

106

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР
ПО НАРОДНОМУ ОБРАЗОВАНИЮ

*ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ*

ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

ТОМ XXXII

№ 1

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

ИЗДАНИЕ ЛЕНИНГРАДСКОГО
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНСТИТУТА ТОЧНОЙ МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

1989

КВАЗИОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ ПРИХОДА СЛУЧАЙНОГО ИМПУЛЬСА С НЕИЗВЕСТНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ

А. П. ТРИФОНОВ, А. В. ЗАХАРОВ

Воронежский государственный университет

Предложена аппаратная реализация измерителя времени прихода гауссовского сигнала и найдено максимальное рассеяние оценки.

Рассмотрим оценку времени прихода τ_0 случайного импульса

$$s(t, \tau_0) = I[(t - \tau_0)/\gamma_0] \xi(t), \quad I(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1/2, \\ 0, & |x| \geq 1/2, \end{cases} \quad (1)$$

наблюдаемого в течение интервала времени $[-T/2; T/2]$ на фоне гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 . В (1) обозначено: $\xi(t)$ — реализация центрированного стационарного гауссовского случайного процесса со спектром мощности $G(\omega)$, γ_0 — длительность импульса. В [1] предложена аппаратная реализация измерителя времени прихода импульса (1) для случая, когда его длительность априори известна. Здесь предполагается, что кроме времени прихода τ_0 , подлежащего оценке, неизвестна также длительность γ_0 импульса (1). Аналогично [1] будем считать, что длительность импульса γ_0 значительно больше времени корреляции процесса $\xi(t)$, т. е.

$$\mu = \gamma_0 \Delta f_E / 2 \gg 1, \quad \Delta f_E = \int_{-\infty}^{\infty} G^2(\omega) d\omega / (2\pi G_m^2), \quad (2)$$

где G_m — максимальное значение спектра мощности $G(\omega)$ в полосе частот анализируемого сигнала.

Для оценки времени прихода импульса (1) с неизвестной длительностью можно использовать измеритель, предложенный в [1]. Тогда оценка времени прихода τ определится как положение абсолютного (наибольшего) максимума функции

$$M(\tau) = \int_{\tau - \gamma/2}^{\tau + \gamma/2} y^2(t) dt. \quad (3)$$

Здесь $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t') h(t - t') dt'$ — выходной сигнал фильтра с импульсной переходной функцией $h(t)$; $x(t) = s(t, \tau_0) + n(t)$ — реализация наблюдаемых данных; γ — предполагаемое значение неизвестной длительности импульса (1). Выбор функции $h(t)$ осуществляется так же, как в [1]. Аналогично [1] измеритель (3) может быть реализован с помощью последовательно соединенных фильтра с импульсной переходной функцией $h(t)$, квадратора и интегратора, из выходного сигнала кото-

рого вычитается тот же сигнал, задержанный на время γ линией задержки. В отличие от [1] время задержки γ может не совпадать с истинным значением длительности γ_0 сигнала (1).

Найдем характеристики оценки $\hat{\tau}$. Обозначим $\varepsilon = (\gamma - \gamma_0)/\gamma_0$ — относительное отклонение ожидаемого значения длительности γ сигнала от ее истинного значения γ_0 . Аналогично [2, 3] выделим сигнальную и шумовую функции на выходе измерителя (3). Полагая затем, что $\mu \gg 1$ (2), и решая соответствующее уравнение Фоккера—Планка—Колмогорова, найдем смещение $b(\hat{\tau})$ (систематическую ошибку) и рассеяние $V_\varepsilon(\hat{\tau})$ (средний квадрат ошибки) оценки:

$$b(\hat{\tau}) \simeq 0, \quad V_\varepsilon(\hat{\tau}) \simeq \gamma_0^2 \left\{ \frac{\varepsilon^2}{8} + \exp\left(-\frac{z^2 d |\varepsilon|}{c^2}\right) \left[1 - \Phi\left(\frac{z}{c} \sqrt{2d |\varepsilon|}\right) \right] \right\} \times \\ \times \left[\frac{13c^2}{z^4} + \frac{|\varepsilon|}{z^2} (3c - 16d) + \varepsilon^2 \left(\frac{12d^2}{c^2} - \frac{4d}{c} \right) + z^2 |\varepsilon|^3 \frac{d^2}{c^3} \left(4 - \frac{16d}{3c} \right) \right] + \\ + \sqrt{\frac{|\varepsilon|}{\pi}} \left[2z\varepsilon^2 \frac{d^{3/2}}{c^2} \left(\frac{4d}{3c} - 1 \right) + |\varepsilon| \frac{d^{1/2}}{z} \left(3 - \frac{22d}{3c} \right) + 13 \frac{cd^{1/2}}{z^3} \right], \quad (4)$$

где $c = 1 - g/2$, $d = 1 - g(1 + \operatorname{sgn} \varepsilon)/2$,

$$g = \{q \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\omega) [2 + q\rho(\omega)] |H(\omega)|^4 d\omega\} / \{ \int_{-\infty}^{\infty} [1 + q\rho(\omega)]^2 |H(\omega)|^4 d\omega \},$$

$$H(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \exp(-j\omega t) dt, \quad \rho(\omega) = G(\omega)/G_m, \quad q = 2G_m/N_0,$$

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt / \sqrt{2\pi}, \quad \operatorname{sgn} \varepsilon = \begin{cases} 1, & \varepsilon > 0, \\ 0, & \varepsilon = 0, \\ -1, & \varepsilon < 0, \end{cases}$$

$$z^2 = \gamma_0 \{q \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\omega) |H(\omega)|^2 d\omega\}^2 / \{4\pi \int_{-\infty}^{\infty} [1 + q\rho(\omega)]^2 |H(\omega)|^4 d\omega\} -$$

отношение сигнал/шум для импульса (1). Выражения (4) являются приближенными, однако их точность возрастает с увеличением z и μ . Полагая в (4) $\varepsilon = 0$, т. е. считая, что измеритель (3) содержит линию задержки на время, равное длительности γ_0 импульса (1), получаем рассеяние $V_0(\hat{\tau})$ оценки времени прихода импульса с априори известной длительностью [1]. Формулы (4) существенно упрощаются, если $q \ll 1$, а $z \gg 1$, что обеспечивает высокую апостериорную точность оценки. Тогда

$$V_\varepsilon(\hat{\tau}) \simeq \gamma_0^2 \left\{ \frac{\varepsilon^2}{8} + \exp(z^2 |\varepsilon|) [1 - \Phi(z \sqrt{2 |\varepsilon|})] \left[\frac{13}{z^4} + 13 \frac{|\varepsilon|}{z^2} + \right. \right. \\ \left. \left. + 8\varepsilon^2 - \frac{4}{3} z^2 |\varepsilon|^3 \right] + \sqrt{\frac{|\varepsilon|}{\pi}} \left[\frac{2}{3} z\varepsilon^2 - \frac{13|\varepsilon|}{3z} + \frac{13}{z^3} \right] \right\}, \quad (5) \\ z^2 = \gamma_0 \left\{ q \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\omega) |H(\omega)|^2 d\omega \right\}^2 / \left\{ 4\pi \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^4 d\omega \right\}.$$

Случай, когда $q \ll 1$, представляет основной практический интерес. Действительно, при $q \gg 1$ уровень аддитивной помехи $n(t)$ относительно мал и время прихода случайного импульса может быть с удовлетворительной точностью определено непосредственно по наблюдаемой реализации $x(t)$.

Ухудшение точности оценки $\hat{\tau}$, возникающее из-за незнания длительности сигнала (1), можно охарактеризовать отношением $\chi(\epsilon) = V_\epsilon(\hat{\tau})/V_0(\hat{\tau})$. На рис. 1 приведена зависимость $\chi(\epsilon)$ при $q \ll 1$ для различных значений отношения сигнал/шум z . Кривая 1 соответствует $z=5$; 2 — $z=10$; 3 — $z=15$. Как следует из рис. 1, проигрыш $\chi(\epsilon)$ возрастает с увеличением отношения сигнал/шум z и относительного отклонения ϵ времени задержки от истинного значения длительности γ_0 импульса (1). При этом проигрыш в точности оценки времени прихода

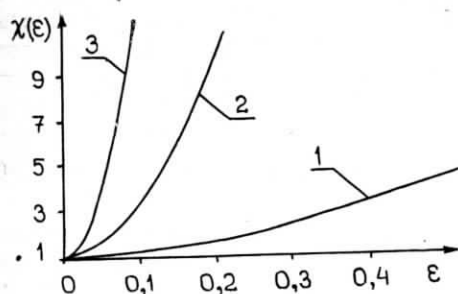


Рис. 1

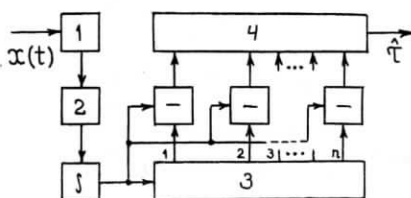


Рис. 2

случайного импульса из-за неточного знания его длительности может быть значительным.

Пусть неизвестная длительность импульса (1) принимает значения из априорного интервала $[\Gamma_1; \Gamma_2]$. Тогда для увеличения точности оценки времени прихода импульса можно использовать измеритель, показанный на рис. 2, где 1 — фильтр с импульсной переходной функцией $h(t)$, 2 — квадратор, 3 — линия задержки с n отводами, 4 — решающее устройство, которое фиксирует положение $\hat{\tau}_n$ наибольшего максимума среди абсолютных максимумов n входных сигналов. С k -го отвода линии задержки снимается сигнал, задержанный на время $\Delta_k = \Gamma_1 + (2k-1)(\Gamma_2 - \Gamma_1)/2n$, $k=1, n$. При $n=1$ измеритель совпадает с рассмотренным в [1] устройством для оценки времени прихода импульса, длительность которого

$$\Gamma = (\Gamma_1 + \Gamma_2)/2. \quad (6)$$

Найдем характеристики оценки $\hat{\tau}_n$. Обозначим: $\tilde{z}^2 = z^2\Gamma/\gamma_0$ — отношение сигнал/шум для импульса, длительность которого равна средней длительности (6) из интервала возможных значений длительностей $[\Gamma_1; \Gamma_2]$, и $\delta = (\Gamma_2 - \Gamma_1)/2\Gamma$ — максимально возможное отклонение длительности сигнала (1) от средней длительности (6). Используя (4), (5), получим максимальное рассеяние $V_\delta(\hat{\tau}_n)$ оценки $\hat{\tau}_n$. При $q \ll 1$ и $z \gg 1$

$$V_{\delta}(\hat{\tau}_n) = \Gamma^2 \left\{ \frac{\delta^2}{8n^2} + \exp\left(\frac{\tilde{z}^2 |\delta|}{n}\right) \left[1 - \Phi\left(\tilde{z} \sqrt{\frac{2|\delta|}{n}}\right) \right] \right\} \times \\ \times \left[\frac{13}{\tilde{z}^4} + 13 \frac{|\delta|}{\tilde{z}^2 n} + 8 \frac{\delta^2}{n^2} - \frac{4}{3} \frac{\tilde{z}^2 |\delta|^3}{n^3} \right] + \sqrt{\frac{|\delta|}{n\pi}} \left[\frac{2\tilde{z}\delta^2}{3n^2} - \frac{13|\delta|}{3zn} + \frac{13}{\tilde{z}^3} \right]. \quad (7)$$

Максимальный проигрыш в точности оценки $\hat{\tau}_n$, возникающий из-за незнания длительности сигнала (1), можно охарактеризовать отношением $\chi_n(\delta) = V_{\delta}(\hat{\tau}_n)/V_0(\hat{\tau})$. На рис. 3 приведены зависимости $\chi_n(\delta)$ для различных значений n и z . Сплошные кривые соответствуют $z=5$, штриховые — $\tilde{z}=10$. Кривые, рассчитанные для $n=1$, показывают макси-

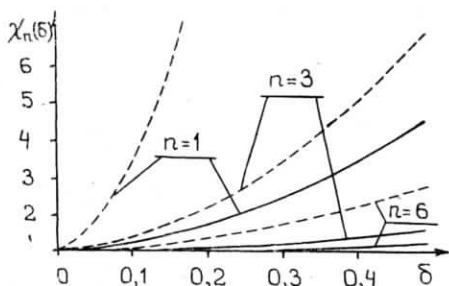


Рис. 3

Таким образом, применение устройства, структурная схема которого изображена на рис. 2, позволяет повысить точность оценки времени прихода случайного импульса с неизвестной длительностью. При этом число отводов линии задержки 3 (см. рис. 2) выбирается, согласно (7), в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценки и к степени простоты технической реализации измерителя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Трифонов А. П., Захаров А. В. Квазиоптимальная оценка времени прихода случайного импульса//Приборостроение. — 1986. — Т. 29. — № 5. — С. 3—6. (Изв. высш. учеб. заведений).
2. Трифонов А. П., Захаров А. В. Прием сигнала с неизвестной задержкой при наличии модулирующей помехи//Радиоэлектроника. — 1986. — № 4. — С. 36—41. (Изв. высш. учеб. заведений).
3. Галун С. А. Применение уравнения Фоккера—Планка—Колмогорова для анализа обработки разрывных сигналов//Прикладная математика и механика. — Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1983. — С. 75—87.

Рекомендована кафедрой
радиофизики

Поступила в редакцию
14 июня 1988 г.