ISSN 0033-8486

107

# Радиотехника

2/89

дениям в одном пункте. Для каждой текущей реализации длительностью около нескольких секунд определяют величину отклонения доплеровского смещения частоты $f_D$ от скользящего среднего значения, полученного по предыдущим реализациям. Дополнительно с целью повышения надежности обнаружения SID и SSC на фоне помех целесообразно вычислять коэффициент взаимной корреляции между значениями $f_D$ для каждой пары каналов, поскольку SFD и GFD носят крупномасштабный характер. Как только в нескольких каналах будут превышены пороги одновременно по величине отклонения $f_D$ от медианного значения и по уровню взаимной корреляции принимается решение о наличии возмущения типа SFD, GFD или SSC. Идентификация типа возмущения осуществляется на основе анализа формы девиации частоты. Так, эффекты солнечных вспышек SFD и GFD начинаются с положительного доплеровского смещения частоты, а внезапное начало бури SSC — с небольшого отрицательного смещения, затем следуют два выброса (положительный и отрицательный) и далее имеют место квазипериодические изменения $f_D$ ($T_п \approx 30...80$ с) в течение нескольких минут. Оперативная диагностика перечисленных типов возмущений в реальном масштабе времени на системе трасс типа, представленной на рис. 1, позволяет обеспечивать прогнозирование их с вероятностью $p \approx 60$ % для SID и $p \approx 95$ % для SSC.

● Методы прогноза магнитно-ионосферных возмущений на системе КВ радиотрасс достаточно перспективны. Поскольку прием сигналов по КВ станциям сети ведется в одном пункте с использованием одной ЭВМ, преимущества методов состоят в его простоте, доступности и дешевизне. При совмещении нескольких видов мониторинга на сети радиотрасс (например, набор статистических характеристик сигналов и данных наклонного зондирования ионосферы), особенно с использованием взаимокорреляционной обработки диагностических данных, оправдываемость прогноза существенно возрастает.

## Литература


[1] Полярная верхняя атмосфера / Под ред. *Ч. Дира, Я. Холтера*. — М.: Мир, 1983.
[2] *Наклонное зондирование ионосферы* / Под ред. *В. Б. Смирнова*. — Л.: Гидрометеоиздат, 1972.
[3] *Альперт Я. Л.* Распространение электромагнитных волн в ионосфере. — М.: Наука, 1972.
[4] *Благовещенский Д. В., Жеребцов Г. А.* Высокоширотные геофизические явления и прогнозирование коротковолновых каналов. — М.: Наука, 1987.
[5] *Сергеев Г. А., Янутш Д. А.* Статистические методы исследования природных объектов. — Л.: Гидрометеоиздат, 1973.
[6] *Благовещенский Д. В.* Распространение декаметровых радиоволн в высоких широтах. — М.: Наука, 1981.



Поступила 17 марта 1988 г.



УДК 621.391


# Эффективность последовательного обнаружения непрерывного гравитационного излучения


**А. П. Трифонов, С. В. Ветров**



**Синтезирован последовательный обнаружитель сигнала с известной и неизвестной начальной фазой; рассчитаны его характеристики и проведено их сравнение с характеристиками непоследовательного алгоритма.**


В [1, 2 и др.] для обнаружения непрерывного гравитационного излучения внеземного происхождения предложен гетеродинный способ приема. Одно из достоинств этого способа — повышение чувствительности гравитационной антенны с увеличением времени наблюдения. Применение последовательной процедуры обнаружения позволяет заметно сократить среднюю длительность наблюдения (СДН) [3] и тем самым повысить эффективность гетеродинного способа приема. Цель статьи — *анализ последовательных алгоритмов обнаружения непрерывного гравитационного излучения.*

Согласно [1, 2] гравитационная антенна гетеродинного типа может быть реализована в виде механического квадруполя (например, гантели из двух масс $m$), который вращается с частотой $\omega_1$. Тогда момент сил, вызванный действием монохроматической гравитационной волны с частотой $\omega_g$ и плотностью потока мощности $W$,

$$M(t) = 2mR^2\omega_g B \cos\Psi \cos(\Omega t - \varphi), \tag{1}$$

где $R$ — радиус гантели; $B = (8\pi G W/c^3)^{1/2}$; $G$ — гравитационная постоянная; $c$ — скорость света; $\Psi$ — угол между осью подвеса гантели и направлением прихода гравитационной волны; $\Omega = \omega_g - 2\omega_1$; $\varphi$ — начальная фаза.

Положим аналогично [4], что механические колебания квадруполя преобразуются в электрические без потерь. Приходящая гравитационная волна вызывает резонансные колебания антенны, которые описываются обычным уравнением вынужденных колебаний системы с затуханием. Решая это уравнение для момента сил (1), находим полезный сигнал на выходе гравитационной антенны:

$$S(t, \varphi) = A[1 - \exp(-\Delta t)] \cos(\Omega t - \varphi), \tag{2}$$

где $A = \omega_g B \cos\Psi / 2\Delta\Omega$; $\Delta$ — показатель затухания.

Сигнал (2) наблюдается на фоне собственных тепловых шумов гравитационной антенны. Согласно [5] для корреляционной функции гауссовского шума $\xi(t)$ на выходе антенны получаем

$$K_\xi(t_1, t_2) = \sigma^2\{1 - \exp[-2\Delta \min(t_1, t_2)]\} \exp(-\Delta|t_1 - t_2|) \times$$
$$\times [\cos\Omega(t_1 - t_2) + (\Delta/\Omega)\sin\Omega|t_1 - t_2|], \tag{3}$$

где $\sigma^2 = kT_g/(2mR^2\Omega^2)$; $k$ — постоянная Больцмана; $T_g$ — абсолютная температура антенны.

Таким образом, на выходе антенны наблюдается реализация случайного процесса $x(t) = \xi(t)$ или $x(t) = s(t, \varphi_0) + \xi(t)$, где $\varphi_0$ — истинное значение начальной фазы сигнала (2).

Для обнаружения сигнала (2) необходимо формировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП) [3, 6]

$$L(\tau, \varphi) = \int_0^\tau x(t)\,\vartheta(t, \tau, \varphi)\,dt - \int_0^\tau s(t, \varphi)\,\vartheta(t, \tau, \varphi)\,dt/2, \tag{4}$$

где $\vartheta(t, \tau, \varphi)$ — решение интегрального уравнения $\int_0^\tau K_\xi(t, t_1)\vartheta(t_1, \tau, \varphi)dt_1 = s(t, \varphi)$; $\tau$ — время наблюдения.

Аналогично [7] для корреляционной функции (3) и сигнала (2) находим

$$\vartheta(t, \tau, \varphi) = A\{\Delta(4\Omega^2 + \Delta^2)\cos(\Omega t - \varphi)/4 + \delta(t - \tau)[2(\Omega^2 + \Delta^2)\cos(\Omega\tau - \varphi) -$$
$$-3\Delta\Omega\sin(\Omega\tau - \varphi)] + \delta'(t - \tau)[2\Omega\sin(\Omega\tau - \varphi) - \Delta\cos(\Omega\tau - \varphi)]\}[\sigma^2(\Delta^2 + \Omega^2)]^{-1}, \tag{5}$$

где $\delta(\cdot)$ и $\delta'(\cdot)$ — дельта-функция и ее производная.

Прогнозируемые значения плотности потока мощности гравитационного излучения весьма малы [1, 2 и др.]. Поэтому последовательную процедуру обнаружения целесообразно применять, начиная с некоторой длительности наблюдения $\tau_0 > 0$. Тогда при $\tau > \tau_0$ надо сравнивать логарифм ФОП с порогами $a$ и $b$, $a < b$. При $L(\tau, \varphi) \geqslant b$ выносится решение о наличии сигнала (2), при $L(\tau, \varphi) \leqslant a$ — о его отсутствии, и процесс наблюдения прекращается. Отметим, что для типичных значений параметров гравитационной антенны и мыслимых величин времени наблюдения [1, 2 и др.]

$$\Delta/\Omega \ll 1, \qquad \Delta\tau \ll 1, \qquad \Omega\tau \gg 1. \tag{6}$$

Пусть начальная фаза сигнала (2) априори известна, как это предполагается в [1, 2 и др.]. Тогда, подставляя в (4) $\varphi = \varphi_0$, получаем, что логарифм ФОП является гауссовским марковским случайным процессом [5]. Учитывая (6), для коэффициентов сноса и диффузии логарифма ФОП (4) при отсутствии сигнала имеем $M_0 = -z^2/2\tau_0$, $K_0 = z^2/\tau_0$; при наличии сигнала (2) $M_1 = z^2/2\tau_0$, $K_1 = z^2/\tau_0$, где $z^2 = A^2\Delta\tau_0\sigma^{-2}$ — отношение сигнал-шум для момента времени $\tau = \tau_0$ — начала последовательной процедуры. Воспользовавшись известной методикой [3], находим вероятности ошибок 1-го (ложной тревоги) $\alpha$ и 2-го (пропуска сигнала) $\beta$ родов:

$$\alpha = 1 - [\Phi(h - z/2) - \Phi(f - z/2) + \exp(b)\Phi(f + z/2) -$$
$$-\exp(a)\Phi(h + z/2)][\exp(b) - \exp(a)]^{-1},$$
$$\beta = [\Phi(f + z/2) - \Phi(h + z/2) + \exp(-a)\Phi(h - z/2) - \exp(-b)\Phi(f - z/2)] \times$$
$$\times [\exp(-a) - \exp(-b)]^{-1},$$

где $f=b/z$; $h=a/z$; $\Phi(\cdot)$ — интеграл вероятности [5, 6]. Кроме того, аналогично [3] получаем выражения для СДН при отсутствии и наличии сигнала (2) соответственно

$$\tau_N = \frac{2\tau_0}{z}\Big\{(f-h)(1-\alpha) - \left(f+\frac{z}{2}\right)\Phi\left(f+\frac{z}{2}\right) + \left(h+\frac{z}{2}\right)\Phi\left(h+\frac{z}{2}\right) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\Big[\exp\Big(-\frac{1}{2}\left(h+\frac{z}{2}\right)^2\Big) - \exp\Big(-\frac{1}{2}\left(f+\frac{z}{2}\right)^2\Big)\Big]\Big\}, \qquad (7)$$

$$\tau_s = \frac{2\tau_0}{z}\Big\{\left(f-\frac{z}{2}\right)\Phi\left(f-\frac{z}{2}\right) - \left(h-\frac{z}{2}\right)\Phi\left(h-\frac{z}{2}\right) - \beta(f-h) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\Big[\exp\Big(-\frac{1}{2}\left(h-\frac{z}{2}\right)^2\Big) - \exp\Big(-\frac{1}{2}\left(f-\frac{z}{2}\right)^2\Big)\Big]\Big\}. \qquad (8)$$

Обозначим $\tau^*$ время наблюдения, необходимое при непоследовательном обнаружении для обеспечения заданных $\alpha$ и $\beta$. Тогда оценить выигрыш в эффективности обнаружения за счет применения последовательной процедуры можно, сравнивая СДН (7), (8) и $\tau^*$. Для $z=2$ и типичных в гравитационном эксперименте значений вероятностей ошибок [1]

$$\alpha=0{,}05; \qquad \beta=0{,}3 \qquad (9)$$

имеем $\tau^*/\tau_N=3{,}05$, $\tau^*/\tau_s\approx 3{,}37$.

При априори неизвестной начальной фазе сигнала (2) представим опорный сигнал оптимального приемника (5) в виде [6]

$$\vartheta(t,\tau,\varphi) = V_c(t,\tau)\cos\varphi + V_s(t,\tau)\sin\varphi. \qquad (10)$$

Подставим (10) в (4) и в соответствии с методом максимального правдоподобия [3, 6] максимизируем логарифм ФОП по $\varphi$. Для члена логарифма ФОП, зависящего от реализации наблюдаемых данных, получим

$$R(\tau) = \Big\{\Big[\int_0^\tau x(t)\,V_c(t,\tau)\,dt\Big]^2 + \Big[\int_0^\tau x(t)\,V_s(t,\tau)\,dt\Big]^2\Big\}^{1/2}. \qquad (11)$$

Последовательный обнаружитель сигнала (2) с неизвестной начальной фазой должен при $\tau>\tau_0$ сравнивать (11) с порогами $a$ и $b$. Если сигнал отсутствует, (11) является реализацией релеевского марковского процесса [5] с коэффициентами сноса и диффузии $M_{0\varphi}=z^2/\tau_0 R$, $K_{0\varphi}=2z^2/\tau_0$. Следовательно, воспользовавшись методикой [3], для вероятности ложной тревоги и СДН в отсутствие сигнала имеем

$$\alpha_\varphi = [Ei(-f^2/2) - Ei(-h^2/2)]\,[2\ln(f/h)]^{-1}, \qquad (12)$$

$$\tau_{N\varphi} = \tau_0\,\{[\exp(-h^2/2) - \exp(-f^2/2)]/2 + f^2\exp(-f^2/2) + \alpha_\varphi(f^2-h^2)\}, \qquad (13)$$

где $Ei(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} t^{-1}\exp(t)\,dt$ — интегральная показательная функция.

При наличии сигнала, полагая, что $z^2$ не слишком мало, (11) приближенно представим в виде [6]

$$R(\tau) \approx z^2\tau/\tau_0 + \int_0^\tau \xi(t)\,\vartheta(t,\tau,\varphi_0)\,dt. \qquad (14)$$

Для любого фиксированного истинного значения начальной фазы $\varphi_0$ функция (14) приближенно является реализацией гауссовского марковского процесса. С учетом (6) его коэффициенты сноса и диффузии $M_{1\varphi}\approx z^2/\tau_0$, $K_{1\varphi}\approx z^2/\tau_0$. Следовательно, воспользовавшись методикой [3], вероятность пропуска сигнала и СДН при наличии сигнала имеют вид

$$\beta_\varphi = [\Phi(f+z) - \Phi(h+z) + \exp(-2a)\,\Phi(h-z) - \exp(-2b)\,\Phi(f-z)]\,[\exp(-2a) - \exp(-2b)]^{-1}, \qquad (15)$$

$$\tau_{s\varphi} = \frac{\tau_0}{z}\Big\{(f-z)\,\Phi(f-z) - (h-z)\,\Phi(h-z) - \beta(f-h) - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\Big[\exp\Big(-\frac{1}{2}(h-z)^2\Big) - \exp\Big(-\frac{1}{2}(f-z)^2\Big)\Big]\Big\}. \qquad (16)$$

Обозначим $\tau^*_\varphi$ время наблюдения, необходимое при непоследовательном обнаружении сигнала (2) с неизвестной начальной фазой для обеспечения заданных $\alpha_\varphi$ и $\beta_\varphi$. Тогда, используя (12), (13) и (15), (16), можем найти средний выигрыш в длительности наблюдения, обеспечиваемый последовательной процедурой. Например, при вероятностях ошибок (9) и $z=2$ получаем

$$\tau^*_\varphi/\tau_{N\varphi}\approx 2{,}17,\quad \tau^*_\varphi/\tau_{s\varphi}\approx 2{,}3.$$

● Формулы (12), (13), (15), (16) можно использовать для расчета характеристик последовательного обнаружения гармонического сигнала $A\cos(\omega_0 t-\varphi)$ с неизвестной начальной фазой на фоне гауссовского белого шума с односторонней спектральной плотностью $N_0$. Для этого в них надо подставить значение отношения сигнал-шум $z^2=A^2\tau_0/N_0$.

## Литература


[1] *Брагинский В. Б., Манукин А. Б.* Измерение малых сил в физических экспериментах. — М.: Наука, 1974.

[2] *Брагинский В. Б., Назаренко В. С.* — Вестник МГУ. Сер. Физика, астрономия, 1971, № 1.

[3] *Сосулин Ю. Г., Фишман М. М.* Теория последовательных решений и ее применение. — М.: Радио и связь, 1985.

[4] *Гусев А. В., Руденко В. Н.* — Радиотехника и электроника, 1976, т. XXI, № 9.

[5] *Тихонов В. И.* Статистическая радиотехника. — М.: Радио и связь, 1982.

[6] *Трифонов А. П.* В кн.: Теория обнаружения сигналов. — М.: Радио и связь, 1984.

[7] *Амиантов И. Н.* Избранные вопросы статистической теории связи. — М.: Сов. радио, 1971.

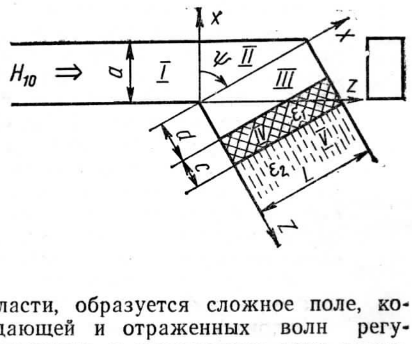

ДЕПОНИРОВАННАЯ СТАТЬЯ


УДК 621.372.822.001


# Расчет калориметрической нагрузки в прямоугольном волноводе с изломом в H-плоскости


В. М. Темнов, И. И. Постников, А. Ч. Ким


В работе рассматриваются задачи дифракции волны $H_{10}$ на стыке под углом в $H$-плоскости прямоугольных волноводов, содержащих координатные диэлектрические вставки (см. рисунок). При наличии в диэлектрических включениях омических потерь нерегулярность является преобразователем электромагнитной энергии падающей волны в тепловую энергию и широко используется в калориметрических нагрузках повышенной мощности [1]. Электродинамический анализ подобных структур встречает определенные трудности, обусловленные некоординатностью граничной задачи. Поэтому задачи такого типа решались ранее только с использованием метода полуобращения [2, 3].




В [4] в рамках метода частичных областей предложен подход, применение которого позволяет находить коэффициенты преобразования волн на изломе и вычислять электромагнитное поле всюду внутри волноводов. При падении на нерегулярность волны типа $H_{10}$ в структуре, разделенной на частичные области, образуется сложное поле, которое описывается в области $I$ — в виде падающей и отраженных волн регулярного волновода $I$; в области $III$ — в виде падающих и отраженных волн волновода $III$, связанных друг с другом наличием координатных включений $IV$ и $V$; в области $II$ — в виде суперпозиции волн обоих направлений волновода $I$ и «вычетных» волн, получаемых в результате непрерывного продолжения поля из области $I$ в область $II$ [4]. Применяя затем процедуру проекционного сшивания касательных составляющих полей в плоскости $z=0$ (между областями $II$ и $III$), получаем систему ли-




3 Заказ № 290