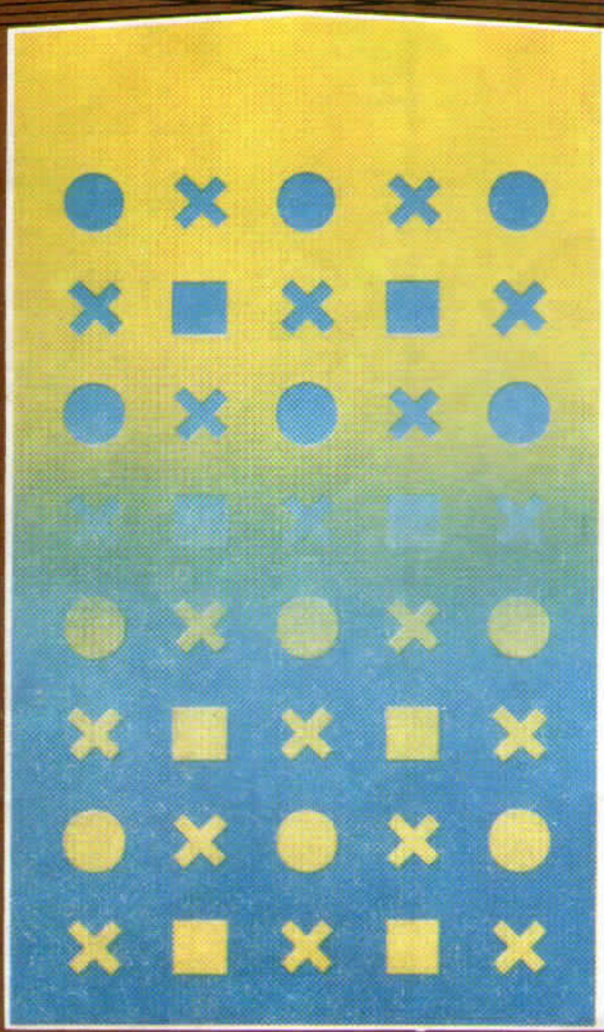
ISSN 0033-8486

Радиотехника

„ИНТЕРПОЛЯЦИЯ
ВИДЕОСИГНАЛА
В ПРИЕМНИКЕ
ДАЕТ
ВОЗМОЖНОСТЬ
ВОССТАНОВИТЬ
В НЕМ
ИНФОРМАЦИЮ,
НЕ ПЕРЕДАННУЮ
ПО КАНАЛУ
СВЯЗИ."



1
90

Обработка сигналов

УДК 621.391

Квазиправдоподобная оценка частоты случайного сигнала с неизвестной длительностью

А. П. Трифонов, В. И. Парфенов

Предложен простой алгоритм оценки частоты случайного сигнала с неизвестной длительностью.

Во многих прикладных задачах статистической радиотехники необходимо производить измерение несущей частоты или доплеровского смещения частоты флуктуирующих сигналов [1—4]. При гауссовских флуктуациях радиосигнала эта задача сводится к оценке смещения центральной частоты спектра мощности узкополосного центрированного гауссовского случайного процесса

$$s(t, \nu_0)=a(t)\cos[(\omega_0+\nu_0)t+\varphi(t)],\quad 0<t<T_0, \tag{1}$$

принимаемого на фоне гауссовского белого шума с односторонней спектральной плотностью N_0. В [2—4] оценка частоты случайного сигнала исследовалась в предположении, что длительность T_0 сигнала (1) априори известна. Цель работы — *определение потерь в точности оценки частоты ν_0 случайного сигнала (1) из-за незнания его длительности.*

Спектр мощности сигнала (1) [1]

$$G(\omega, \nu)=\frac{G_0}{2}\left[f\left(\frac{\omega-\omega_0-\nu}{\theta}\right)+f\left(\frac{\omega+\omega_0+\nu}{\theta}\right)\right], \tag{2}$$

где $f(x)$ определяет форму спектра мощности и удовлетворяет условиям $\max f(x)=1,\ \int\limits_{-\infty}^{\infty} f^2(x)\,dx=1;\ \theta=\int\limits_{-\infty}^{\infty} G^2(\omega,\nu)\,d\omega\,[2\max G^2(\omega,\nu)]^{-1}$ — эквивалентная полоса частот сигнала (1).

Полагая сигнал (1) узкополосным, так что $\omega_0\gg\theta$ и $\omega_0\gg\nu$, обозначим $\mu=T_0\theta/(2\pi)$. При $\mu\gg1$ логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП) [2, 4]

$$M(\nu, T)=\frac{1}{2}\int\limits_0^T x^2(t,\nu)\,dt-\frac{T\theta}{4\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\ln[1+qf(x)]\,dx, \tag{3}$$

где $q=G_0/N_0$; $x(t,\nu)$ — отклик фильтра с передаточной функцией $H(i\omega,\nu)$ на реализацию наблюдаемых данных, причем $|H(i\omega,\nu)|^2=2G(\omega,\nu)\{N_0[N_0/2+G(\omega,\nu)]\}^{-1}$.

Оценка максимального правдоподобия (ОМП) [1, 2] частоты сигнала (1) с неизвестной длительностью определяется как координата наибольшего максимума случайного поля (3). Необходимость формирования случайной функции двух переменных (3) существенно затрудняет техническую реализацию алгоритма МП [2]. Поэтому целесообразно рассмотреть квазиправдоподобную оценку (КПО) частоты $\hat{\nu}$, которую определим как положение наибольшего максимума члена логарифма ФОП (3), зависящего от частоты:

$$M_1(\nu) = \frac{1}{2}\int_0^{T_1} x^2(t, \nu)\,dt, \tag{4}$$

где T_1 — ожидаемое значение длительности случайного сигнала (причем в общем случае $T_1 \neq T_0$, если же $T_1 = T_0$, то, очевидно, КПО $\hat{\nu}$ совпадает с ОМП ν_m сигнала, длительность которого точно известна).

Аналогично [2—4] для (4) справедливо представление $M_1(\nu) = S_1(\nu - \nu_0) + N_1(\nu) + C_1$, где $C_1 = \mu q (T_1/T_0)\int_{-\infty}^{\infty} f(x)[1 + qf(x)]^{-1}dx$ — несущественная постоянная,

$$S_1(\nu) = \mu q^2 [1 + \min(0, \delta T)]\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f(x)[f(x-l) + f(x+l)]}{2[1 + qf(x)]}dx \tag{5}$$

— сигнальная функция; $N_1(\nu)$ — шумовая функция, которую при $\mu \gg 1$ можно считать реализацией центрированного гауссовского процесса [1, 2] с корреляционной функцией

$$K_1(\nu_1, \nu_2) = \frac{\mu q^2}{2}\Big\{[1 + \min(0, \delta T)]\Big[\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f(x-l_1)f(x-l_2)[1 + qf(x-l_0)]^2}{[1 + qf(x-l_1)][1 + qf(x-l_2)]}dx +$$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty}\frac{f(x+l_1)f(x+l_2)[1 + qf(x+l_0)]^2}{[1 + qf(x+l_1)][1 + qf(x+l_2)]}dx\Big] + \max(0, \delta T)\times$$

$$\times\Big[\int_{-\infty}^{\infty}\frac{f(x-l_1)f(x-l_2)dx}{[1 + qf(x-l_1)][1 + qf(x-l_2)]} + \int_{-\infty}^{\infty}\frac{f(x+l_1)f(x+l_2)dx}{[1 + qf(x+l_1)][1 + qf(x+l_2)]}\Big]\Big\}. \tag{6}$$

В (5), (6) $l_i = \nu_i/\theta$, $i = 0, 1, 2$, $\delta T = (T_1 - T_0)/T_0$.

Согласно [2] дисперсия КПО частоты

$$D_1(\hat{\nu}) = \Big[\frac{\partial^2 K_1(\nu_1, \nu_2)}{\partial\nu_1\partial\nu_2}\Big]_{\nu_0}\Big[\frac{\partial^2 S_1(\nu - \nu_0)}{\partial\nu^2}\Big]_{\nu_0}^{-2}. \tag{7}$$

Подставляя (5), (6) в (7), получаем

$$D_1(\hat{\nu}) = D(\nu_m)\Big\{\frac{1}{1 + \min(0;\ \delta T)} + \frac{\max(0, \delta T)\gamma_1}{[1 + \min(0, \delta T)]^2\gamma_0}\Big\}, \tag{8}$$

где $D(\nu_m) = \theta^2/\mu q^2\gamma_0$ — дисперсия ОМП частоты сигнала с известной длительностью [2, 3]

$$\gamma_i = \int_{-\infty}^{\infty}\Big[\frac{df(x)}{dx}\Big]^2[1 + qf(x)]^{-2(i+1)}dx,\ i = 0, 1.$$

При $q \ll 1$ выражение (8) принимает вид

$$D_1(\hat{\nu}) = D(\nu_m)\begin{cases}1/(1 - |\delta T|), & \delta T < 0,\\ 1 + \delta T, & \delta T > 0.\end{cases} \tag{9}$$

при $q \gg 1$

$$D_1(\hat{\nu}) = D(\nu_m)\begin{cases}1/(1 - |\delta T|), & \delta T < 0,\\ 1, & \delta T > 0,\end{cases} \tag{10}$$

Формулы (8) — (10) позволяют определить потери в точности оценки частоты из-за незнания длительности сигнала (1). Потери эти относительно невелики. Так, для $|\delta T| \leqslant 0{,}5$ дисперсия КПО частоты превосходит дисперсию ОМП при известной длительности не более чем в два раза.

Полученные формулы не применимы, когда спектр мощности (2) сигнала (1) недифференцируем. Таким спектром мощности обладает полосовой случайный сигнал [4], для которого $f(x)=1$, когда $|x|<1/2$, и $f(x)=0$, когда $|x|>1/2$. При обработке полосового случайного сигнала функции (5) и (6) принимают вид

$$S_1(\nu)=\mu q^2[1+\min(0,\delta T)](1-|l|)/(1+q), \tag{11}$$

$$K_1(\nu_1,\nu_2)=\mu q^2\{[1+\min(0,\delta T)+\max(0,\delta T)/(1+q)^2](1-|l_1-l_2|)- \\ -[1+\min(0,\delta T)][(q^2+2q)/(1+q)^2]\min(|l_1-l_0|,|l_2-l_0|) \tag{12}$$

при $(l_1-l_0)(l_2-l_0)>0$ и

$$K_1(\nu_1,\nu_2)=\mu q^2[1+\min(0,\delta T)+\max(0,\delta T)/(1+q)^2](1-|l_1-l_2|). \tag{13}$$

при $(l_1-l_0)(l_2-l_0)<0$. Используя (11) — (13) и методику из [3], дисперсия КПО частоты полосового сигнала

$$D_1(\hat{\nu})=D(\nu_m)\frac{\{[1+(1+q)^2][1+\min(0,\delta T)]+2\max(0,\delta T)\}^2}{[1+\min(0,\delta T)]^4[1+(1+q)^2]^2}, \tag{14}$$

где $D(\nu_m)=13\pi^2[1+(1+q)^2]^2/2T_0^2q^4$ — дисперсия ОМП частоты полосового сигнала с априори известной длительностью.

При $q\ll 1$ выражение (14) принимает вид

$$D_1(\hat{\nu})=D(\nu_m)\begin{cases}1/(1-|\delta T|)^2, & \delta T<0,\\ (1+\delta T)^2, & \delta T>0,\end{cases} \tag{15}$$

при $q\gg 1$

$$D_1(\hat{\nu})=D(\nu_m)\begin{cases}1/(1-|\delta T|)^2, & \delta T<0,\\ 1, & \delta T>0,\end{cases} \tag{16}$$

Формулы (14) — (16) позволяют определить потери в точности оценки частоты полосового сигнала из-за незнания его длительности. Как и для сигнала с дифференцируемым спектром мощности, потери эти относительно невелики. Так, для $|\delta T|\leqslant 0{,}5$ дисперсия КПО частоты полосового сигнала превосходит дисперсию ОМП при известной длительности не более чем в четыре раза. Сравнение (9), (10) и (15), (16) показывает, что для недифференцируемого спектра мощности потери в точности оценки частоты сигнала значительнее, чем для недифференцируемого. Лишь при $q\gg 1$ и $\delta T>0$ потери в точности оценки частоты из-за незнания длительности сигнала отсутствуют.

● Применение рассмотренного алгоритма приводит к незначительному ухудшению точности оценки частоты при отклонении истинного значения длительности сигнала от ожидаемого.

Литература

1. *Тихонов В. И.* Статистическая радиотехника.— М.: Радио и связь, 1982.
2. *Куликов Е. И., Трифонов А. П.* Оценка параметров сигналов на фоне помех.— М.: Сов. радио, 1978.
3. *Трифонов А. П., Енина Е. П.*— Радиотехника, 1983, № 8.
4. *Трифонов А. П.*— Радиотехника и электроника, 1980, т. 25, № 4.

Поступила 24 апреля 1989 г.