

400
Приложение 400
АКАДЕМИЯ НАУК СССР

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Том XXXIII

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

1

МОСКВА · 1988

196

ИМПУЛЬСНАЯ ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННАЯ МОДУЛЯЦИЯ ШУМОВОЙ НЕСУЩЕЙ

Трифонов А. П., Парфенов В. И.

Выполнен синтез приемника максимального правдоподобия сигнала с шумовой несущей и определены асимптотически точные выражения для смещения и рассеяния оценки информативного параметра.

ВВЕДЕНИЕ

Идея использования шумовой несущей для передачи информации была предложена довольно давно [1]. Установлено, что системы связи и локализации при использовании шумовой несущей имеют ряд полезных свойств (см., например, [1–5]), в частности более высокую степень скрытности, чем при использовании традиционных несущих, более устойчивы по отношению к замираниям сигнала в процессе распространения, менее подвержены действию организованных помех. Однако практическому применению систем, использующих шумовую несущую, препятствует ряд причин [1–5]. К ним следует отнести трудность технической реализации устройств обработки сигналов с шумовой несущей [5]. Кроме того, к настоящему времени предложено сравнительно мало способов модуляции шумовой несущей и относительно слабо исследована помехоустойчивость приема таких сигналов.

Различные известные виды модуляции шумовой несущей обычно сводятся к изменению параметров ее спектра мощности при сохранении стационарности передаваемого сигнала [2–4]. Отказ от сохранения стационарности случайного сигнала в результате его модуляции позволяет существенно расширить возможности практического применения шумовой несущей. В частности, рассматриваемый нестационарный вариант частотной модуляции шумовой несущей позволяет устранить некоторые из трудностей, препятствующих ее использованию. Действительно, оказывается, что практическая реализация устройств формирования и приема сигналов с импульсной частотно-временной модуляцией шумовой несущей значительно проще, чем используемая в настоящее время аппаратура формирования и обработки шумоподобных сигналов с аналогичными свойствами [6].

Полезный сигнал, принимаемый на интервале времени $[-T/2, T/2]$, запишем как

$$(1) \quad s(t, \tau) = \{1 - I[(t - \tau)/\gamma]\} \xi_1(t) + I[(t - \tau)/\gamma] \xi_2(t),$$

где γ — длительность модулирующего импульса, $\xi_i(t)$ — реализации независимых центрированных гауссовских узкополосных стационарных случайных процессов с корреляционными функциями $K_i(t_1 - t_2) = \langle \xi_i(t_1) \xi_i(t_2) \rangle$ и спектрами мощности $G_i(\omega)$, $i = 1, 2$, $I(x) = 1$ при $|x| < 1/2$ и $I(x) = 0$ при $|x| > 1/2$. Полагаем, что неизвестное временное положение τ модулирующего импульса принимает значения из априорного интервала $[-T_0/2, T_0/2]$,

причем $T_0 + \gamma \leq T$. Обозначим через $v_i = \int_0^\infty \omega G_i(\omega) d\omega \left[\int_0^\infty G_i(\omega) d\omega \right]^{-1}$

центральную частоту спектра мощности, $\Omega_i = \int_0^\infty G_i^2(\omega) d\omega [\max G_i^2(\omega)]^{-1}$ эквивалентную полосу частот процесса $\{\xi_i(t)\}$. Полагая $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$ и $v_1 \gg \Omega$, можем записать [5]

$$(2) \quad G_i(\omega) = \frac{G_0}{2} \left[f\left(\frac{\omega - v_i}{\Omega}\right) + f\left(\frac{\omega + v_i}{\Omega}\right) \right],$$

где функция $f(x) = f(-x)$ определяет форму спектра мощности и нормирована так, что $\max f(x) = 1$, $\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) dx = 1$.

Таким образом, процессы $\{\xi_i(t)\}$ имеют спектры мощности одинаковой формы, но с различными центральными частотами. В результате при $-T/2 \leq t < \tau - \gamma/2$ и $\tau + \gamma/2 < t \leq T/2$ центральная частота спектра мощности случайного сигнала (1) равна v_1 , а при $\tau - \gamma/2 \leq t \leq \tau + \gamma/2$ равна v_2 . Если $v_1 \neq v_2$, то модуляцию случайного сигнала (1) можно осуществлять, изменяя параметр τ в соответствии с передаваемым сообщением. Отметим, что случайный сигнал (1) формируется достаточно просто. Действительно, (1) можно интерпретировать как составной случайный сигнал [7]. Следовательно, для получения (1) в обычной схеме формирования составного случайного сигнала [7] достаточно использовать «переключающий» сигнал $\lambda(t) = 2I(t/\gamma) - 1$.

Полагая, что сигнал (1) принимается на фоне гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 , для получения оценки $\hat{\tau}$ параметра τ используем метод максимального правдоподобия [8]. Ниже найдены относительно простая структура приемника максимального правдоподобия (МПП), а также асимптотически точные (с увеличением γ и T_0) выражения для характеристик оценки максимального правдоподобия (ОМП) $\hat{\tau}$ с учетом аномальных ошибок.

1. ПРИЕМНИК МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ

В соответствии с определением [6] приемник максимального правдоподобия для всех $\tau \in [-T_0/2; T_0/2]$ должен вырабатывать логарифм функционала отношения правдоподобия (ЛФОП), который с точностью до постоянных слагаемых равен [8, 9]

$$(3) \quad L(\tau) = \iint_{-T/2}^{T/2} x(t_1) x(t_2) \Theta(t_1, t_2, \tau) dt_1 dt_2 / 2.$$

Здесь $x(t) = s(t, \tau_0) + n(t)$, τ_0 — истинное значение неизвестного параметра, функция $\Theta(t_1, t_2, \tau)$ находится из интегрального уравнения [9]

$$(4) \quad \frac{N_0}{2} \Theta(t_1, t_2, \tau) + \int_{-T/2}^{T/2} \Theta(t_1, t, \tau) K_s(t, t_2, \tau) dt = \frac{2}{N_0} K_s(t_1, t_2, \tau),$$

где

$$K_s(t_1, t_2, \tau) = \{1 - I[(t_1 - \tau)/\gamma]\} \{1 - I[(t_2 - \tau)/\gamma]\} \times \\ \times K_1(t_1 - t_2) + I[(t_1 - \tau)/\gamma] I[(t_2 - \tau)/\gamma] K_2(t_1 - t_2)$$

— корреляционная функция случайного сигнала (1). Будем считать, что длительность модулирующего импульса значительно больше времени корреляции процессов $\{\xi_i(t)\}$, т. е.

$$(5) \quad \mu \gg 1, \quad \mu = \gamma \Omega / 2\pi.$$

Тогда решение уравнения (4) аналогично [9, 10] можно искать в виде, структурно подобном корреляционной функции полезного сигнала (1):

$$(6) \quad \Theta(t_1, t_2, \tau) = \{1 - I[(t_1 - \tau)/\gamma]\} \{1 - I[(t_2 - \tau)/\gamma]\} \times \\ \times \Theta_1(t_1 - t_2) + I[(t_1 - \tau)/\gamma] I[(t_2 - \tau)/\gamma] \Theta_2(t_1 - t_2).$$

Подставляя (6) в (4), получаем интегральные уравнения для функций $\Theta_i(t_1 - t_2)$. Заменяя в силу (5) пределы интегрирования в этих уравнениях на бесконечные и решая их с помощью преобразования Фурье, получим

$$(7) \quad \Theta_i(t_1 - t_2) = \frac{2}{\pi N_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_i(\omega) \exp[j\omega(t_1 - t_2)]}{N_0 + 2G_i(\omega)} d\omega = \\ = \frac{2q\Omega}{\pi N_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x) \exp[jx\Omega(t_1 - t_2)]}{1 + qf(x)} dx \cos[v_i(t_1 - t_2)], \\ q = G_0/N_0.$$

Обозначим $x_1(t, \tau) = \{1 - I[(t - \tau)/\gamma]\} x(t)$, $x_2(t) = I[(t - \tau)/\gamma] x(t)$ и, учитывая (6), (7), перепишем (3) как

$$(8) \quad L(\tau) = \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} x_1(t_1, \tau) x_1(t_2, \tau) \Theta_1(t_1 - t_2) dt_1 dt_2 / 2 + \\ + \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} x_2(t_1, \tau) x_2(t_2, \tau) \Theta_2(t_1 - t_2) dt_1 dt_2 / 2.$$

Практическая реализация ПМП согласно (3), (8) наталкивается на существенные трудности, связанные с формированием квадратичных функционалов от реализации наблюдаемых данных для всех значений $\tau \in [-T_0/2; T_0/2]$. Поэтому, учитывая (5), преобразуем (8) так, как это сделано в [9]. Выразим функцию (7) через ее спектр $\Theta_i(\omega)$:

$$\Theta_i(t_1 - t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_i(\omega) \exp[j\omega(t_1 - t_2)] d\omega / 2\pi.$$

Подставляя это выражение в (8), получаем

$$(9) \quad L(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} |x_1(\omega)|^2 \Theta_1(\omega) d\omega / 4\pi + \int_{-\infty}^{\infty} |x_2(\omega)|^2 \Theta_2(\omega) d\omega / 4\pi = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{y}_1(\omega)|^2 d\omega / 4\pi + \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{y}_2(\omega)|^2 d\omega / 4\pi.$$

Здесь $\tilde{y}_i(\omega) = x_i(\omega) H_i(\omega)$, причем

$$(10) \quad |H_i(\omega)|^2 = \Theta_i(\omega),$$

$$x_i(\omega) = \int_{-T/2}^{T/2} x_i(t, \tau) \exp(-j\omega t) dt.$$

Используя теорему Парсеваля, перепишем (9) как

$$(11) \quad L(\tau) = \int_{-T/2}^{T/2} [\tilde{y}_1^2(t, \tau) + \tilde{y}_2^2(t, \tau)] dt/2,$$

где

$$(12) \quad \tilde{y}_i(t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_i(\omega) H_i(\omega) \exp(j\omega t) d\omega / 2\pi = \int_{-\infty}^{\infty} x_i(t', \tau) H_i(t-t') dt',$$

$$H_i(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H_i(\omega) \exp(j\omega t) d\omega / 2\pi.$$

Структуру ПМП (11) можно существенно упростить, если пренебречь

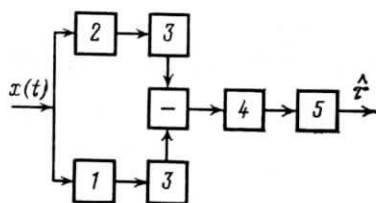


Рис. 1. Приемник максимального правдоподобия

ошибками измерения параметра τ сигнала (1) порядка времени корреляции процессов $\{\xi_i(t)\}$, т. е. порядка $2\pi/\Omega$. Такое пренебрежение допустимо, если отношение $q = G_0/N_0$ не слишком велико [9, 10]. Обозначим через Ω_H эквивалентную полосу пропускания фильтра с импульсной переходной функцией $H_i(t)$. Согласно (7), (10), всегда $\Omega_H \geq \Omega$. Следовательно, длительность переходного процесса фильтра $H_i(t)$ не превышает времени корреляции процесса $\{\xi_i(t)\}$. Поэтому, учитывая (5),

можем приближенно переписать (12) как

$$(13) \quad \tilde{y}_1(t, \tau) \simeq \{1 - I[(t-\tau)/\gamma]\} \int_{-\infty}^{\infty} x(t') H_1(t-t') dt' =$$

$$= \{1 - I[(t-\tau)/\gamma]\} y_1(t); \quad \tilde{y}_2(t, \tau) \simeq I[(t-\tau)/\gamma] \int_{-\infty}^{\infty} x(t') \times$$

$$\times H_2(t-t') dt' = I[(t-\tau)/\gamma] y_2(t).$$

Функции $\tilde{y}_2(t, \tau)$ и $I[(t-\tau)/\gamma] y_2(t)$ могут существенно различаться лишь на интервалах времени порядка $2\pi/\Omega_H$. Поскольку $2\pi/\Omega_H \leq 2\pi/\Omega \ll \gamma$, то этим различием будем пренебрегать. Аналогичный вывод справедлив для $\tilde{y}_1(t, \tau)$. Подставляя (13) в (8) и опуская слагаемые, не зависящие от τ , приходим к выражению

$$(14) \quad L(\tau) \simeq \int_{\tau-T/2}^{\tau+T/2} [y_2^2(t) - y_1^2(t)] dt/2.$$

Реализация ПМП согласно (14) существенно проще, чем согласно (8) или (11). Действительно, на основе (14) ПМП может быть реализован в виде, показанном на рис. 1, где 1, 2 — линейные фильтры с импульсными переходными функциями $H_1(t)$ и $H_2(t)$ соответственно, 3 — квадраторы, 4 — фильтр, согласованный с модулирующим импульсом $I(t/\gamma)$, 5 — решающее устройство, которое определяет положение τ абсолютного максимума (14) при $\tau \in [-T_0/2; T_0/2]$. Амплитудно-частотные характеристики фильтров 1 и 2 согласно (7), (10) можно записать в виде

$$|H_i(\omega)| = \sqrt{\frac{2}{N_0}} \left[h\left(\frac{\omega - \nu_i}{\Omega}\right) + h\left(\frac{\omega + \nu_i}{\Omega}\right) \right],$$

где $h(x) = \{qf(x)/[1+qf(x)]\}^{1/2}$. Следовательно, при не слишком больших значениях q эти фильтры узкополосные, имеют одинаковую форму амплитудно-частотной характеристики, но различные центральные частоты полосы пропускания.

2. СВОЙСТВА ВЫХОДНОГО СИГНАЛА ПРИЕМНИКА МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ

При выполнении (5) выходной сигнал ПМП (14) можно приближенно считать гауссовским случайным процессом [7, 9]. Поэтому ограничимся определением первых двух моментов функции (14). С этой целью представим выходной сигнал ПМП в виде суммы сигнальной и шумовой функций [8] $L(\tau) = \bar{S}(\tau, \tau_0) + \bar{N}(\tau)$, где $\bar{S}(\tau, \tau_0) = \langle L(\tau) \rangle$, $\bar{N}(\tau) = L(\tau) - \langle L(\tau) \rangle$, усреднение выполняется по реализациям наблюдаемых данных при фиксированном истинном значении τ_0 оцениваемого параметра.

Подставляя в (14) реализацию наблюдаемых данных и выполняя усреднение, получаем

$$(15) \quad \bar{S}(\tau, \tau_0) = \frac{1}{2} \int_{\tau-\gamma/2}^{\tau+\gamma/2} dt \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 \{ [1 - I[(t_1 - \tau_0)/\gamma]] \times \\ \times [1 - I[(t_2 - \tau_0)/\gamma]] K_1(t_1 - t_2) + I[(t_1 - \tau_0)/\gamma] I[(t_2 - \tau_0)/\gamma] \times \\ \times K_2(t_1 - t_2) \} [H_2(t - t_1) H_2(t - t_2) - H_1(t - t_1) H_1(t - t_2)].$$

Опять полагаем, что значение q не слишком велико и ошибками изменения параметра τ порядка времени корреляции процессов $\{\xi_i(t)\}$ можно пренебречь. Преобразуя затем внутренние интегралы по t_1, t_2 в (15) аналогично (13), приходим к выражению

$$\bar{S}(\tau, \tau_0) \simeq \frac{1}{2} \int_{\tau-\gamma/2}^{\tau+\gamma/2} dt \left\{ \left[1 - I\left(\frac{t - \tau_0}{\gamma}\right) \right] \int_{-\infty}^{\infty} K_1(t_1 - t_2) \times \right. \\ \times [H_2(t - t_1) H_2(t - t_2) - H_1(t - t_1) H_1(t - t_2)] dt_1 dt_2 + \\ \left. + I\left(\frac{t - \tau_0}{\gamma}\right) \int_{-\infty}^{\infty} K_2(t_1 - t_2) [H_2(t - t_1) H_2(t - t_2) - \right. \\ \left. - H_1(t - t_1) H_1(t - t_2)] dt_1 dt_2 \right\}.$$

Внутренние интегралы в этом выражении легко вычисляются с помощью

преобразования Фурье, так как

$$(16) \quad \iint_{-\infty}^{\infty} K_i(t_1-t_2) H_j(t-t_1) H_j(t-t_2) dt_1 dt_2 = \\ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G_i(\omega) \Theta_j(\omega) d\omega, \quad i, j=1, 2.$$

Учитывая узкополосность случайных процессов $\{\xi_i(t)\}$ и вводя безразмерный параметр $l=\tau/\gamma$, находим окончательное выражение для сигнальной функции:

$$(17) \quad \hat{S}(l, l_0) = A_S S(l, l_0),$$

где

$$A_S = 2F\gamma q^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x) [f(x) - f(x-\varepsilon)]}{1+qf(x)} dx,$$

$$F = \Omega/2\pi, \quad \varepsilon = |\nu_1 - \nu_2|/\Omega, \quad l_0 = \tau_0/\gamma,$$

$$S(l, l_0) = \begin{cases} 1 - |l - l_0|, & |l - l_0| < 1, \\ 0, & |l - l_0| > 1. \end{cases}$$

В соотношении (17) опущено несущественное постоянное слагаемое $(-A_S/2)$.

Перейдем теперь к определению корреляционной функции шумовой функции

$$(18) \quad K_N(l_1, l_2) = \langle N(l_1) N(l_2) \rangle = \int_{(l_1 - 1/2)\tau}^{(l_1 + 1/2)\tau} dt_1 \int_{(l_2 - 1/2)\tau}^{(l_2 + 1/2)\tau} dt_2 \times \\ \times \{ [\langle y_1(t_1) y_1(t_2) \rangle]^2 - [\langle y_1(t_1) y_2(t_2) \rangle]^2 - \\ - [\langle y_2(t_1) y_1(t_2) \rangle]^2 + [\langle y_2(t_1) y_2(t_2) \rangle]^2 \} / 2.$$

Подставим в (18) значение $y_i(t)$ из (13) и выполним усреднение. Преобразуя полученное выражение аналогично (13), (15), (16), получаем $K_N(l_1, l_2) = \sigma_{NS}^2 S(l_1, l_2)$, где

$$\sigma_{NS}^2 = F\gamma q^2 \left\{ 1 + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f^2(x) [1+qf(x-\varepsilon)]^2}{[1+qf(x)]^2} dx - \right. \\ \left. - 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x) f(x-\varepsilon) [1+qf(x)]}{1+qf(x-\varepsilon)} dx \right\}.$$

3. ХАРАКТЕРИСТИКИ ОЦЕНКИ МАКСИМАЛЬНОГО ПРАВДОПОДОБИЯ

Установленные выше свойства выходного сигнала ПМП позволяют непосредственно использовать результаты [8, 10] для расчета характеристик ОМП. Полагая далее $m = T_0/\gamma \gg 1$, для условного смещения (систематической ошибки) и условного рассеяния (среднего квадрата ошибки)

оценки $\hat{l}$ запишем следующие выражения:

$$b(\hat{l}|l_0) = \langle \hat{l} - l_0 \rangle \simeq P_0 d_0 - (1 - P_0) l_0;$$

$$V(\hat{l}|l_0) = \langle (\hat{l} - l_0)^2 \rangle \simeq P_0 \sigma_0^2 + (1 - P_0) (m^2/12 + l_0^2).$$

Здесь P_0 — вероятность надежной оценки, d_0 и σ_0^2 означают соответственно условные смещение и рассеяние надежной оценки. При этом под надежной оценкой [8] понимаем оценку, найденную в предположении $|\hat{l} - l_0| < 1$, т.е. когда $|\hat{\tau} - \tau_0| < \gamma$. Согласно методике, изложенной в [10], получаем

$$(19) \quad P_0 \simeq 2z \exp(3z^2/2) \int_1^\infty \exp\left[-\frac{mx}{\sqrt{2}\pi} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right] \times$$

$$\times \{\exp(-zx) \Phi(x-2z) - \exp(5z^2/2 - 2zx) \Phi(x-3z)\} dx;$$

$$(20) \quad d_0 = 0; \quad \sigma_0^2 = \frac{13\sigma_{NS}^4}{2A_s^4} = \frac{13}{32F^2\gamma^2q^4} \times$$

$$\times \left\{ 1 + \int_{-\infty}^\infty \frac{f^2(x) [1 + qf(x-\varepsilon)]^2}{[1 + qf(x)]^2} dx - \right.$$

$$\left. - 2 \int_{-\infty}^\infty \frac{f(x)f(x-\varepsilon) [1 + qf(x)]}{1 + qf(x-\varepsilon)} dx \right\}^2 \left\{ \int_{-\infty}^\infty \frac{f(x) [f(x) - f(x-\varepsilon)]}{1 + qf(x)} dx \right\}^{-4}.$$

Здесь $\Phi(\cdot)$ — интеграл вероятности [8], $z = A_s/\sigma_{NS}$ — отношение сигнал/шум. Формула (19) для вероятности надежной оценки довольно громоздка и расчет по ней возможен только численными методами. Однако, следуя [10], из (19) можно найти упрощенное выражение для вероятности аномальной ошибки, справедливое при весьма больших отношениях сигнал/шум: $P_a = 1 - P_0 \simeq 2zm \exp(-z^2/4)/15\sqrt{\pi}$.

Рассеяние надежной оценки (20) убывает с ростом ε и при $\varepsilon \gg 1$, когда спектры мощности процессов $\{\xi_1(t)\}$ и $\{\xi_2(t)\}$ не перекрываются, достигает величины

$$(21) \quad \sigma_0^2 \simeq \frac{13}{32F^2\gamma^2} \left\{ 1 + \int_{-\infty}^\infty \frac{f^2(x) dx}{[1 + qf(x)]^2} \right\}^2 \left\{ \int_{-\infty}^\infty \frac{qf^2(x) dx}{1 + qf(x)} \right\}^{-4}.$$

При этом минимальное рассеяние не зависит от ε . Формула (20) существенно упрощается в практически важном случае $q \ll 1$ и принимает вид

$$(22) \quad \sigma_0^2 \simeq 13/8 F^2 \gamma^2 q^4 [1 - R(\varepsilon)]^2.$$

Здесь $R(\varepsilon) = \int_{-\infty}^\infty f(x)f(x-\varepsilon) dx$ — функция, характеризующая степень близости спектров мощности процессов $\{\xi_1(t)\}$ и $\{\xi_2(t)\}$. Последнюю формулу перепишем как

$$R(\varepsilon) = \int_{-\infty}^\infty G_1(\omega) G_2(\omega) d\omega \left[\int_{-\infty}^\infty G_1^2(\omega) d\omega \int_{-\infty}^\infty G_2^2(\omega) d\omega \right]^{-1/2} =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} K_1(\tau) K_2(\tau) d\tau \left[\int_{-\infty}^{\infty} K_1^2(\tau) d\tau \int_{-\infty}^{\infty} K_2^2(\tau) d\tau \right]^{-1/2}.$$

Таким образом, функцию $R(\varepsilon)$ можно рассматривать как «коэффициент взаимной корреляции» [7] между корреляционными функциями или спектрами мощности процессов $\{\xi_1(t)\}$ и $\{\xi_2(t)\}$. Причем $R(\varepsilon) \approx 0$, когда $\varepsilon \gg 1$. Следовательно, когда $q \ll 1$ и $\varepsilon \gg 1$, для рассеяния надежной оценки получаем

$$(23) \quad \sigma_0^2 \approx 13/8 F^2 \gamma^2 q^4,$$

при этом рассеяние не зависит от формы спектров мощности процессов $\{\xi_i(t)\}$. Если в формулах (20)–(23) перейти к исходному ненормированному параметру τ , то нетрудно заметить, что дисперсия надежной оценки не зависит от длительности модулирующего импульса γ .

Рассмотрим два примера, иллюстрирующих полученные соотношения.

1. *Шумовая несущая с полосовым спектром.* Пусть форма спектра мощности несущей описывается функцией

$$(24) \quad f(x) = I(x).$$

Спектру мощности (2), (24) соответствует корреляционная функция

$$K_i(\tau) = G_0 (\sin \pi F \tau / \pi \tau) \cos v_i \tau.$$

На рис. 2 сплошными линиями показана зависимость нормированного рассеяния надежной оценки $\rho = F^2 \gamma^2 \sigma_0^2$ от ε при различных q для спектра мощности (2), (24).

2. *Экспоненциально-коррелированная несущая.*

Пусть форма спектра мощности несущей описывается формулой

$$(25) \quad f(x) = [1 + (\pi x/2)^2]^{-1}.$$

Спектру мощности (2), (25) соответствует корреляционная функция

$$K_i(\tau) = G_0 F \exp(-4F|\tau|) \cos v_i \tau.$$

На рис. 2 штриховыми линиями показана та же зависимость $\rho(\varepsilon)$ для спектра мощности (2), (25).

Сравнение сплошных и штриховых кривых показывает, что применение полосовой несущей, когда $\varepsilon < 1$, обеспечивает несколько меньшее рассеяние надежной оценки, чем применение экспоненциально-коррелированной несущей. Причем выигрыш в точности оценки возрастает с увеличением q и уменьшением ε . Численный анализ рассмотренных примеров показал, что вместо сравнительно громоздкой формулы (20) без существенной погрешности можно использовать более простую формулу (22) при $q \leq 0,1$. Для полосовой несущей (24) вместо (20) можно использовать (21), если $\varepsilon \geq 1$, и (23), когда $\varepsilon \geq 1$ и $q \leq 0,1$. В тоже время для экспоненциально-коррелированной несущей (25) формулу (21) можно использовать лишь при $\varepsilon \geq 4 \dots 5$, а формулу (23) — при $\varepsilon \geq 4 \dots 5$ и $q \leq 0,1$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение импульсной частотно-временной модуляции шумовой несущей позволяет относительно просто реализовать устройства формирования и обработки случайного сигнала. Действительно, если выполняется (5) и допустимы ошибки оценивания, существенно превышающие время корреляции шумовой несущей, ПМП имеет довольно простую структуру (14). Анализ допущений, сделанных при выводе формулы (20), показывает, что она является асимптотически точной, если $\mu \rightarrow \infty$ и $q \rightarrow 0$ так, что $z \rightarrow \infty$. Эту формулу можно использовать для приближенных расчетов при конечных значениях μ и q , если выполняется (5), $z \gg 1$ и рассеяние надежной оценки, найденное по формуле (20), удовлетворяет условию $(2\pi/\Omega)^2 \ll \sigma_0^2 \ll \gamma^2$. Если к тому же $T_0 \gg \gamma$, то для приближенного расчета вероятности надежной оценки можно использовать формулу (19).

ЛИТЕРАТУРА

1. Харкевич А. А. Передача сигналов модулированным шумом. Избранные труды. Т. 2. М.: Наука, 1973.
2. Murarka N. P. // IEEE Trans. 1973. V. COM-17. № 7. P. 842.
3. Viterbi A. J. // IEEE Trans. 1967. V. IT-13. № 3. P. 414.
4. Мурза Л. П. // РЭ. 1983. Т. 28. № 3. С. 461.
5. Петрович Н. Т., Размахнин М. К. Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Сов. радио, 1969.
6. Варакин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Радио и связь, 1985.
7. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982.
8. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978.
9. Бакут П. А., Большаков И. А., Герасимов Б. М. и др. Вопросы статистической теории радиолокации. Т. 1 / Под ред. Тартаковского Г. П. М.: Сов. радио, 1963.
10. Трифонов А. П., Галун С. А. // РЭ. 1981. Т. 26. № 8. С. 1622.

Поступила в редакцию
16.IV.1986

УДК 621.391.01

ДИСКРЕТНЫЕ ЧАСТОТНО-МОДУЛИРОВАННЫЕ ГРУППОВЫЕ СИГНАЛЫ

Смолянинов В. М., Прокофьев И. В.

Построен класс дискретных мультипликативных групповых сигналов, аналогичных частотно-модулированным колебаниям со степенным законом изменения частоты. Для сигналов длительностью, равной простому числу и с линейным законом изменения эквивалентной частоты, определены модули коэффициентов взаимной корреляции сигналов в группе. Показано, что в классе дискретных мультипликативных групп того же объема не существует сигналов с меньшим по модулю максимальным значением коэффициента взаимной корреляции. Для сигналов с той же длительностью с полиномиальным законом изменения частоты найдена верхняя оценка максимального по модулю коэффициента взаимной корреляции.

В работе [1] для использования в дискретных системах передачи информации предложены множества сигналов в виде дискретных мультипликативных групп с коэффициентами взаимной корреляции, пропорцио-