(105

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ СССР

*ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ*

ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

ТОМ XXXI

№ 12

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

ИЗДАНИЕ ЛЕНИНГРАДСКОГО ИНСТИТУТА
ТОЧНОЙ МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
1988

УДК 621.391

СОВМЕСТНАЯ ОЦЕНКА ВЕЛИЧИНЫ И ЦЕНТРАЛЬНОЙ ЧАСТОТЫ СПЕКТРА МОЩНОСТИ СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

А. П. ТРИФОНОВ, Е. П. НЕЧАЕВ

Воронежский государственный университет

Предложен способ аппаратурной реализации оптимального измерителя величины и центральной частоты спектра мощности случайного процесса. Получены асимптотически точные выражения для характеристик оценок.

В [1, 2] описан стандартный измеритель дисперии или спектральной плотности случайного процесса. Для гауссовского узкополосного центрированного случайного процесса $s(t)$ со спектром мощности

$$G(\omega, N_{s0}, l_0) = \begin{cases} N_{s0}/2, & |\omega \pm l_0| \leqslant \Omega/2, \\ 0, & |\omega \pm l_0| > \Omega/2 \end{cases} \tag{1}$$

такой измеритель включает полосовой фильтр с прямоугольной амплитудно-частотной характеристикой, квадратор и усредняющее устройство (интегратор). Ширина полосы пропускания фильтра должна совпадать с шириной спектра Ω, а центральная частота l — с центральной частотой спектра l_0 случайного процесса. Измеритель спектра мощности практически представляет собой аппаратурную реализацию оценки максимального правдоподобия для N_{s0} при известной величине l_0. Получаемую оценку можно записать в виде [3]

$$N_s = r(l)/\mu - N_0, \tag{2}$$

где $r(l) = \int_0^T x^2(t, l)\,dt$, $x(t, l)$ — отклик фильтра с передаточной функцией $H(j\omega, l) = 1$, когда $|\omega \pm l| \leqslant \Omega/2$, и $H(j\omega, l) = 0$, когда $|\omega \pm l| > \Omega/2$, на реализацию наблюдаемого на интервале времени $[0, T]$ случайного процесса $x(t) = s(t) + n(t)$; N_0 — односторонняя спектральная плотность гауссовского белого шума $n(t)$; $\mu = T\Omega/2\pi$.

Центральная частота l_0 спектра мощности (1) во многих прикладных задачах априори неизвестна. Тогда центральная частота фильтра l может не совпадать с величиной l_0. С учетом [3] запишем условные смещение (систематическую ошибку) и рассеяние (средний квадрат ошибки) оценки (2) при $l \neq l_0 : d(N_s|N_{s0}, l_0) = \langle N_s - N_{s0} \rangle = -N_{s0}\delta$; $V(\hat{N}_s|N_{s0}, l_0) = \langle (\hat{N}_s - N_{s0})^2 \rangle = N_0^2[(1+q_0)^2(1-\delta) + q_0^2\mu\delta^2 + \delta]/\mu$, $\delta = \min(\Delta, 1)$, $\Delta = |l - l_0|/\Omega$, $q_0 = N_{s0}/N_0$.

Проигрыш в точности оценки (2) за счет незнания l_0 будем характеризовать величиной $\rho = V(N_s|N_{s0}, l_0)/V(\hat{N}_s|N_{s0})$. Здесь $V(\hat{N}_s|N_{s0}) = (N_0 + N_{s0})^2/\mu$ — рассеяние оценки $\hat{N}_s$, когда l_0 известно ($l = l_0$). На рис. 1 приведены зависимости ρ от нормированной расстройки Δ.

Кривая *1* соответствует $q_0=0{,}1$; $2 - q_0=0{,}5$; $3 - q_0=1$. Сплошные кривые построены для $\mu=10^2$, а штриховые — для $\mu=10^3$. Анализ зависимостей на рис. 1 показывает, что отсутствие априорной информации о величине l_0 может привести к существенному снижению точности оценки (2).

Точность измерения величины спектра мощности можно повышать, используя устройство, реализующее совместную оценку величины и центральной частоты спектра мощности случайного процесса. В этом случае оценки величины N_{sm} и центральной частоты l_m спектра мощности находятся как положение абсолютного максимума логарифма функционала отношения правдоподобия. Согласно [3],

$$N_{sm}=r(l_m)/\mu - N_0, \tag{3}$$

а l_m совпадает с положением абсолютного максимума функции $r(l)$, которую можно представить в виде $r(l)=TR(l)/\pi$, где $R(l)=\int\limits_{l-\Omega/2}^{l+\Omega/2} s_T(\omega)\,d\omega$, $s_T(\omega)=\left|\int\limits_0^T x(t)\exp(-j\omega t)\,dt\right|^2/T$ — периодограмма реализации $x(t)$ [1]. Будем считать, что величина l_0 принимает значения из интервала $[L_1, L_2]$, $L_1>\Omega/2$. Тогда структуру устройства, реализующего совместную оценку величины и центральной частоты спектра мощности случайного процесса, можно изобразить в виде схемы (рис. 2). Здесь *1* — последовательный спектроанализатор [1], анализирующий за время $[0, \Delta t]$, $\Delta t \gg T$, диапазон частот $[L_1-\Omega/2,\ L_2+\Omega/2]$, *2* — линия задержки

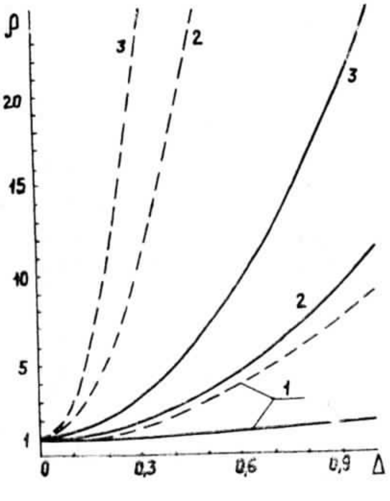

Рис. 1

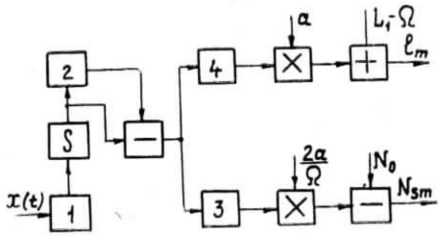

Рис. 2

на время $\tau=\Omega\Delta t/(L_2-L_1+\Omega)$, *3* — пиковый детектор, *4* — решающее устройство, которое фиксирует положение абсолютного максимума сигнала на интервале времени $[\tau, \Delta t]$, $a=(L_2-L_1+\Omega)/\Delta t$.

Определение характеристик оценок N_{sm} и l_m сводится к задаче о достижении границ марковским случайным процессом. Применяя метод локально-марковской аппроксимации [4] и используя результаты [3], находим условные смещения и рассеяния оценок N_{sm} и l_m:

$$d(N_{sm}|N_{s0},\ l_0)=\langle N_{sm}-N_{s0}\rangle \simeq (N_0+N_{s0})(f_1-1); \tag{4}$$

$$V(N_{sm}|N_{s0},\ l_0)=\langle (N_{sm}-N_{s0})^2\rangle \simeq (N_0+N_{s0})^2(f_2-2f_1+1); \tag{5}$$

$$d(l_m|N_{s0},\ l_0)=\langle l_m-l_0\rangle\simeq(1-p_0)\,[(L_1+L_2)/2-l_0];$$

$$V(l_m|N_{s0},\ l_0)=\langle(l_m-l_0)^2\rangle\simeq p_0\sigma_0^2+$$

$$+(1-p_0)\,[l_0^2-l_0(L_1+L_2)+(L_1^2+L_1L_2+L_2^2)/3],$$

где

$$f_1=\mu^{-1}\int\limits_{\mu/(1+q_0)}^{\infty}[1-F(x)]\,dx+(1+q_0)^{-1};$$

$$f_2=2\mu^{-2}\int\limits_{\mu/(1+q_0)}^{\infty}x[1-F(x)]\,dx+(1+q_0)^{-2};$$

$$F(x)=\exp\left\{-\frac{m}{\Gamma(\mu)}x^{\mu}(1+q_0)^{\mu}\exp(-x(1+q_0))\right\}\times$$

$$\times\{1-\Gamma(\mu,\ x)/\Gamma(\mu)-2\exp(-\Gamma_0x)\,[1-\Gamma(\mu,\ (1-\Gamma_0)x)/\Gamma(\mu)]\times$$

$$\times(1-\Gamma_0)^{-\mu}+\exp(-2\Gamma_0x)\,[1-\Gamma(\mu,\ (1-2\Gamma_0)x)/\Gamma(\mu)]\,(1-2\Gamma_0)^{-\mu}\};$$

$$m=(L_2-L_1)/\Omega,\quad \Gamma_0=2q_0(1+q_0)/(2+2q_0+q_0^2);$$

$\Gamma(\mu,\ x)$ — неполная гамма-функция [5]; $\Gamma(\mu)=\Gamma(\mu,\ 0)$ — гамма-функция;

$$p_0\simeq2\Gamma_0\int\limits_{\mu/(1+q_0)}^{\infty}\exp\left\{-\frac{m}{\Gamma(\mu)}x^{\mu}(1+q_0)^{\mu}\exp(-x(1+q_0))\right\}\times$$

$$\times\{\exp(-\Gamma_0x)\,[1-\Gamma(\mu,\ (1-\Gamma_0)x)/\Gamma(\mu)]\,(1-\Gamma_0)^{-\mu}-$$

$$-\exp(-2\Gamma_0x)\,[1-\Gamma(\mu,\ (1-2\Gamma_0)x)/\Gamma(\mu)]\,(1-2\Gamma_0)^{-\mu}\}\,dx\ -$$

вероятность надежной оценки; $\sigma_0^2\simeq13\pi^2(2+2q_0+q_0^2)^2/2T^2q_0^4$ — дисперсия надежной оценки центральной частоты l_0 [3]. Точность полученных выражений возрастает с увеличением априорного интервала возможных значений параметра $l_0(m\to\infty)$ и с увеличением времени наблюдения $T(\mu\to\infty)$.

Выражения (4) и (5) существенно упрощаются, если вероятность аномальной ошибки при оценке частоты пренебрежимо мала. Тогда при $\mu\gg1$ получаем $d(N_{sm}|N_{s0},\ l_0)\simeq0$, а $V(N_{sm}|N_{s0},\ l_0)\simeq(N_0+N_{s0})^2/\mu$. Значит, оценка (3) является асимптотически (с увеличением μ) несмещенной, а ее рассеяние совпадает с рассеянием оценки (2) при известном значении l_0. Следовательно, кривые (рис. 1) показывают выигрыш в точности оценки (3) по сравнению с оценкой (2), формируемой стандартным [1, 2] измерителем спектра мощности случайного процесса. Причем с увеличением μ выигрыш в точности становится существенным. Например, при $\mu=10^3$, $q_0=0{,}5$, $\Delta=0{,}3$ рассеяние оценки (2) превышает рассеяние оценки (3) на порядок.

Таким образом, полученные соотношения позволяют сделать обоснованный выбор между измерителями (2) и (3) в зависимости от точности, с которой априори известна центральная частота спектра мощности случайного процесса, а также в зависимости от требований к степени простоты технической реализации измерителя.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Мирский Г. Я.* Аппаратурное определение характеристик случайных процессов. — М.: Энергия, 1972. — 456 с.
2. *Тихонов В. И.* Статистическая радиотехника. — М.: Радио и связь, 1982. — 624 с.
3. *Трифонов А. П.* Прием случайного сигнала с неизвестной частотой//Радиотехника и электроника. — 1980. — Т. 25. — № 4. — С. 749—757.
4. *Трифонов А. П., Шинаков Ю. С.* Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1986. — 264 с.
5. Справочник по специальным функциям/Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. — М.: Наука, 1979. — 832 с.

Рекомендована кафедрой радиофизики

Поступила в редакцию 23 апреля 1988 г.

УДК 621.382.26

ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЛАНИРОВАНИЯ РАБОТ В РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ С ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ

Б. В. СОКОЛОВ

Ленинград

Предлагается детерминированная динамическая модель планирования работ, в рамках которой проводится описание как задач планирования процесса приема, обработки, хранения, передачи информации в распределенной системе управления, так и задач управления перемещением ее элементов, изменением ее структуры.

Каждый B_μ ($\mu=1,\ldots,m$) узел, или пункт обслуживания (ПО), распределенной системы управления (РСУ) [1] имеет возможность принимать, обрабатывать, хранить и передавать информацию на объекты управления (ОУ) A_ν ($\nu=1,\ldots,n$) и на другие ПО $B_{j'}$ ($j'=1,\ldots,m$; $j'\neq\mu$). Для этого в состав аппаратурного комплекса ПО B_μ входят соответствующие технические средства (ТС) (рис. 1). На рис. 2 в качестве примера приведен граф, задающий технологию получения, обработки и выдачи информации на ПО B_μ. Цифрами обозначены соответствующие операции: *1* — по приему информации с B_ξ узла; *2* — по приему информации с ОУ A_ν; *3*(*4*) — записи и считывания информации из запоминающего устройства (ЗУ) вычислительного комплекса (ВК) ПО; *5* — по передаче информации в $B_{j'}$ узел; *6* — по обработке информации на ВК; *7* — операции, связанные с выдачей управляющих воздействий на ОУ $A_{\nu'}$ ($\nu'=1, \ldots, n$). Считаются заданными структура и взаимосвязь алгоритмов обработки информации, полученной с ОУ A_ν, основные технические характеристики элементов РСУ, объемы передаваемой (получаемой) информации по каждому ОУ A_ν, директивные сроки выдачи управляющих воздействий на ОУ A_ν—$t_{\nu s}$, где s — номер технологической операции. Предполагается, что как A_ν, так и B_μ могут перемещаться относительно друг друга и поэтому их взаимодействие становится возможным при попадании в соответствующие зоны вза-