ оценка максимального правдоподобия задержки сигнала (1) обладает высокой апостериорной точностью [1, 2]. Тогда, аналогично [1, 2], для дисперсии оценки $\hat{l} = \hat{\tau}/\gamma$ безразмерной задержки l_0 находим

$$\langle(\hat{l} - l_0)^2\rangle = \frac{13}{8}\,\frac{(2B_N - C_N)^2}{B_S^4}. \tag{20}$$

Подставив в (20) значения B_S из (17) и B_N, C_N из (18), имеем

$$\langle(\hat{l} - l_0)^2\rangle = \sigma_0^2. \tag{21}$$

Здесь σ_0^2 — дисперсия оценки максимального правдоподобия задержки сигнала (1) при априори известных значениях параметров модулирующей помехи [1]. Эта дисперсия может быть найдена из (8) при $\alpha = \varkappa = 1$. Следовательно, в условиях высокой апостериорной точности незнание параметров модулирующей помехи не влияет на точность оценки максимального правдоподобия задержки сигнала. Незнание этих параметров приводит к более сложной структуре измерителя (13) по сравнению с приемником максимального правдоподобия в случае априори известных параметров модулирующей помехи [1]. При априори известных параметрах модулирующей помехи структура приемника максимального правдоподобия определяется из (2), где следует положить $a_1 = a_0$, $k_1 = k_0$.

Точность формул (20), (21) увеличивается с ростом μ (2) и z^2 (19). При $q \ll 1$ формула (19) несколько упрощается и принимает вид $z^2 \simeq (\mu q^2 + z_0^2)/4$. Сравним это выражение с отношением сигнал—шум на выходе приемника максимального правдоподобия при априори известных значениях параметров модулирующей помехи [1] $z^2 = \mu q^2 + z_0^2$. Видно, что отношение сигнал — шум на выходе измерителя (13) в 4 раза меньше, чем при априори известных параметрах модулирующей помехи. В результате, для обеспечения высокой апостериорной точности оценки максимального правдоподобия задержки при неизвестных параметрах модулирующей помехи необходимы бóльшие значения средней энергии сигнала (1), чем при априори известных.

Из сопоставления (8) и (21) следует, что формулы (11), (12) описывают выигрыш в точности оценки задержки при использовании измерителя (13) вместо измерителя (3). Согласно (11), (12), этот выигрыш может быть значительным.

Полученные выражения для характеристик алгоритмов оценки задержки (3), (13) позволяют сделать обоснованный выбор между этими алгоритмами в зависимости от имеющихся априорных данных и от требований, предъявляемых к точности оценки и к степени простоты технической реализации алгоритма оценки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Трифонов А. П., Захаров А. В.* Прием сигнала с неизвестной задержкой при наличии модулирующей помехи // Радиоэлектроника.— 1986.— № 4.— С. 36—41. (Изв. высш. учеб. заведений).
2. *Трифонов А. П., Галун С. А.* Эффективность приема случайного импульсного сигнала на фоне белого шума // Радиотехника и электроника.— 1981.— Т. 26.— № 8.— С. 1622—1630.
3. *Вопросы* статистической теории радиолокации / П. А. Бакут, И. А. Большаков, Б. М. Герасимов и др.— М. : Сов. радио, 1963.— Т. 1.—424 с.

Поступила в редакцию 30.06.86.

УДК 519.24

ОПТИМИЗАЦИЯ ИЕРАРХИЧЕСКИХ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ АЛГОРИТМОВ АНАЛИЗА ИЗОБРАЖЕНИЙ

В. А. ГОРОХОВАТСКИЙ, В. В. ШЛЯХОВ

Конкретизируется задача оптимизации иерархических корреляционных алгоритмов для автоматического обнаружения объектов на изображениях. Обсуждаются и доказываются преимущества иерархических алгоритмов при действии помех типа частичного заслонения объектов и флюктуационного шума.

В автоматизированных системах обработки изображений распространение получили корреляционные методы, основанные на сопоставлении множества текущих изображений с эталоном [1]. Усиление свойств корреляционных алгоритмов достигается путем использования в них иерархического подхода [2]: вначале анализируется сходство отдельных участков изображения и эталона, затем принимается окончательное решение по результатам этого анализа. Такая обработка позволяет, например, значительно увеличивать помехозащищенность корреляционного обнаружения и распознавания объектов относительно действия локальных искажений изображения. В частности, локальное искажение 20 ... 30 % точек изображения для известных методов снижает вероятность правильного обнаружения объектов до величины 0,5 ... 0,6, в то время как применение иерархических методов обеспечивает правильное обнаружение с вероятностью 0,95 при локальном искажении 70 % точек изображения.