

110

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

110

АВТОМЕТРИЯ

4

(Отдельный оттиск)

НОВОСИБИРСК
«НАУКА»
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
1989

ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ И СИГНАЛОВ

УДК 621.391

Е. П. НЕЧАЕВ, А. П. ТРИФОНОВ

(Воронеж)

ЭФФЕКТИВНОСТЬ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНКИ ПЛОЩАДИ ОПТИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ НА ФОНЕ ШУМОВ

В работах [1, 2] рассмотрена задача оценки площади оптического изображения и получены асимптотически точные выражения для характеристик оценки. В [1] предполагалось, что полезный оптический сигнал всегда присутствует на входе устройства, формирующего изображение, а результаты [2] получены с учетом имеющейся в реальных системах возможности «пропадания» полезного оптического сигнала. Практическое использование результатов [1, 2] требует определения границ применимости найденных выражений для характеристик оценок. Решение такой задачи аналитическими методами затруднительно. Поэтому для определения границ применимости результатов [1, 2] воспользуемся методом статистического моделирования алгоритмов оценки площади изображения на ЭВМ.

Следуя [1, 2], оптическое черно-белое изображение будем описывать пуассоновским полем случайных точек. Пусть в области изображения наблюдается реализация $N(\xi)$, $\xi = (\xi_1, \xi_2)$, пуассоновского поля случайных точек с интенсивностью $\lambda(\xi) = \Theta_0 \lambda_s(\xi/\sqrt{\chi_0}) + \lambda_N$, где

$$\lambda_s(\xi) = \begin{cases} \lambda_0, & \xi \in \Omega; \\ 0, & \xi \notin \Omega. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь Θ_0 — несущественный параметр, отражающий возможность «пропадания» полезного изображения, причем $\Theta_0 = 0$ с вероятностью p_0 и $\Theta_0 = 1$ с вероятностью $p_1 = 1 - p_0$; $\lambda_s(\xi/\sqrt{\chi_0})$ — интенсивность полезного сигнала, которая зависит от параметра $\chi_0 \in [\chi_{\min}, \chi_{\max}]$, характеризующего площадь изображения; λ_N — интенсивность фона; Ω — область, ограниченная контуром изображения, площадь которой равна E_s . Если в выбранной системе координат (ξ_1, ξ_2) $E_s = 1$, то параметр χ_0 численно равен площади изображения. В случае, когда полезный сигнал всегда присутствует на входе устройства, формирующего изображение [1], величина $p_0 = 0$ и $\Theta_0 = 1$.

Приемник максимального правдоподобия [1] формирует логарифм функционала отношения правдоподобия

$$M(\chi) = \ln(1 + q)N_x - \mu q \chi / \chi_{\max} \quad (2)$$

для $\chi \in [\chi_{\min}, \chi_{\max}]$. Здесь $q = \lambda_0/\lambda_N$, $\mu = \lambda_N E_s \chi_{\max}$ — среднее число зарегистрированных точек фона; N_x — число точек реализации поля $N(\xi)$ в области, имеющей форму полезного изображения (1) с площадью χE_s . В качестве оценки максимального правдоподобия χ_m неизвестной площади χ_0 принимается положение абсолютного максимума процесса (2).

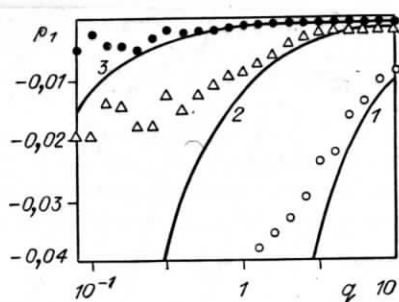


Рис. 1

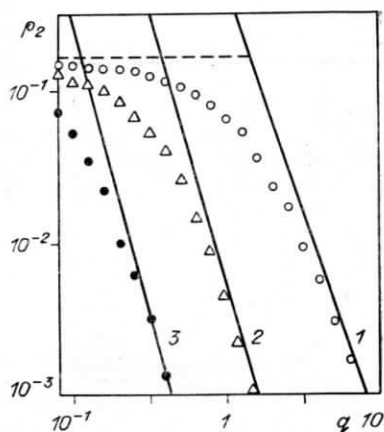


Рис. 2

Приемник максимального правдоподобия [2] формирует процесс (2) и определяет величину M_m и положение χ_m его абсолютного максимума. Оценка площади находится следующим образом:

$$\hat{\chi} = \begin{cases} \chi_m, & M_m > 0; \\ 0, & M_m \leq 0. \end{cases} \quad (3)$$

Случайный процесс N_x , значение которого при фиксированном χ представляет собой число случайных точек поля $N(\xi)$ в области, ограниченной контуром изображения с площадью χE_s , является пуассоновским. Интенсивность процесса N_x с вероятностью p_0 постоянна в интервале $\chi \in [0, \chi_{\max}]$ и равна $\mu/\chi_{\max}$, а с вероятностью p_1 она претерпевает скачкообразное изменение в точке χ_0 от значения $(1+q)\mu/\chi_{\max}$ при $\chi \in [0, \chi_0]$ до величины $\mu/\chi_{\max}$ при $\chi \in (\chi_0, \chi_{\max}]$. Статистическое моделирование включало формирование отсчетов процесса (2) в точках скачкообразного изменения пуассоновского процесса N_x . Эти точки определялись по методу обратных функций [3] на основе равномерно распределенных квазислучайных чисел [4]. По каждой реализации в соответствии с алгоритмами [1] и [2] выносилась оценка площади изображения. В ходе моделирования формировались отсчеты $M(\chi)$ для наблюдаемых данных $N(\xi)$ трех типов: без полезного изображения, с полезным изображением, имеющим фиксированную площадь $\chi_0 = \chi_{\max}/2$, и с полезным изображением, значение площади которого в каждой реализации выбиралось случайным образом в соответствии с равномерным в интервале $[\chi_{\min}, \chi_{\max}]$ законом распределения. Значение $\chi_{\min}$ выбиралось равным $0,1\chi_{\max}$ и $0,3\chi_{\max}$. При моделировании приемника [1] величина Θ_0 всегда полагалась равной единице. Характеристики оценок площади находились усреднением оценок по ансамблю реализаций процесса (2). Реализации $M(\chi)$ с фиксированным значением χ_0 использовались для определения условных характеристик, а реализации $M(\chi)$, значение χ_0 в которых выбиралось случайным образом, — для определения безусловных характеристик оценок. Объем выборки составлял $10^4 - 10^5$ реализаций $M(\chi)$.

На рис. 1 приведены зависимости нормированного безусловного смещения $\rho_1 = d(\chi_m)/\chi_{\max}$, а на рис. 2 — зависимости нормированного безусловного рассеяния $\rho_2 = V(\chi_m)/\chi_{\max}^2$ оценки площади [1] от величины q . Сплошные кривые рис. 1, 2 построены с использованием теоретических зависимостей [1] безусловных смещения $d(\chi_m)$ и рассеяния $V(\chi_m)$ оценки площади. Кривые 1 соответствуют $\mu = 10$, 2 — $\mu = 10^2$, 3 — $\mu = 10^3$. На этих же рисунках нанесены экспериментальные значения соответствующих характеристик, полученные в результате моделирования при $\chi_{\min} = 0,1\chi_{\max}$.

На рис. 3 приведены зависимости нормированного безусловного смещения $\rho_3 = d(\hat{\chi})/\chi_{\max}$, а на рис. 4 — зависимости нормированного безу-

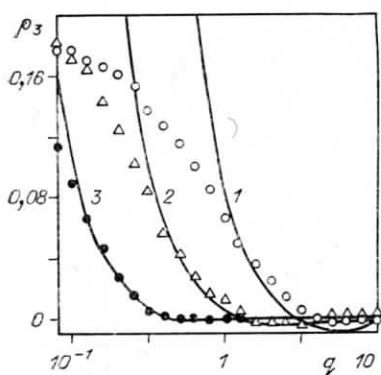


Рис. 3

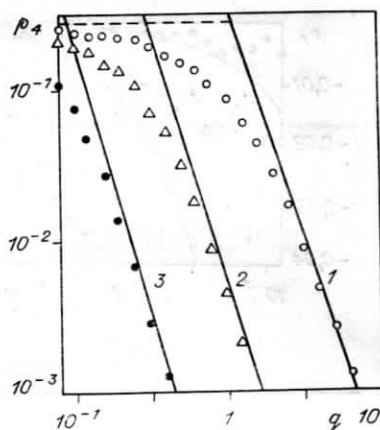


Рис. 4

словного рассеяния $\rho_4 = V(\hat{\chi})/\chi_{\max}^2$ оценки площади (3) [2] от величины q при $p_0 = p_1 = 0,5$. Сплошные кривые рис. 3, 4 построены на основе теоретических величин безусловных смещения

$$d(\hat{\chi}) = \int_{\chi_{\min}}^{\chi_{\max}} d(\hat{\chi}|\chi_0) d\chi_0/(\chi_{\max} - \chi_{\min}) \quad (4)$$

и рассеяния

$$V(\hat{\chi}) = \int_{\chi_{\min}}^{\chi_{\max}} V(\hat{\chi}|\chi_0) d\chi_0/(\chi_{\max} - \chi_{\min}) \quad (5)$$

оценки площади. Здесь $d(\hat{\chi}|\chi_0)$ и $V(\hat{\chi}|\chi_0)$ — условные смещение и рассеяние оценки при фиксированном значении χ_0 [2]. На этих же рисунках нанесены экспериментальные значения соответствующих характеристик при $\chi_{\min} = 0,1\chi_{\max}$. Обозначения кривых рис. 3, 4 совпадают с обозначениями рис. 1, 2.

Экспериментальные значения смещения [1] для $\mu = 10$ хорошо согласуются с теоретическими при $q \geq 3$, для $\mu = 10^2$ — при $q \geq 1$, а для $\mu = 10^3$ — уже при $q \geq 0,3$ (см. рис. 1). Значения рассеяния, полученные экспериментально для $\mu = 10$, близки к теоретическим [1] при $q \geq 2$, для $\mu = 10^2$ — при $q \geq 0,6$, а для $\mu = 10^3$ — уже при $q \geq 0,2$ (см. рис. 2). Выражение (4) для $\mu = 10$ хорошо аппроксимирует экспериментальные значения при $q \geq 1$, для $\mu = 10^2$ — при $q \geq 0,3$, а для $\mu = 10^3$ — при $q \geq 0,1$ (см. рис. 3). Значения рассеяния (5) для $\mu = 10$ близки к экспериментальным при $q \geq 2$, для $\mu = 10^2$ — при $q \geq 0,4$, а для $\mu = 10^3$ — уже при $q \geq 0,1$ (см. рис. 4). Результаты моделирования показывают, что указанные границы применимости справедливы и для условных характеристик при фиксированном значении $\chi_0 = \chi_{\max}/2$, а также для $\chi_{\min} = 0,3\chi_{\max}$. При $q \leq 3$ характеристики оценок, полученные в [1, 2], хорошо согласуются с экспериментальными зависимостями, когда величина $q\sqrt{\mu} \geq 8 - 10$.

При конечном интервале значений параметра χ_0 рассеяние оценки площади должно быть ограничено, а теоретические значения рассеяния [1, 2] с уменьшением q неограниченно возрастают. Уточним зависимости [1, 2] в области малых значений q . Для $\mu \gg 1$ с уменьшением q процесс $M(\chi)$ является асимптотически винеровским. В [5] получено распределение положения абсолютного максимума винеровского процесса на конечном интервале. Используя результаты [5], находим, что при $q\sqrt{\mu} \ll 1$ безусловное рассеяние оценки площади [1] определяется выражением

$$V_m(\chi_m) = \frac{5(\chi_{\max} - \chi_{\min})^2}{24},$$

а безусловное рассеяние оценки [2] равно

$$V_m(\hat{\chi}) = \frac{(3p_0 + 5p_1)(\chi_{\max} - \chi_{\min})^2}{24} + \frac{p_0(\chi_{\max} + \chi_{\min})^2}{4}.$$

Значения $V_m(\chi_m)/\chi_{\max}^2$ и $V_m(\hat{\chi})/\chi_{\max}^2$ отмечены штриховой линией на рис. 2 и 4. Анализ зависимостей рис. 2, 4 показывает, что экспериментальные значения безусловного рассеяния оценки [1] могут быть более точно аппроксимированы выражением

$$V_1(\chi_m) = \min(V(\chi_m), V_m(\chi_m)), \quad (6)$$

а значения рассеяния оценки [2] — выражением

$$V_1(\hat{\chi}) = \min(V(\hat{\chi}), V_m(\hat{\chi})), \quad (7)$$

где $V(\chi_m)$ и $V(\hat{\chi})$ — теоретические характеристики, соответствующие результатам [1, 2]. При $\mu \geq 10$ характеристики оценок (6), (7) хорошо согласуются с экспериментальными зависимостями, когда величина $q\sqrt{\mu} \geq 8 - 10$ или $q\sqrt{\mu} \leq 0,1 - 0,8$.

Таким образом, проведено исследование алгоритмов оценки площади оптического изображения методом статистического моделирования на ЭВМ. Определены границы применимости известных в литературе [1, 2] асимптотически точных выражений для характеристик алгоритмов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Галун С. А., Зюльков А. В., Трифонов А. П. Оценка площади оптических изображений на фоне шумов // Автометрия. — 1983. — № 1.
2. Нечаев Е. П., Трифонов А. П. Оценка площади пропадающего оптического изображения на фоне шумов // Автометрия. — 1987. — № 3.
3. Бусленко Н. П., Шрейдер Ю. А. Метод статистических испытаний (Монте-Карло) и его реализация на цифровых вычислительных машинах. — М.: Изд-во физ.-мат. лит., 1961.
4. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений: Пер. с англ. Х. Д. Икрамова. — М.: Мир, 1980.
5. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1986.

Поступила в редакцию 16 марта 1988 г.

УДК 771.64

Л. А. АЙЗЕНБЕРГ, Б. А. КРАВЦОВ, Б. А. ШАЙМКУЛОВ
(Красноярск)

ОБ ИНТЕРПОЛЯЦИИ СИГНАЛОВ С ФИНИТНЫМ СПЕКТРОМ ФУРЬЕ. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

1. Теоретическая часть. Рассмотрим класс Винера W_α^n (соответственно $W_{\alpha,+}^n$) функций из $L^2(R^n)$, имеющих спектр Фурье, сосредоточенный в параллелепипеде $\{w: |w_j| \leq \alpha_j, j = 1, \dots, n\} \subset R^n$ (соответственно в $\{w: 0 \leq w_j \leq \alpha_j, j = 1, \dots, n\} \subset R_+^n = \{x: x_j \geq 0, j = 1, \dots, n\}$). В [1, 2] рассматривалась задача экстраполяции функций этого класса, что связано с известной проблемой увеличения разрешения физических приборов (вычислительный эксперимент см. в [3, 4], а также в [5]). В дальнейшем оказалось, что формулы экстраполяции из [1, 2] вполне пригодны и для интерполяции функций класса Винера [6]. Напомним соответствующие формулы, ограничиваясь для простоты записи одномерными сигналами ($n = 1$). Рассмотрим произвольное множество единственности M для