

x

109

109

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

№8

КИЕВ — 1983

процесса $u_2(n)$ близка к спектральной плотности бесконечного процесса $u_3(n) = U \text{sinc}(2\pi F_0 n T)$, что свидетельствует о возможности использования ММЭ для анализа регулярных сигналов.

Таким образом, метод максимальной энтропии — эффективный, а при коротких реализациях процессов ($N < 100$) — единственно возможный для оценки спектральной плотности дискретных случайных и регулярных процессов по их усеченным реализациям. Он обеспечивает

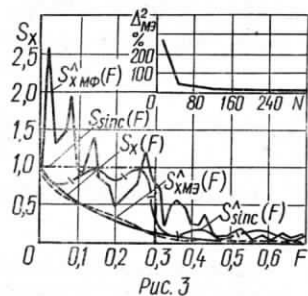


Рис. 3

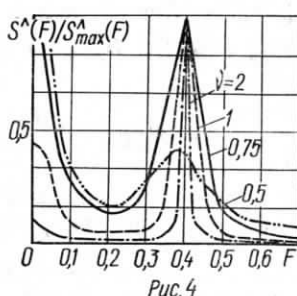


Рис. 4

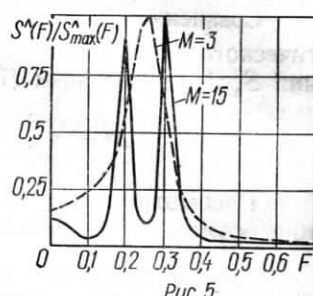


Рис. 5

качественные оценки спектральных плотностей случайных процессов, аппроксимируемых авторегрессионными моделями невысокого порядка ($M \leq 2 \dots 5$). Его целесообразно использовать в радионавигационных задачах обнаружения — разрешения гармонических и близких к ним сигналов, распознавания стохастических и регулярных (с шумами) отражений по их спектральным характеристикам при ограниченных априорных сведениях.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бернюков А. К. Распознавание помех при радионавигации // Радиоэлектроника.— 1986.— № 7.— С. 54—59. (Изв. высш. учеб. заведений).
2. Архипов Е. А., Бернюков А. К. Анализ возможностей спектральной обработки многолучевых сигналов при наличии ограничений // Вопросы радиоэлектроники. Сер. ОВР.— 1983.— Вып. 3.— С. 110—114.
3. Дженкинс Г., Ваттс Д. Спектральный анализ и его приложения.— М.: Мир, 1971.—316 с.
4. Робинсон Э. А. История развития спектрального оценивания // ТИИЭР.— 1982.— № 9.— С. 6—32.
5. Хайкин С., Карри Б. У., Кеслер С. Б. Спектральный анализ радиолокационных мешающих отражений методом максимальной энтропии // ТИИЭР.— 1982.— № 9.— С. 51—62.
6. Быков В. В. Моделирование в статистической радиотехнике.— М.: Сов. радио, 1971.—326 с.
7. Радиотехнические цепи и сигналы / Под ред. К. А. Самойло.— М.: Радио и связь, 1982.—528 с.

Поступила в редакцию 23.11.87.

УДК 621.391.63

ПРИЕМ ОПТИЧЕСКОГО СИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНОЙ ЗАДЕРЖКОЙ

А. П. ТРИФОНОВ, Т. М. ОВЧИННИКОВА

Методом локально-марковской аппроксимации найдены вероятности ошибок при обнаружении сигнала и характеристики оценки задержки с учетом аномальных ошибок. Приведены результаты статистического моделирования приемника максимального правдоподобия.

Необходимость в приеме оптического сигнала с неизвестной задержкой возникает при решении многих прикладных задач оптической связи и локации [1]. Будем считать, что на интервале времени $[-T/2;$

$T/2]$ наблюдается реализация пуассоновского процесса $\lambda(t)$ с интенсивностью

$$\lambda(t) = \lambda_S I[(t - \tau_0)/\gamma] + \lambda_N \quad (1)$$

при наличии сигнала и

$$\lambda(t) = \lambda_N \quad (2)$$

при его отсутствии. В (1), (2) λ_S, λ_N — интенсивность сигнала и фона соответственно; $I(\cdot)$ — индикатор единичной длительности; γ — длительность; τ — неизвестная задержка сигнала, принимающая значения из интервала $[-T_0/2; T_0/2]$, причем $T_0 + \gamma < T$. Для обнаружения сигнала и оценки его задержки используем метод максимального правдоподобия. Устройство, реализующее этот метод, назовем приемником максимального правдоподобия.

В соответствии с определением [1] приемник вырабатывает логарифм функционала отношения правдоподобия

$$L(\tau) = \ln(1 + q) \pi_\tau - \mu q. \quad (3)$$

Здесь $\tau \in [-T_0/2; T_0/2]$; $q = \lambda_S/\lambda_N$ — отношение сигнал—фон; $\mu = \lambda_N \gamma$;

$$\pi_\tau = \int_{\tau-\gamma/2}^{\tau+\gamma/2} d\lambda(t). \quad (4)$$

В (3) от реализации наблюдаемых данных и неизвестного параметра зависит только π_τ (4). Следовательно, при обнаружении оптического сигнала и оценке его задержки, (4) является достаточной статистикой. Поэтому в качестве приемника максимального правдоподобия можно использовать устройство, формирующее π_τ для всех $\tau \in [-T_0/2; T_0/2]$. Если сигнал на входе приемника отсутствует (2), то достаточную статистику (4) можно представить как $\pi_\tau = x(\tau) \sqrt{[\mu]} + \mu$. Здесь $x(\tau) = (\pi_\tau - \mu) / \sqrt{[\mu]}$, причем $E[x(\tau)] = 0$, а

$$E[x(\tau_1)x(\tau_2)] = S(\tau_1, \tau_2) = \begin{cases} 1 - |\tau_1 - \tau_2|/\gamma, & |\tau_1 - \tau_2| < \gamma; \\ 0, & |\tau_1 - \tau_2| > \gamma. \end{cases}$$

Когда полезный сигнал присутствует на входе приемника максимального правдоподобия (1), его выходной сигнал (4) представим в виде суммы сигнальной и шумовой функций [2] $\pi_\tau = \sigma[zS(\tau, \tau_0) + N(\tau)] + \mu$. Здесь $z^2 = \mu q^2 / (1 + q)$ — отношение сигнал — шум на входе приемника; $\sigma^2 = \mu(1 + q)$, $S(\tau, \tau_0)$ — нормированные сигнальная, а $N(\tau) = (\pi_\tau - E[\pi_\tau]) / \sigma$ — шумовая функции. По определению $E[N(\tau)] = 0$, $E[N^2(\tau)] = 1$. Если $|\tau_i - \tau_0| < \gamma$, $|\tau_1 - \tau_2| < \gamma$, $i = 1, 2$, то

$$\begin{aligned} K(\tau_1, \tau_2) &= E[N(\tau_1)N(\tau_2)] = \\ &= S(\tau_1, \tau_2) - \begin{cases} q(1+q)^{-1} \min(|\tau_1 - \tau_0|, |\tau_2 - \tau_0|), & (\tau_1 - \tau_0)(\tau_2 - \tau_0) > 0; \\ 0, & (\tau_1 - \tau_0)(\tau_2 - \tau_0) < 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Когда $|\tau_i - \tau_0| > \gamma$, но $|\tau_1 - \tau_2| < \gamma$, $K(\tau_1, \tau_2) = S(\tau_1, \tau_2) / (1 + q)$. Если же $|\tau_1 - \tau_2| > \gamma$, то $K(\tau_1, \tau_2) = 0$.

Отметим, что при $q > 0$ с увеличением μ распределение процессов $x(\tau)$ и $N(\tau)$ приближается к гауссовскому [3].

Приемник максимального правдоподобия выносит решение о наличии или отсутствии сигнала на основе сравнения абсолютного максимума π_τ (4) при $\tau \in [-T_0/2; T_0/2]$ с порогом h . Соответственно вероятности ошибок ложной тревоги α и пропуска сигнала β можно записать как $\alpha = P[H_N > h]$; $\beta = P[H_{NS} < h]$. Здесь H_N, H_{NS} — значения абсолютных максимумов π_τ (4) в отсутствие (2) и при наличии (1) сигнала на входе приемника. Установленные свойства выходного сигнала приемника максимального правдоподобия (4) позволяют на основе метода локально-марковской аппроксимации [2] получить при

$\mu \gg 1$ для вероятностей ошибок выражения:

$$\alpha \approx \begin{cases} 1 - \exp[-t\mu \exp(-u^2/2)/\sqrt{2\pi}], & u \geq 1; \\ 1, & u < 1; \end{cases} \quad (5)$$

$$\beta \approx \exp[-t\mu \exp(-u^2/2)/\sqrt{2\pi}] \{ \Phi(u/\sqrt{1+q}) - z - 2 \exp[\theta^2/2 - \theta(u/\sqrt{1+q}) - z] \Phi(u/\sqrt{1+q} - z - \theta) + \exp[2\theta^2 - 2\theta(u/\sqrt{1+q}) - z] \Phi(u/\sqrt{1+q} - z - 2\theta) \}, \quad (6)$$

когда $u \geq 1$, $\beta \approx 0$ при $u < 1$. Здесь: $t = T_0/\gamma$; $u = h/\sqrt{[\mu] - \sqrt{[\mu]}}$; $\theta = 2z(1+q)/(2+q)$; $\Phi(\cdot)$ — интеграл вероятности [2]. Точность приближенных формул (5), (6) возрастает с увеличением u , t , μ , z . Формула (6) несколько упрощается, если $q \ll 1$, но $\mu q^2 \gg 1$

$$\beta \approx \exp[-t\mu \exp(-u^2/2)/\sqrt{2\pi}] \{ \Phi(u - z) - 2 \exp(3z^2/2 - zu) \times \Phi(u - 2z) + \exp(4z^2 - 2zu) \Phi(u - 3z) \}, \quad u > 1. \quad (7)$$

На рис. 1 сплошной линией представлена зависимость вероятности ложной тревоги α от нормированного порога u при $t=10$. На рис. 2 сплошными линиями нанесены зависимости вероятности правильного обнаружения $D=1-\beta$ от отношения сигнал — фон q , рассчитанные по формулам (5), (6) при $t=10$. Кривая 1 построена для $\mu=10^3$, $\alpha=10^{-2}$; 2 — $\mu=10^3$, $\alpha=10^{-3}$; 3 — $\mu=10^2$, $\alpha=10^{-2}$. На этом же рисунке штрихпунктирными линиями нанесены зависимости, рассчитанные

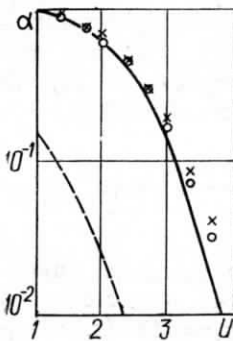


Рис. 1

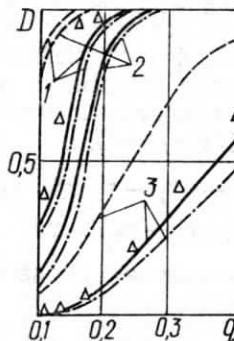


Рис. 2

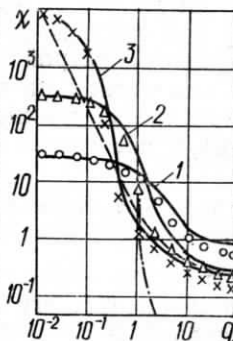


Рис. 3

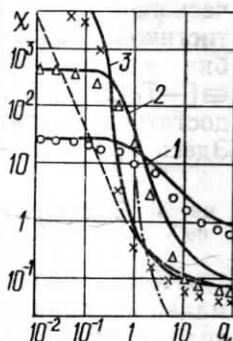


Рис. 4

по формулам (5), (7). Сопоставление сплошных и штрихпунктирных кривых (рис. 2) показывает возможность использования упрощенной формулы (7) при $q \ll 0,1 \dots 0,2$.

Когда задержка оптического сигнала априори точно известна и μ велико, вероятности ошибок при обнаружении [1] определяются выражениями

$$\alpha_0 = 1 - \Phi(u); \quad \beta_0 = \Phi(u/\sqrt{1+q} - z). \quad (8)$$

Зависимость вероятности ложной тревоги $\alpha_0(u)$ и вероятности правильного обнаружения $D_0(q) = 1 - \beta_0$ нанесены на рис. 1, 2 штриховыми линиями. Как видно, незнание задержки оптического сигнала может привести к заметному снижению эффективности обнаружения. В частности, пороговое отношение сигнал — фон q для рассматриваемого случая возрастает в 1,5 ... 2 раза.

Рассмотрим характеристики приемника максимального правдоподобия, когда производится оценка неизвестной задержки τ_0 оптического сигнала. При этом предполагается, что полезный сигнал присутствует на входе приемника с вероятностью, равной 1. В качестве оценки задержки τ_0 принимают положение τ_1 абсолютного максимума σ_{τ}

(4) при $\tau \in [-T_0/2; T_0/2]$. Согласно [4], когда $m \gg 1$, условное смещение (систематическая ошибка) оценки $b(\tau^\wedge | \tau_0) = E[\tau^\wedge - \tau_0] = P_0 b_0 - (1 - P_0) \tau_0$, условное рассеяние (средний квадрат ошибки) запишется как

$$V(\tau^\wedge | \tau_0) = P_0 V_0 + (1 - P_0) V_a(\tau_0). \quad (9)$$

Здесь P_0 — вероятность надежной оценки;

$$V_a(\tau_0) = T_0^2/12 + \tau_0^2 \quad (10)$$

— рассеяние аномальной оценки; b_0, V_0 — соответственно условные смещение и рассеяние надежной оценки. Под надежной [4] понимается оценка, найденная в предположении, что $|\tau^\wedge - \tau_0| < \gamma$. Установленные выше свойства выходного сигнала приемника максимального правдоподобия (4) позволяют при $\mu \gg 1$ на основе метода локально-марковской аппроксимации [4] записать следующие выражения для характеристик оценки:

$$P_0 \approx 2\theta \int_1^\infty \exp[\theta^2/2 - \theta(u/\sqrt{1+q} - z)] \cdot \mu u \exp(-u^2/2)/\sqrt{[2\pi]} \times \\ \times \{\Phi(u/\sqrt{1+q} - z - \theta) - \exp[3\theta^2/2 - \theta(u/\sqrt{1+q} - z)] \times \\ \times \Phi(u/\sqrt{1+q} - z - 2\theta)\} du/\sqrt{1+q}; \quad (11)$$

$$b_0 \approx 0, \quad V_0 = 13\gamma^2(2+q)^2/8\mu_s^2 q^2, \quad (12)$$

где $\mu_s = \lambda s \gamma$ — среднее число сигнальных точек [1]. Формула (11) для вероятности надежной оценки довольно громоздка и расчет по ней возможен лишь численными методами. Поэтому найдем простую верхнюю границу для вероятности аномальных ошибок $P_a = 1 - P_0$. Воспользовавшись неравенством $1 - \exp(-x) \leq x$ при $x > 0$, из (11) имеем, аналогично [4]:

$$P_a \leq P_a^* = (8mz/15)(2+q)^{-3/2} \exp[-z^2(1+q)/(2+q)] \sqrt{[(1+q)/2\pi]}. \quad (13)$$

Точность этой формулы возрастает с увеличением вероятности надежной оценки P_0 .

Формулы (9) ... (13) являются приближенными, однако их точность возрастает с увеличением μ, μ_s, m, z . Если значение z недостаточно велико, то расчет по этим формулам может привести к результатам, неверным даже качественно. Из общих физических соображений следует, что рассеяние оценки (9) является неубывающей функцией отношения сигнал — фон q . Кроме того, всегда должно выполняться неравенство $V_a(\tau_0) \geq V(\tau^\wedge | \tau_0)$. Поэтому при не слишком больших z используем аппроксимацию зависимости рассеяния оценки максимального правдоподобия от отношения сигнал — фон вида

$$V_m(\tau^\wedge | \tau_0) = \begin{cases} V(\tau^\wedge | \tau_0), & q > q_m; \\ V_a(\tau_0), & q < q_m, \end{cases} \quad (14)$$

где q_m — наибольший корень уравнения $V(\tau^\wedge | \tau_0) = V_a(\tau_0)$; $V(\tau^\wedge | \tau_0)$ определяется из (9).

На рис. 3, 4 сплошными линиями нанесены зависимости $\chi(q) = V_m(\tau^\wedge | \tau_0) \mu_s^2 / V_a(\tau_0) = 0$ нормированного рассеяния оценки для $m = 10$ (рис. 3) и $m = 20$ (рис. 4). Кривые 1 соответствуют $\mu_s = 5$; 2 — $\mu_s = 20$; 3 — $\mu_s = 100$.

Характеристики оценки задержки оптического сигнала рассматривались также в [5, 6]. В [5] рассеяние оценки рассчитывалось с позиций полуклассической теории фотоэмиссии и привело к результату

$$V_1 = 2\gamma^2 [5q + 6 - (1+q)/(2+q)^2] / \mu_s^2 q^2. \quad (15)$$

В [6] найдена нижняя граница рассеяния оценки вида

$$V_2 = 2\gamma^2/\mu_s^2(q-1)^2. \quad (16)$$

Зависимость $\chi_1(q) = V_1\mu_s^2/V_a(\tau_0=0)$ нормированного рассеяния оценки, рассчитанная по формуле (15), нанесена на рис. 3, 4 штриховой линией, зависимость $\chi_2(q) = V_2\mu_s^2/V_a(\tau_0=0)$, рассчитанная по формуле (16), — штрихпунктирной. Как следует из рис. 3, 4, расчет по формулам (14) ... (16) приводит к существенно различным значениям рассеяния оценки.

С целью определения границ применимости полученных формул производилось статистическое моделирование алгоритма обнаружения оптического сигнала с неизвестной задержкой и алгоритма оценки задержки. Согласно [7], формировалась реализация пуассоновского процесса $\pi(t)$ с интенсивностью (1) или (2). Затем с шагом $0,01\gamma$ выработывались отсчеты выходного сигнала приемника максимального правдоподобия (4). Решение о наличии или отсутствии сигнала принималось в результате сравнения с порогом h абсолютного максимума π_τ на интервале $[-m\gamma/2; m\gamma/2]$. Порог h в соответствии с критерием Неймана — Пирсона рассчитывался по формуле (5). Экспериментальные значения вероятности ложной тревоги, полученные в результате обработки $5 \cdot 10^3$ реализаций пуассоновского процесса $\pi(t)$ с интенсивностью (2) для $m=10$, нанесены на рис. 1. Они обозначены \times для $\mu=10$ и \circ — $\mu=100$. Согласно рис. 1, точность аппроксимации экспериментальных зависимостей формулой (5) растет с увеличением μ . Экспериментальные значения вероятности правильного обнаружения, полученные в результате обработки не менее $5 \cdot 10^2$ реализаций пуассоновского процесса $\pi(t)$ с интенсивностью (1) при $m=10$, нанесены на рис. 2.

Моделирование алгоритма оценки выполнялось для значений $m=10, 20$ и $q=10^{-2} \dots 10^2$ при $\mu_s=5, 10, 20, 100$. Поскольку реализации выходного сигнала приемника максимального правдоподобия (4) представляют собой кусочно-постоянные функции, в качестве оценки максимального правдоподобия выбиралась середина постоянного участка π_τ , имеющего максимальную амплитуду. Число обрабатываемых реализаций пуассоновского процесса $\pi(t)$ с интенсивностью (1) изменялось от $5 \cdot 10^2$ до 10^4 с тем, чтобы средняя квадратическая погрешность в определении рассеяния оценки задержки не превышала $5 \dots 10\%$. Экспериментальные значения рассеяния оценки нанесены на рис. 3, 4 и обозначены: \circ — для $\mu_s=5$, Δ — $\mu_s=20$, \times \supseteq $\mu_s=100$. Сопоставление расчетных и экспериментальных значений рассеяния оценки задержки (рис. 3, 4) показывает, что наиболее близки к экспериментальным зависимостям результаты расчета по формуле (14). Расчеты по формуле (15), полученной в [5], близки к экспериментальным данным лишь при весьма больших значениях μ_s, q . Теоретические значения рассеяния, рассчитанные по формуле (16), полученной в [6], весьма далеки от экспериментальных. Следует отметить также, что точность аппроксимации экспериментальных зависимостей рассеяния оценки формулой (14) растет с увеличением μ_s, m .

Таким образом, найденные асимптотически точные выражения для характеристик приемника максимального правдоподобия оптического сигнала с неизвестной задержкой удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные зависимости в широком диапазоне значений отношения сигнал — фон, в отличие от результатов [5, 6].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Курикса А. А. Квантовая оптика и оптическая локация.— М.: Сов. радио, 1973.—134 с.
2. Трифонов А. П. Обнаружение сигналов с неизвестными параметрами // Теория обнаружения сигналов.— М.: Радио и связь, 1984.— С. 12—89.

3. Марченко Б. Г. Метод стохастических интегральных представлений и его приложения в радиотехнике.— Киев: Наук. думка, 1973.—192 с.
4. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех.— М.: Радио и связь, 1986.—264 с.
5. Егоров В. В. Статистические характеристики оценки времени прихода прямоугольного оптического импульса // Радиотехника и электроника.— 1979.— Т. 24.— № 4.— С. 733—739.
6. Бакут П. А., Троицкий И. Н., Устинов Н. Д. Потенциальная точность оценки параметров оптических изображений // Изв. АН СССР: Техническая кибернетика.— 1976.— № 4.— С. 148—150.
7. Бусленко Н. П., Шрейдер Ю. А. Метод статистических испытаний (Монте-Карло) и его реализация на цифровых вычислительных машинах.— М.: Физматгиз, 1961.— 226 с.

Поступила в редакцию 04.04.88.

УДК 621.391.266

АЛГОРИТМЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ С ГРУППИРОВАНИЕМ НАБЛЮДЕНИЙ

В. Н. ХАРИСОВ, Р. Н. ЭФЕНДИЕВ

Рассмотрена методика синтеза алгоритмов нелинейной фильтрации, ориентированная на упрощение их цифровой реализации. В основе подхода — возможность аппроксимации случайных процессов некоторыми более регулярными процессами, для которых существует точное решение уравнения фильтрации Стратоновича. Обобщает известные результаты, основанные на ступенчатой аппроксимации случайных процессов.

Реализация алгоритмов, следующих из стандартных методик, развитых в теории оптимальной фильтрации [1 ... 3], обеспечивается на основе применения цифровой техники. Однако в целом ряде случаев алгоритмы, полученные непосредственным применением общих методов, требуют чрезмерно высокого быстродействия цифровых элементов. Возникает задача разработки специальных методик синтеза, ориентированных на цифровую реализацию алгоритмов обработки и обеспечивающих ее упрощения.

Физической основой возможного упрощения является медленное изменение случайных параметров сигнала $\lambda(t)$ по сравнению с самим сигналом в основных радиотехнических задачах. Необходимая дискретность $t_k = kT$, $k=0, 1 \dots$ цифровой фильтрации случайных параметров связана скорее с характером их изменения, чем с шириной спектра сигнала. Например, она не обязана совпадать с дискретностью аналого-цифрового преобразования входного сигнала $t_i = i\Delta$, $i=0, 1 \dots$, $\Delta < T$, как это обычно предполагается [2]. Совокупность входных наблюдений $\xi(t)$ на интервале $t \in [t_k, t_{k+1})$ можно объединить в некоторую достаточную статистику, используемую для оценки параметров, и тем самым уменьшить потребное быстродействие без существенного ухудшения характеристик приема.

Рассматриваемое ниже группирование наблюдений основано на аппроксимации фильтруемых процессов некоторыми, более регулярными процессами, для которых удастся найти точное решение уравнения Стратоновича. Простейшие алгоритмы с группированием наблюдения были получены в [4] и других более поздних работах при ступенчатой аппроксимации параметров сигнала — приближенного постоянства случайных параметров на интервале группирования.

В статье подход, использованный при ступенчатой аппроксимации, развивается для случая, когда параметры сигнала меняются на интервале группирования, т. е. для более общей и более точной, чем ступенчатая, аппроксимаций случайных процессов; рассматривает точность аппроксимации.

Обычной моделью для m -мерного векторного марковского процесса $\lambda_0(t)$, описывающего случайные параметры в задачах оптимальной