

102*

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

№ 7

КИЕВ — 1988

УДК 621.391

ПРИЕМ СЛУЧАЙНОГО ЧАСТОТНО-МАНИПУЛИРОВАННОГО СИГНАЛА

А. П. ТРИФОНОВ, В. И. ПАРФЕНОВ

Выполнен синтез приемника максимального правдоподобия составного сигнала с бинарным кодированием частоты шумовой несущей. Найдены характеристики оценки максимального правдоподобия времени задержки сигнала.

Идея применения шумовой несущей для передачи информации была предложена довольно давно [1]. Установлено, что системы связи и локации с использованием шумовой несущей обладают рядом полезных свойств. Такие системы имеют более высокую степень скрытности, чем при использовании традиционных несущих, более устойчивы по отношению к замираниям сигнала в процессе распространения, менее подвержены действию организованных помех. Различные виды модуляции шумовой несущей обычно сводятся к изменению параметров ее спектра мощности при сохранении стационарности передаваемого сигнала. Отказ от сохранения стационарности случайного сигнала в результате его модуляции позволяет существенно расширить возможности применения шумовой несущей. Рассмотрим здесь нестационарный вариант модуляции шумовой несущей, основанный на использовании частотной манипуляции.

Полезный сигнал, принимаемый на интервале времени $[0; T]$, запишем как

$$s(t, \tau) = \left[1 - I \left(\frac{t - \tau}{M\gamma} - \frac{1}{2} \right) \right] \xi_1(t) + \sum_{n=1}^M I \left(\frac{t - \tau}{\gamma} - \frac{1}{2} - n \right) \times \\ \times \left[\frac{1 - a_n}{2} \xi_1(t) + \frac{1 + a_n}{2} \xi_2(t) \right]; \quad (1)$$

$$I(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1/2; \\ 0, & |x| > 1/2, \end{cases}$$

γ — длительность одной посылки бинарной кодовой последовательности длиной M с элементами $\{a_n\} = \pm 1$; $n = \overline{1, M}$; $\xi_i(t)$ — реализации независимых центрированных гауссовских узкополосных стационарных случайных процессов, обладающих корреляционными функциями $K_i(t_1 - t_2) = \langle \xi_i(t_1) \xi_i(t_2) \rangle$ и спектрами мощности $G_i(\omega)$, $i = 1, 2$. Обозначим центральную частоту спектра мощности и эквивалентную полосу частот процесса $\{\xi_i(t)\}$ через $\nu_i = \int_0^\infty \omega G_i(\omega) d\omega \times \times \left[\int_0^\infty G_i(\omega) d\omega \right]^{-1}$ и $\Omega_i = \int_0^\infty G_i(\omega) d\omega [\max G_i(\omega)]^{-1}$ соответственно. Полагая $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$, $\nu_i \gg \Omega$ [2], можем записать

$$G_i(\omega) = \frac{G_0}{2} \left[f \left(\frac{\omega - \nu_i}{\Omega} \right) + f \left(\frac{\omega + \nu_i}{\Omega} \right) \right], \quad (2)$$

где функция $f(x) = f(-x)$ определяет форму спектра мощности и нормирована так, что $\max f(x) = 1$, $\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) dx = 1$.

Таким образом, процессы $\{\xi_i(t)\}$ обладают спектрами мощности одинаковой формы, но с различными центральными частотами. В результате при $0 < t < \tau$ и $\tau + M\gamma < t < T$ центральная частота спектра мощности случайного сигнала (1) равна ν_1 . Если $\tau + (n-1)\gamma < t < \tau + n\gamma$, то центральная частота равна ν_1 при $a_n = -1$, равна ν_2 при $a_n = 1$.

При $v_1 \neq v_2$ модуляцию случайного сигнала (1) можно осуществлять, изменяя параметр τ в соответствии с передаваемым сообщением. Отметим, что случайный сигнал (1) формируется достаточно просто. Действительно, (1) можно интерпретировать как составной случайный сигнал [2]. Следовательно, для получения (1) надо в обычной схеме формирования составного случайного сигнала [2] использовать «переключающий» сигнал

$$\lambda(t) = 1 - \sum_{n=1}^M (1 + a_n) I(t/\gamma + 1/2 - n). \quad (3)$$

Полагая, что сигнал (1) принимается на фоне гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 , для получения оценки $\hat{\tau}$ параметра τ используем метод максимального правдоподобия. В соответствии с определением приемник максимального правдоподобия (ПМП) для всех возможных значений τ должен вырабатывать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОР), который с точностью до постоянных слагаемых [3] равен

$$L(\tau) = \int_0^T x(t_1) x(t_2) \Theta(t_1, t_2, \tau) dt_1 dt_2 / 2. \quad (4)$$

Здесь $x(t) = s(t, \tau_0) + n(t)$; τ_0 — истинное значение неизвестного параметра, а функция $\Theta(t_1, t_2, \tau)$ находится [3] из интегрального уравнения

$$\frac{N_0}{2} \Theta(t_1, t_2, \tau) + \int_0^T \Theta(t_1, t, \tau) K_s(t, t_2, \tau) dt = \frac{2}{N_0} K_s(t_1, t_2, \tau), \quad (5)$$

где $K_s(t_1, t_2, \tau) = [1 + \lambda(t_1 - \tau)][1 + \lambda(t_2 - \tau)] K_1(t_1 - t_2)/4 + [1 - \lambda(t_1 - \tau)][1 - \lambda(t_2 - \tau)] K_2(t_1 - t_2)/4$ — корреляционная функция случайного сигнала (1). Будем считать, что длительность γ одной посылки модулирующей последовательности в (1) значительно больше времени корреляции процессов $\{\xi_i(t)\}$, т. е.

$$\mu \gg 1, \quad \mu = \gamma\Omega/2\pi. \quad (6)$$

Тогда решение уравнения (5) можно представить [3] в виде

$$\Theta(t_1, t_2, \tau) = [1 + \lambda(t_1 - \tau)][1 + \lambda(t_2 - \tau)] \Theta_1(t_1 - t_2)/4 + [1 - \lambda(t_1 - \tau)][1 - \lambda(t_2 - \tau)] \Theta_2(t_1 - t_2)/4, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} \Theta_i(t_1 - t_2) &= \frac{2}{\pi N_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_i(\omega) \exp[j\omega(t_1 - t_2)]}{N_0 + 2G_i(\omega)} d\omega = \\ &= \frac{2q\Omega}{\pi N_0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x) \exp[jx\Omega(t_1 - t_2)]}{1 + qf(x)} dx \cos v_i(t_1 - t_2), \\ q &= G_0/N_0. \end{aligned} \quad (8)$$

Обозначая $x_1(t, \tau) = [1 + \lambda(t - \tau)] x(t)/2$, $x_2(t, \tau) = [1 - \lambda(t - \tau)] x(t)/2$ и учитывая (7), (8), перепишем (4) как

$$\begin{aligned} L(\tau) &= \int_0^T \int_0^T x_1(t_1, \tau) x_1(t_2, \tau) \Theta_1(t_1 - t_2) dt_1 dt_2 / 2 + \\ &+ \int_0^T \int_0^T x_2(t_1, \tau) x_2(t_2, \tau) \Theta_2(t_1 - t_2) dt_1 dt_2 / 2. \end{aligned} \quad (9)$$

Практическая реализация ПМП, согласно (4), (9), наталкивается на существенные трудности, связанные с формированием квадратичных функционалов от реализации наблюдаемых данных для всех возможных значений τ . Поэтому, полагая $T \gg \gamma$ и учитывая (6), преобразуем (9), как это делается в [3]. В результате получим

$$L(\tau) \simeq \int_0^T [\tilde{y}_1^2(t, \tau) + \tilde{y}_2^2(t, \tau)] dt / 2, \quad (10)$$

где

$$\tilde{y}_i(t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_i(t', \tau) H_i(t - t') dt' - \quad (11)$$

спектр функции $H_i(t)$, удовлетворяющий условию $|H_i(j\omega)|^2 = \Theta_i(\omega)$, $\Theta_i(\omega)$ — спектр функции (8), $i=1, 2$. Структуру ПМП (10) можно существенно упростить, если аналогично [4] пренебречь ошибками измерения параметра τ сигнала (1) порядка времени корреляции процессов $\{\xi_i(t)\}$. Такое пренебрежение допустимо, если отношение $q = G_0/N_0$ не слишком велико [3, 4]. Обозначим Ω_n — эквивалентную полосу пропускания фильтра с импульсной переходной функцией $H_i(t)$. Согласно (8), всегда $\Omega_n \geq \Omega$. Следовательно, длительность переходного процесса фильтра $H_i(t)$ не превышает времени корреляции процесса $\{\xi_i(t)\}$. Поэтому, учитывая (6), можем приближенно переписать (11) как

$$\begin{aligned}\tilde{y}_1(t, \tau) &\simeq [1 + \lambda(t - \tau)] \int_{-\infty}^{\infty} x(t') H_1(t - t') dt' / 2 = [1 + \lambda(t - \tau)] y_1(t) / 2; \\ \tilde{y}_2(t, \tau) &\simeq [1 - \lambda(t - \tau)] \int_{-\infty}^{\infty} x(t') H_2(t - t') dt' / 2 = [1 - \lambda(t - \tau)] y_2(t) / 2.\end{aligned}\quad (12)$$

Очевидно, что функции $\tilde{y}_1(t, \tau)$ и $[1 + \lambda(t - \tau)] y_1(t) / 2$ могут существенно отличаться лишь на интервалах времени $2\pi/\Omega_n$. Поскольку $2\pi/\Omega_n \leq 2\pi/\Omega \ll \gamma$, то этим отличием, как и в [4], будем пренебрегать. Аналогичный вывод справедлив для $\tilde{y}_2(t, \tau)$. Подставляя (12) в (10), учитывая (3) и отбрасывая слагаемые, не зависящие от τ , приходим к выражению

$$L(\tau) \simeq \sum_{n=1}^M (1 + a_n) \int_{\tau + \gamma(n-1)}^{\tau + \gamma n} [y_2^2(t) - y_1^2(t)] dt / 4. \quad (13)$$

Реализация ПМП согласно (13) существенно проще, чем согласно (9) или (10). Действительно, на основе (13) ПМП может быть реализован в виде (рис. 1), где обозначено 1, 2 — линейные фильтры с импульсными переходными функциями $H_1(t)$, $H_2(t)$ соответственно; 3 — квадраторы; 4 — фильтр, согласованный с прямоугольным импульсом $I(t/\gamma)$; 5 — линия задержки на величину длительности кодовой последовательности $M\gamma$ с отводами через время γ ; d_n — аттенюаторы с коэффициентом передачи $(1 + a_n)/4$; 6 — решающее устройство, определяющее положение $\hat{\tau}$ абсолютного максимума (13). Амплитудно-частотные характеристики фильтров 1 и 2 (рис. 1), согласно (2), (8), можно записать в виде

$$|H_i(\omega)| = \left(\frac{2}{N_0}\right)^{1/2} \left[h\left(\frac{\omega - \nu_i}{\Omega}\right) + h\left(\frac{\omega + \nu_i}{\Omega}\right) \right],$$

где $h(x) = \{qf(x)/[1 + qf(x)]\}^{1/2}$. Следовательно, при не слишком больших значениях q эти фильтры являются узкополосными и имеют одинаковую форму амплитудно-частотной характеристики, но различные центральные частоты полосы пропускания.

При выполнении (6) выходной сигнал ПМП (13) можно приближенно считать гауссовским случайным процессом [2, 3] и др. Поэтому ограничимся определением первых двух моментов функции (13). С этой целью представим выходной сигнал ПМП в виде

$$L(\tau) = \hat{S}(\tau, \tau_0) + \hat{N}(\tau) + C, \quad (14)$$

где C — несущественное постоянное слагаемое; $\hat{S}(\tau, \tau_0) = \langle L(\tau) \rangle - C$ — сигнальная, а $\hat{N}(\tau) = L(\tau) - \langle L(\tau) \rangle$ — шумовая функции [4, 5]. Усреднение здесь выполняется по реализациям наблюдаемых данных при фиксированном истинном значении τ_0 оцениваемого параметра.

Подставляя в (13) реализацию наблюдаемых данных, выполняя усреднение и опять пренебрегая переходными процессами фильтров $H_i(t)$ ($i=1, 2$) аналогично (12), получаем

$$\begin{aligned} \langle L(\tau) \rangle \approx & \frac{1}{4} \sum_{n=1}^M (1 + a_n) \int_{\tau+\gamma(n-1)}^{\tau+\gamma n} dt \{ [1 + \lambda(t - \tau_0)] \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} K_1(t_1 - t_2) [H_2(t - t_1) H_2(t - t_2) - H_1(t - t_1) H_1(t - t_2)] dt_1 dt_2 + \\ & + [1 - \lambda(t - \tau_0)] \int_{-\infty}^{\infty} K_2(t_1 - t_2) [H_2(t - t_1) H_2(t - t_2) - \\ & - H_1(t - t_1) H_1(t - t_2)] dt_1 dt_2 \}. \end{aligned}$$

В этом выражении внутренние интегралы вычисляются с помощью преобразования Фурье. Учитывая далее узкополосность случайных процессов $\{\xi_i(t)\}$, получаем, что в (14) $C = -\alpha\gamma(M + \sum_{n=1}^M a_n)/4$, а $\hat{S}(\tau, \tau_0) = \hat{S}(\tau - \tau_0) = \hat{S}(\tau_0 - \tau)$. При чем при $\tau > \tau_0$ сигнальная функция принимает вид

$$\hat{S}(\tau, \tau_0) = \frac{\alpha\gamma}{4} \left[A_k - B_k \frac{\Delta}{\gamma} \right], \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_0 + k\gamma + \Delta, \quad k = \overline{0, M}, \quad 0 \leq \Delta \leq \gamma; \\ A_k &= \sum_{n=k+1}^M a_n a_{n-k} + M - k + \sum_{n=k+1}^M (a_{n-k} + a_n); \\ B_k &= \sum_{n=k+1}^M a_n a_{n-k} - \sum_{n=k+2}^M a_n a_{n-k-1} + 1 + a_{k+1} + a_{M-k}; \\ \alpha &= \frac{\Omega q^2}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x) [f(x) - f(x - \varepsilon)]}{1 + qf(x)} dx, \quad \varepsilon = \frac{|v_1 - v_2|}{\Omega}. \end{aligned} \quad (16)$$

Из (15) следует, что кроме главного максимума при $\tau = \tau_0$ сигнальная функция может иметь побочные максимумы в точках $\tau_k = \tau_0 \pm k\gamma$. Относительный уровень этих максимумов равен A_k/A_0 и

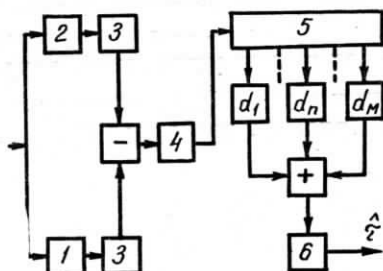


Рис. 1

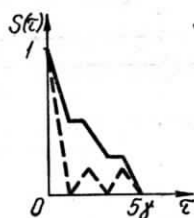


Рис. 2

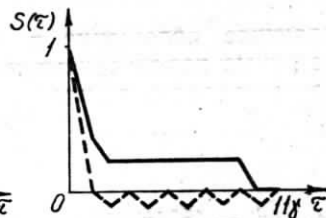


Рис. 3

выбором подходящей кодовой последовательности может быть сделан достаточно малым. В качестве примера (рис. 2) сплошной линией показана нормированная сигнальная функция $S(\tau) = \hat{S}(\tau, 0)/\hat{S}(0, 0)$ при использовании пяти (на рис. 3 — одиннадцати) позиционных кодов Баркера. Для сравнения на этих же рисунках штриховой линией показаны автокорреляционные функции соответствующих сигналов Баркера.

Перейдем к определению корреляционной функции

$$\begin{aligned} K_N(\tau_1, \tau_2) &= \langle \hat{N}(\tau_1) \hat{N}(\tau_2) \rangle = \frac{1}{8} \sum_{n=1}^M \sum_{m=1}^M (1 + a_n)(1 + a_m) \times \\ &\times \int_{\tau_1+(n-1)\gamma}^{\tau_1+n\gamma} dt_1 \int_{\tau_2+(m-1)\gamma}^{\tau_2+m\gamma} dt_2 \{ [\langle y_2(t_1) y_2(t_2) \rangle]^2 - [\langle y_2(t_1) y_1(t_2) \rangle]^2 - \\ &- [\langle y_1(t_1) y_2(t_2) \rangle]^2 + [\langle y_1(t_1) y_1(t_2) \rangle]^2 \}. \end{aligned} \quad (17)$$

Подставим в (17) реализацию наблюдаемых данных и выполним усреднение, пренебрегая переходными процессами фильтров $H_i(t)$, $i=1, 2$, аналогично (12). Ограничимся значениями τ_i , $i=1, 2$, для которых $|\tau_i - \tau_0| < \gamma$.

Тогда

$$K_N(\tau_1, \tau_2) = \sigma_N^2 - D|\tau_1 - \tau_2|, \quad (18)$$

где $\sigma_N^2 = \beta\gamma A_0/4$; $D = \beta B_0/4$;

$$\beta = \frac{\Omega q^2}{2\pi} \left\{ 1 + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f^2(x)[1 + qf(x-\varepsilon)]^2}{[1 + qf(x)]^2} dx - \right. \\ \left. - 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x)f(x-\varepsilon)[1 + qf(x)]}{1 + qf(x-\varepsilon)} dx \right\}.$$

Если теперь в (15) ограничиться значениями τ в пределах главного пика, т. е. когда $|\tau - \tau_0| < \gamma$, то получим, что корреляционная функция шумовой функции (18) с точностью до постоянного множителя совпадает с главным пиком сигнальной функции.

Установленные свойства выходного сигнала ПМП (13) позволяют на основе результатов [4, 5] записать выражение для рассеяния (среднего квадрата ошибки) оценки

$$V_M(\hat{\tau}|\tau_0) = \langle (\hat{\tau} - \tau_0)^2 \rangle = 104\beta^2/\alpha^4 B_0^2, \quad (19)$$

где B_0 определяется из (16).

Рассмотрим частный случай $M=1$, $a_1=1$, что соответствует модуляции центральной частоты сигнала (1) прямоугольным импульсом длительностью γ . В этом частном случае (19) примет вид

$$V_1(\hat{\tau}|\tau_0) = 13\beta^2/2\alpha^4. \quad (20)$$

Следовательно, рассеяние оценки задержки τ не зависит от длительности модулирующего импульса γ , если только выполняется (6). Поэтому повысить точность оценки, увеличивая (или уменьшая) длительность модулирующего импульса, не удастся. Повысить точность оценки можно применением соответствующего кода для манипуляции центральной частотой сигнала (1). Действительно, из (20), (19) находим выигрыш в точности оценки в результате кодирования частоты

$$\chi_M = V_1(\hat{\tau}|\tau_0)/V_M(\hat{\tau}|\tau_0) = B_0^2/16 = M^2\kappa^2,$$

$$\text{где } \kappa = \left[1 - \left(\sum_{n=2}^M a_n a_{n-1} - 1 - a_1 - a_M \right) / M \right] / 4.$$

Нетрудно убедиться, что величина κ остается ограниченной с увеличением длины кодовой последовательности M . Поэтому с ростом длины кодовой последовательности выигрыш в точности оценки задержки растет приблизительно пропорционально M^2 . В частности, при использовании 5-позиционного кода Баркера выигрыш в точности оценки $\chi_5=4$, а при использовании 11-позиционного — $\chi_{11}=9$.

Таким образом, применение частотной манипуляции шумовой несущей позволяет относительно просто реализовать устройства формирования и обработки случайного сигнала. Точность оценки задержки случайного сигнала может быть рассчитана по формуле (19), если выполняется (6) и q не слишком велико, так что $(2\pi/\Omega)^2 \ll \ll V_M(\hat{\tau}|\tau_0) \ll \gamma^2$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Харкевич А. А. Передача сигналов модулированным шумом. Избранные труды: Т. 2. — М.: Наука, 1973. — 524 с.
2. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. — М.: Радио и связь, 1982. — 624 с.
3. Вопросы статистической теории радиолокации / Под ред. Г. П. Тартаковского. — М.: Сов. радио, 1963. — Т. 1. — 424 с.

4. Трифонов А. П., Захаров А. В. Прием сигнала с неизвестной задержкой при наличии модулирующей помехи // Радиоэлектроника.— 1986.— Т. 29.— № 4.— С. 36—41. (Изв. высш. учеб. заведений).

5. Трифонов А. П. Прием разрывного квазидетерминированного сигнала на фоне гауссовской помехи // Изв. АН СССР. Сер. Техническая кибернетика.— 1978.— № 4.— С. 146—153.

Поступила в редакцию 10.12.86.

УДК 621.391.82

ОПТИМАЛЬНЫЙ ПРИЕМ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ В КАНАЛАХ С ШУМОМ, ИНТЕРФЕРЕНЦИЕЙ И ФАЗОВОЙ НЕСТАБИЛЬНОСТЬЮ

В. А. КИСЕЛЬ

Получено общее аналитическое решение задачи определения оптимальной передаточной функции приемного фильтра-корректора, минимизирующего совместное действие аддитивных шумов, межсимвольных помех и фазовой нестабильности канала. Определена также передаточная функция корректора, минимизирующего выходной шум при полном устранении интерференционных помех и влияния фазовой нестабильности.

Постановка задачи. К наиболее существенным мешающим факторам при синхронной высокоскоростной передаче данных относятся аддитивный шум, межсимвольная интерференция и фазовая нестабильность («джиттер») — случайная девиация сигнала относительно моментов регистрации (выборки) [1...3]. В настоящей статье в общем виде аналитически решается задача определения передаточной функции оптимального приемного фильтра-корректора, минимизирующего совместное действие указанных факторов с учетом ряда ограничений, накладываемых на искомую функцию. Задача иллюстрируется структурной схемой, представленной на рис. 1, где Ψ — формирователь сигналов на передаче; T — канал (передающая среда); N — источник аддитивного шума; K — приемный фильтр-корректор. На вход формирователя поступает последовательность информационных символов $\{a_k\}$, на выходе формирователя и канала получаем сигналы $s(t)$, $s_1(t)$, где $s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \varphi(t - k\Delta t)$, a_k — случайные величины, образующие информационную последовательность $\{a_k\}$, которая предполагается стационарной в широком смысле с нулевым средним; $\varphi(t)$ — заданный произвольный композиционный сигнал со спектром $\Psi(j\omega) = \Psi$; Δt — тактовый интервал.

Сигнал $s_1(t)$ преобразуется корректором в сигнал $s_2(t)$ (без учета шума $\eta(t)$). Аддитивный шум предполагается стационарным в широком смысле случайным процессом с энергетическим спектром $N(\omega) = N$. Полный выходной сигнал корректора равен $x(t) = s_2(t) + \eta_1(t)$, где $\eta_1(t)$ — шум на выходе корректора.

Сигнал $s_2(t)$ сравнивается с эталонным сигналом $y(t)$, который получается при прохождении последовательности $\{a_k\}$ через формирующий четырехполосник Ψ и эталонный четырехполосник P . Степень совпадения $x(t)$ с $y(t)$ оценим суммой

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2, \quad (1)$$

где $\sigma_1^2 = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} N |K|^2 d\omega$, $\sigma_2^2 = E^{(2)} \left\{ \sum_{k=-\infty}^{\infty} [s_2(k\Delta t + \tau_k) - y(k\Delta t)]^2 \right\}$, τ_k — случайная величина для момента $k\Delta t$; $E^{(2)}$ — двойное усреднение (по реализациям сигнала $s(t)$ и по реализациям τ_k). Эти усреднения — независимые. Величины τ_k характеризуют фазовую нестабильность (несинхронность) канала. В нормально функционирующих системах связи τ_k малая (по сравнению с Δt) величина, поэтому $s_2(k\Delta t + \tau_k) \cong$