(111)

(111)

ИЗВЕСТИЯ

ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

№ 11

КИЕВ — 1989

223

УДК 621.391.8

ОЦЕНКА ЗАДЕРЖКИ РАДИОСИГНАЛА ПРИ НЕИЗВЕСТНОМ СРЕДНЕМ ЗНАЧЕНИИ МОДУЛИРУЮЩЕЙ ПОМЕХИ

А. П. ТРИФОНОВ, А. В. ЗАХАРОВ

Установлены структуры приемника максимального правдоподобия и существенно более простого квазиоптимального приемника для оценки задержки радиосигнала на фоне белого шума. Найдены дисперсии оценок, получаемых с помощью синтезированных приемников.

Помехоустойчивость систем передачи информации существенно ограничивается модулирующими (мультипликативными) помехами, неизбежно присутствующими в реальных каналах связи. В частности, воздействие модулирующих помех приводит к расширению полосы частот, занимаемой спектром сигнала. Кроме того, коэффициент передачи реальных радиоканалов и фаза сигнала на выходе радиоканала, как правило, неизвестны. В этой связи рассмотрим прием радиоимпульса

$$s(t, \tau_0, \varphi_0) = \xi(t)\, I\,[(t-\tau_0)/\gamma] \cos(\omega_0 t - \varphi_0), \tag{1}$$

искаженного модулирующей помехой $\xi(t)$, на фоне гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0. Здесь $I(x)=1$ при $|x|<1/2$ и $I(x)=0$ при $|x|\geqslant 1/2$, $\xi(t)$ — реализация стационарного гауссовского случайного процесса, описывающего паразитную модуляцию радиосигнала, причем $\mathbf{M}[\xi(t)]=a_0$, $\mathbf{M}\{[\xi(t)-a_0][\xi(t+\lambda)-a_0]\}=K(\lambda)$, γ — длительность, ω_0 — несущая частота радиосигнала. Задержка τ_0, начальная фаза φ_0 сигнала (1) и коэффициент передачи радиоканала a_0 априори неизвестны. Спектр мощности модулирующей помехи $\xi(t)$ представим в виде $G(\omega)=G_0 f(\omega/\Omega)$. Функция $f(x)=f(-x)$ описывает форму спектра мощности и нормирована так, что $\max f(x) = f(0) = 1$, $\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x)\,dx = 1$, $\Omega = \int_{-\infty}^{\infty} G^2(\omega)\,d\omega G_0^{-2}$ — эквивалентная полоса частот модулирующей помехи.

Для оценки неизвестной задержки τ радиосигнала (1) используем приемник максимального правдоподобия (ПМП) [3], который вырабатывает логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП). Аналогично [2] будем считать, что длительность γ радиосигнала (1) существенно больше времени корреляции модулирующей помехи, т. е.

$$\mu \gg 1, \quad \mu = \gamma\Omega/4\pi. \tag{2}$$

Кроме того, полагаем радиосигнал (1) узкополосным, так что $\gamma\omega_0/2\pi \gg 1$, $\omega_0 \gg \Omega$.

Пусть $x(t) = s(t, \tau_0, \varphi_0) + n(t)$, $t \in [-T/2; T/2]$ — наблюдаемая реализация, причем $s(t, \tau_0, \varphi_0)$ и $n(t)$ статистически независимы. Тогда при $T \gg \gamma$ и при выполнении (2) можем, следуя [2, 3], записать логарифм ФОП для всех неизвестных параметров τ, a, φ сигнала (1)

$$L(\tau, a, \varphi) = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} y^2(t, \tau, \varphi)\,dt + \frac{2a}{N_0(1+q)}\int_{\tau-\gamma/2}^{\tau+\gamma/2} x(t)\cos(\omega_0 t - \varphi)\,dt - \frac{\gamma a^2}{2N_0(1+q)}, \quad q = G_0/N_0. \tag{3}$$

Здесь
$$y(t, \tau, \varphi) = \int_{\tau-\gamma/2}^{\tau+\gamma/2} x(t')\,H(t-t')\cos(\omega_0 t' - \varphi)\,dt', \tag{4}$$

спектр функции $H(t)$ [4] удовлетворяет соотношению

$$|H(j\omega)|^2 = 4qf(\omega/\Omega)/N_0[1 + qf(\omega/\Omega)]. \tag{5}$$

Выражение (3) можно существенно упростить, если, аналогично [2], пренебречь ошибками измерения времени задержки порядка времени корреляции модулирующей помехи, т. е. порядка $2\pi/\Omega$. Такое пренебрежение допустимо, если q не слишком велико [2, 4]. Тогда, учитывая (2), можем приближенно переписать (4) как

$$y(t,\tau,\varphi)\approx I[(t-\tau)/\gamma]\int_{-\infty}^{\infty}x(t')H(t-t')\cos(\omega_0t'-\varphi)\,dt'=$$

$$=I[(t-\tau)/\gamma][X_1(t)\cos\varphi+Y_1(t)\sin\varphi],$$

$$\begin{Bmatrix}X_1(t)\\Y_1(t)\end{Bmatrix}=\int_{-\infty}^{\infty}x(t')H(t-t')\begin{Bmatrix}\cos\omega_0t'\\\sin\omega_0t'\end{Bmatrix}dt'. \tag{6}$$

Подставляя (6) в (3), получаем

$$L(\tau,a,\varphi)=\int_{\tau-\gamma/2}^{\tau+\gamma/2}[X_1(t)\cos\varphi+Y_1(t)\sin\varphi]^2\,dt/2+$$

$$+\frac{2a}{N_0(1+q)}[X_2(\tau)\cos\varphi+Y_2(\tau)\sin\varphi]-\frac{\gamma a^2}{2N_0(1+q)}, \tag{7}$$

$$\begin{Bmatrix}X_2(\tau)\\Y_2(\tau)\end{Bmatrix}=\int_{\tau-\gamma/2}^{\tau+\gamma/2}x(t)\begin{Bmatrix}\cos\omega_0t\\\sin\omega_0t\end{Bmatrix}dt.$$

Для того чтобы исключить влияние неизвестных параметров a, φ [3], надо максимизировать по ним логарифм ФОП (7). В результате получим выходной сигнал ПМП

$$L(\tau)=\max_{a,\varphi}L(\tau,a,\varphi)=[L_1(\tau)+\sqrt{L_2(\tau)}]/4; \tag{8}$$

$$L_1(\tau)=X(\tau)+Y(\tau);\qquad L_2(\tau)=[X(\tau)-Y(\tau)]^2+4Z^2(\tau); \tag{9}$$

$$\begin{Bmatrix}X(\tau)\\Y(\tau)\end{Bmatrix}=\int_{\tau-\gamma/2}^{\tau+\gamma/2}\begin{Bmatrix}X_1^2(t)\\Y_1^2(t)\end{Bmatrix}dt+\frac{4}{\gamma N_0(1+q)}\begin{Bmatrix}X_2^2(\tau)\\Y_2^2(\tau)\end{Bmatrix},$$

$$Z(\tau)=\int_{\tau-\gamma/2}^{\tau+\gamma/2}X_1(t)Y_1(t)\,dt+\frac{4}{\gamma N_0(1+q)}X_2(\tau)Y_2(\tau).$$

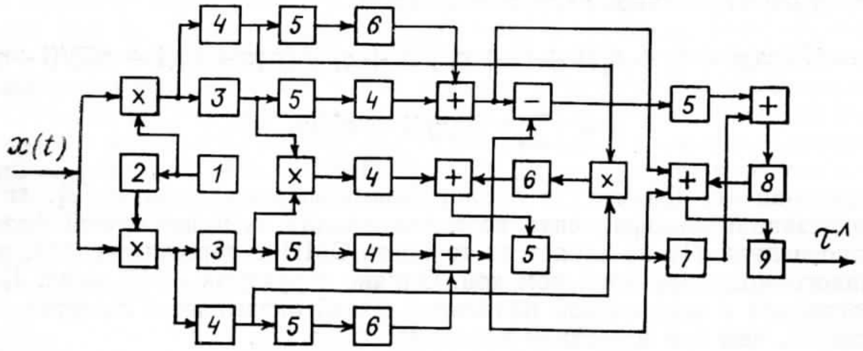

Рис. 1

Оценка максимального правдоподобия (ОМП) неизвестной задержки радиосигнала (1) определяется как $\hat{\tau}=\arg\sup L(\tau)$ [3]. Согласно (8), ПМП можно реализовать в виде (рис. 1), где обозначено: *1* — генератор гармонического сигнала с частотой ω_0; *2* — фазовращатель на $\pi/2$; *3* — фильтры с передаточной функцией $H(j\omega)$ (5); *4* — фильтры, согласованные с импульсом $I(t/\gamma)$; *5* — квадраторы; *6*, *7* — усилители с коэффициентами усиления, пропорциональными $4/\gamma N_0(1+q)$ и 4 соответственно; *8* — блок извлечения квадратного корня; *9* — решающее устройство, фиксирующее положение $\tau\hat{}$ абсолютного максимума сформированного сигнала.

Найдем характеристики ОМП $\tau\hat{}$. Для этого введем вспомогательные функции $S_i(\tau) = \mathbf{M}[L_i(\tau)]$, $N_i(\tau) = L_i(\tau) - \mathbf{M}[L_i(\tau)]$, $i = 1{,}2$ и преобразуем (8) к виду

$$L(\tau) = \{S_1(\tau) + N_1(\tau) + \sqrt{[S_2(\tau) + N_2(\tau)]}\}/4. \tag{10}$$

Положим, что оценка $\tau\hat{}$ обладает высокой апостериорной точностью [2, 3]. Тогда достаточно ограничиться исследованием поведения функции (10) в окрестности истинного значения задержки τ_0, малой по сравнению с длительностью γ радиосигнала (1). В этой окрестности отношение $\varkappa = \mathbf{M}[N_2^2(\tau)]/S_2^2(\tau) \leqslant 16(1+q)^2/[2\mu q^2 + z_0^2(1+q)]$, где $z_0^2 = a_0^2\gamma/N_0$ — отношение сигнал — шум для неискаженной части радиосигнала (1).

$$\text{Если } 2\mu q^2/(1+q)^2 + z_0^2/(1+q) \gg 1, \tag{11}$$

то $\varkappa \ll 1$.

Положим, далее, что кроме (2) выполняется также (11). Тогда в малой окрестности τ_0 функцию (10) можно представить как

$$L(\tau) = [S_1(\tau) + N_1(\tau) + \sqrt{S_2(\tau)} + N_2(\tau)/2\sqrt{S_2(\tau)}]/4 = S(\tau) + N(\tau), \tag{12}$$

где $S(\tau) = [S_1(\tau) + \sqrt{S_2(\tau)}]/4$—сигнальная, $N(\tau) = [N_1(\tau) + N_2(\tau)/2\sqrt{S_2(\tau)} \times (1/4)$ — шумовая функции [2, 3]. Согласно (12), отношение сигнал—шум на выходе измерителя (8) определяется выражением $z^2 = S^2(\tau_0)/\mathbf{M}[N^2(\tau_0)] = (\mu q\alpha + z_0^2/2)^2[\mu q^2 + z_0^2(1+q)]^{-1}$, $\alpha = \int_{-\infty}^{\infty} qf^2(x)[1+qf(x)]^{-1}dx$. При выполнении (2) и $z^2 \gg 1$ ОМП задержки радиосигнала (1) обладает высокой апостериорной точностью [2 ... 4]. Поскольку всегда $z^2 \geqslant [2\mu q^2/(1+q)^2 + z_0^2/(1+q)]/4$, то высокая апостериорная точность оценки обеспечивается условиями (2), (11).

Можно показать, что в малой окрестности τ_0 выходной сигнал ПМП (12) имеет такие же (с точностью до значений коэффициентов) характеристики, как и в [2]. Следовательно, воспользовавшись методом локально-марковской аппроксимации, получаем дисперсию ОМП $l\hat{} = \tau\hat{}/\gamma$ нормированной задержки $l_0 = \tau_0/\gamma$

$$\sigma_0^2 = 13\{\mu(q^2+\beta) + z_0^2[1+(1+q)^3]/(1+q)^2\}^2\{\mu q\alpha + z_0^2(1+q/2)/(1+q)\}^{-4},$$
$$\beta = \int_{-\infty}^{\infty} q^2f^2(x)[1+qf(x)]^{-2}dx. \tag{13}$$

Сравнивая эту формулу с аналогичными выражениями в [2], видим, что незнание коэффициента передачи канала a_0 и начальной фазы φ_0 радиосигнала (1) не влияет на точность ОМП задержки сигнала, искаженного модулирующей помехой. Однако структура ПМП (рис. 1) радиосигнала с неизвестной начальной фазой оказывается заметно более сложной, чем при известной начальной фазе [2].

Основные трудности в реализации ПМП вызывает формирование второго слагаемого $\sqrt{[L_2(\tau)]}$ в правой части (8) Структуру измерителя задержки можно существенно упростить, если использовать квазиоптимальную оценку $\tau_1\hat{} = \operatorname{argsup} L_1(\tau)$. Согласно (9), квазиоптимальный измеритель задержки может быть реализован в виде, показанном на рис. 2, где обозначено: *1* — узкополосный фильтр с импульсной переходной функцией $H(t)\cos\omega_0 t$; *2* — фильтр, согласованный с радиоимпульсом $I(t/\gamma)\cos\omega_0 t$; *3* — квадратичные детекторы; *4* — усилитель с коэффициентом усиления $4/\gamma N_0(1+q)$; *5* — фильтр, согласованный с импульсом $I(t/\gamma)$; *6* — решающее устройство.

Учитывая нормировку функции $f(x)$, для отношения сигнал — шум на выходе квазиоптимального измерителя получаем

$$z_1^2 = S_1^2(\tau_0)/\mathbf{M}[N_1^2(\tau_0)] \geqslant [2\mu q^2/(1+q)^2 + z_0^2/(1+q)]/4.$$

Следовательно, квазиоптимальная оценка $\hat{\tau_1}$, получаемая с помощью измерителя (рис. 2), обладает высокой апостериорной точностью, когда выполняются (2), (11).

Можно показать, что выходной сигнал (9) квазиоптимального измерителя в малой окрестности τ_0 имеет такие же (с точностью до зна-

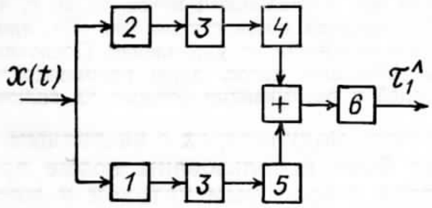

Рис. 2

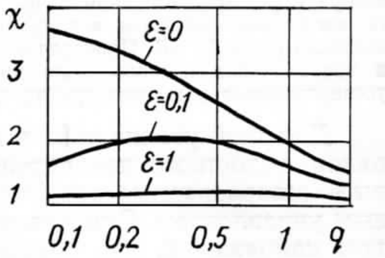

Рис. 3

чений коэффициентов) характеристики, как в [2]. Поэтому при выполнении (2), (11) воспользуемся методом локально-марковской аппроксимации и получим дисперсию квазиоптимальной оценки $\hat{l_1} = \hat{\tau_1}/\gamma$ нормированной задержки $l_0 = \tau_0/\gamma$

$$\sigma_1^2 = 13\{\mu(q^2+3\beta) + z_0^2[1+(1+q)^3]/(1+q)^2\}^2\{\mu q\alpha + z_0^2(1+q/2)/(1+q)\}^{-4}. \tag{14}$$

Используя (13), (14), находим проигрыш в точности оценки при использовании квазиоптимального измерителя (рис. 2) вместо ПМП (рис. 1) $\chi = \sigma_1^2/\sigma_0^2 = \{\mu(q^2+3\beta) + z_0^2[1+(1+q)^3]/(1+q)^2\}^2\{\mu(q^2+\beta) + z_0^2[1+(1+q)^3]/(1+q)^2\}^{-2}$. Зависимости проигрыша в точности оценки $\chi = \chi(q)$ для частотного случая полосовой модулирующей помехи со спектром мощности $f(x) = I(x)$ показаны на рис. 3. Кривые рассчитаны для различных значений параметра $\varepsilon = z_0^2/2\mu q$, который имеет простой физический смысл при полосовой модулирующей помехе. Именно, $\varepsilon = 4\pi a_0^2/G_0\Omega = a_0^2/K(0)$, т. е. представляет отношение мощности неискаженной составляющей радиосигнала (1) к средней мощности составляющей радиосигнала, искаженной модулирующей помехой. Как следует из рис. 3, проигрыш в точности оценки при использовании квазиоптимального измерителя (рис. 2) вместо ПМП (рис. 1) быстро падает с ростом ε.

Полученные результаты позволяют сделать обоснованный выбор между ПМП (рис. 1) и квазиоптимальным измерителем (рис. 2) задержки радиоимпульса (1) в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценки и к степени простоты технической реализации измерителя.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Кремер И. Я., Владимиров В. И., Карпухин В. И.* Модулирующие помехи и прием радиосигналов.— М. : Сов. радио, 1972.—480 с.

2. *Трифонов А. П., Захаров А. В.* Прием сигнала с неизвестной задержкой при наличии модулирующей помехи // Радиоэлектроника.— 1986.— № 4.— С. 36—41. (Изв. высш. учеб. заведений).

3. *Куликов Е. И., Трифонов А. П.* Оценка параметров сигналов на фоне помех.— М. : Сов. радио, 1978.—296 с.

4. Вопросы статистической теории радиолокации / П. А. Бакут, И. А. Большаков, Б. М. Герасимов и др.— М. : Сов. радио, 1963.— Т. 1.—424 с.

Поступила в редакцию после переработки 26.12.88.