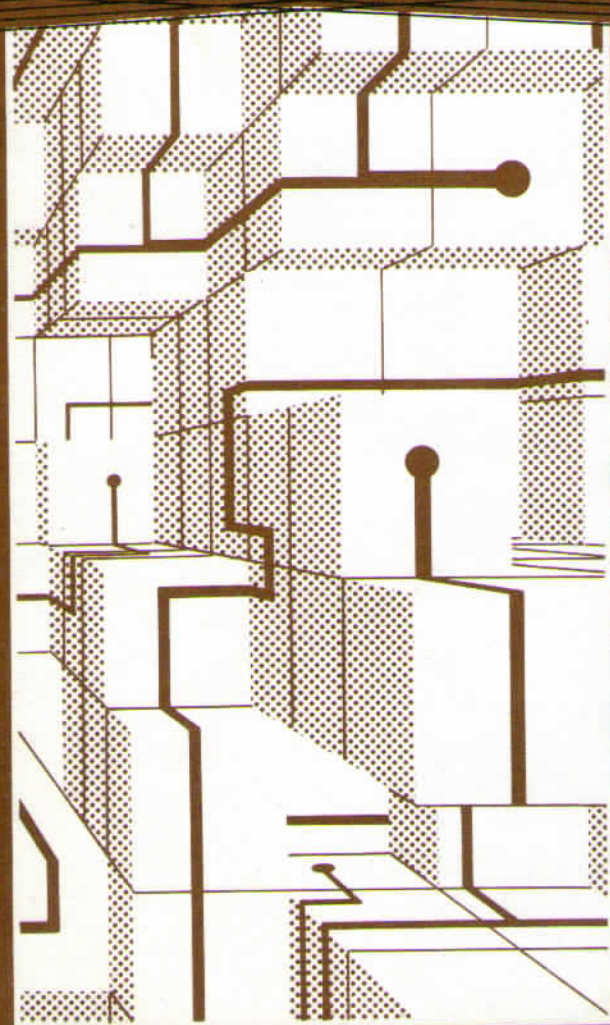


Радиотехника



2
—
90

$$I_{\text{вых}} = \left[R \sin \Omega t + K^2 \sum_{n=1}^{\infty} R^{n-1} \sin (\Omega t + n\varphi) \right] I_0.$$

Преобразовав последнее выражение аналогично (15), получим

$$A = \sqrt{R^2 + K^2 \left(\frac{2R \cos \varphi - 2R^2 + K^2}{1 - 2R \cos \varphi + R^2} \right)} I_0; \quad \Phi = \arctg \frac{K^2 \sin \varphi}{2R^2(1 - \cos \varphi) + K^2 \cos \varphi}.$$

Графики зависимости амплитуды A и фазы Φ огибающей от фазового набегу $\varphi = \Omega T$ при различных R приведены на рис. 3. Из них видно, что характеристики интерферометров на многомодовом и одномодовом волокнах существенно отличаются.

Отличие характеристик интерферометра (рис. 1, в) от интерферометра (рис. 1, б) по выходу I объясняется тем, что в первом отсутствуют потери в кольце, а во втором они существуют даже в идеальном случае из-за наличия второго ответвителя. При введении в интерферометр (рис. 1, в) соответствующих потерь его характеристики совпадают с характеристиками интерферометра с двумя ответвителями, аналогично тому, как это происходит при интерференции оптических колебаний [3].

- Полученные соотношения описывают амплитудные и фазовые характеристики рассмотренных интерферометров и позволяют определить амплитуду и фазу огибающей амплитудно-модулированного излучения, прошедшего через интерферометр.

Литература

1. Григорьянц В. В., Дворников А. А. и др. — Квантовая электроника, 1984, т. 11, № 4.
2. Горшков Б. Г., Кузин А. Ю. — Радиотехника, 1987, № 3.
3. Горшков Б. Г., Кузин А. Ю., Кутахов В. П. — Радиотехника, 1986, № 5.
4. Мидвинтер Дж. Э. Волоконные световоды для передачи информации. — М.: Радио и связь, 1983.

Поступила после доработки 16 мая 1989 г.

УДК 621.391

Оценка интенсивности оптического сигнала с неизвестным временем прихода

А. П. Трифонов, Т. М. Овчинникова

Выполнен синтез и анализ двух алгоритмов оценки интенсивностей оптического сигнала и фона; получены зависимости характеристик оценок от ошибок синхронизации; приведены результаты статистического моделирования синтезированного алгоритма на ЭВМ.

Модель оптического сигнала с прямоугольным профилем интенсивности используется во многих приложениях оптической связи и локации [1—2 и др.]. Цель статьи — рассмотрение оценки параметров такого сигнала с учетом возможного незнания времени его прихода. Будем считать, что на интервале времени $[0; T]$ наблюдается реализация пуассоновского процесса $\lambda(t)$ с интенсивностью

$$\lambda(t) = \alpha_0 s(t - \tau_0) + \beta_0, \quad (1)$$

где $s(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t < \gamma \\ 0, & t < 0, t > \gamma \end{cases}$, α_0 и β_0 — неизвестные интенсивности сигнала и фона, τ_0 — в общем случае неизвестное время прихода сигнала (1), γ — его длительность.

Положим вначале, что имеется независимый от наблюдаемой реализации $\pi(t)$ канал синхронизации, на выходе которого формируется синхрипульс с длительностью γ и временем прихода τ . Принимая в качестве истинного значения времени прихода оптического сигнала время прихода синхрипульса, найдем оценки максимального правдоподобия интенсивностей сигнала и фона. Согласно [3] функционал плотности вероятности пуассоновского процесса имеет вид

$$F[\pi(t)] = \exp \left\{ - \int_0^T \lambda(t) dt + \int_0^T \ln \lambda(t) d\pi(t) \right\}. \quad (2)$$

Подставим (1) в (2) и найдем логарифм функционала плотности вероятности при фиксированном значении τ :

$$L(\alpha, \beta, \tau) = \ln F[\pi(t)] = \pi_T \ln \beta + \pi_\tau \ln(1 + \alpha/\beta) - \beta T - \gamma \alpha. \quad (3)$$

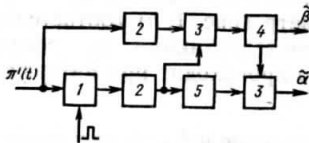


Рис. 1

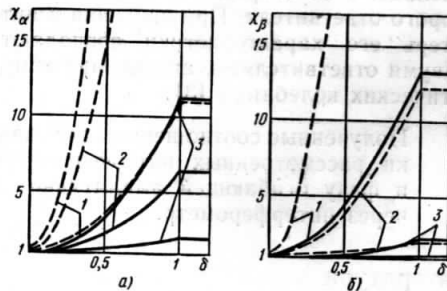


Рис. 2

Решая систему уравнений правдоподобия

$$[\partial L(\alpha, \beta, \tau)/\partial \alpha]_{\alpha, \beta} = 0, \quad [\partial L(\alpha, \beta, \tau)/\partial \beta]_{\alpha, \beta} = 0, \quad (4)$$

находим условные оценки максимального правдоподобия интенсивностей сигнала и фона

$$\tilde{\alpha} = \pi_\tau / \gamma - (\pi_T - \pi_\tau) / (T - \gamma), \quad \tilde{\beta} = (\pi_T - \pi_\tau) / (T - \gamma); \quad (5)$$

$$\pi_T = \int_0^T d\pi(t), \quad \pi_\tau = \int_\tau^{\tau+\gamma} d\pi(t). \quad (6)$$

Оценки (5) можно получить с помощью устройства, показанного на рис. 1, где 1 — ключ, который открывается синхрипульсом на время $[\tau, \tau + \gamma]$, 2 — интегратор (счетчик импульсов), 3 — вычитающее устройство, 4 и 5 — усилители с коэффициентами усиления, пропорциональными $(T - \gamma)^{-1}$ и γ^{-1} соответственно. Аналогично [1, 2] предполагалось, что на вход измерителя поступает производная пуассоновского процесса $\pi'(t)$, представляющая собой последовательность коротких импульсов. При этом значения оценок $\tilde{\alpha}$ и $\tilde{\beta}$ фиксируются на выходе устройства рис. 1 в момент окончания наблюдения T .

Вследствие неизбежного наличия помех в канале синхронизации обычно $\tau \neq \tau_0$. Рассмотрим, в какой степени ошибки синхронизации влияют на точность оценок интенсивностей сигнала и фона. Для этого найдем основные характеристики оценок (5). Используя (1), (5) и (6), получаем:

условное смещение (систематическую ошибку)

$$\begin{aligned} b(\tilde{\alpha} | \alpha_0, \beta_0, \tau) &= \langle \tilde{\alpha} - \alpha_0 \rangle = -\alpha_0 \varepsilon m / (m - 1), \\ b(\tilde{\beta} | \alpha_0, \beta_0, \tau) &= \langle \tilde{\beta} - \beta_0 \rangle = \alpha_0 \varepsilon / (m - 1); \end{aligned} \quad (7)$$

условное рассеяние (средний квадрат ошибки)

$$\begin{aligned} V(\tilde{\alpha} | \alpha_0, \beta_0, \tau) &= \langle \tilde{\alpha} - \alpha_0 \rangle^2 = \frac{\beta_0}{T - \gamma} \left\{ m + q(m - 1) + \frac{q m \varepsilon}{m - 1} \times \right. \\ &\quad \left. \times [m(\varepsilon m - 1) + 2] \right\}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$V(\tilde{\beta}|\alpha_0, \beta_0, \tau) = \langle (\tilde{\beta} - \beta_0)^2 \rangle = \frac{\beta}{T-\gamma} \left[1 + \frac{q\epsilon}{m-1} (1 + \epsilon\mu) \right],$$

где $\epsilon = \min(1, \delta)$ ($\delta = |\tau - \tau_0| \gamma^{-1}$ — относительная погрешность синхронизации); $m = T/\gamma$; $q = \alpha_0/\beta_0$ — отношение сигнал-фон для принятого сигнала; $\mu = \alpha_0\gamma$ — среднее число сигнальных точек.

Полученные формулы определяют условные (при заданном δ) характеристики оценок интенсивностей. Если известна плотность вероятности ошибки синхронизации, то необходимо (7), (8) усреднить по δ . Не конкретизируя структуру канала синхронизации, ограничимся рассмотрением условных характеристик оценок. В частности, полагая в (7), (8) $\delta \rightarrow 0$, получаем выражения для характеристик оценок интенсивностей при идеальной синхронизации

$$b(\tilde{\alpha}|\alpha_0, \beta_0, \tau_0) = b(\tilde{\beta}|\alpha_0, \beta_0, \tau_0) = 0, \quad (9)$$

$$V_0(\tilde{\alpha}) = V(\tilde{\alpha}|\alpha_0, \beta_0, \tau_0) = \beta_0 [m + q(m-1)] / (T-\gamma),$$

$$V_0(\tilde{\beta}) = V(\tilde{\beta}|\alpha_0, \beta_0, \tau_0) = \beta_0 / (T-\gamma). \quad (10)$$

Согласно (7) — (10) относительный проигрыш в величине рассеяния оценок за счет погрешности синхронизации имеет вид:

для оценки интенсивности сигнала

$$\chi_\alpha = \frac{V(\tilde{\alpha}|\alpha_0, \beta_0, \tau)}{V_0(\tilde{\alpha})} = 1 + \frac{mq\epsilon [m(\epsilon\mu - 1) + 2]}{(m-1) [m + q(m-1)]}, \quad (11)$$

для оценки интенсивности фона

$$\chi_\beta = \frac{V(\tilde{\beta}|\alpha_0, \beta_0, \tau)}{V_0(\tilde{\beta})} = 1 + \frac{q\epsilon}{m-1} (1 + \epsilon\mu). \quad (12)$$

Из (11), (12) следует, что максимальный проигрыш в точности оценок интенсивностей достигается при $\delta \geq 1$ ($\epsilon = 1$).

Зависимости проигрыша в точности оценок интенсивностей от относительной погрешности синхронизации приведены на рис. 2, а для оценки интенсивности сигнала и рис. 2, б для оценки интенсивности фона. Кривые на рис. 2 рассчитаны по (11), (12) при $m = 10$ и обозначены сплошными линиями для $\mu = 10$, штриховыми — для $\mu = 100$. Кривые 1 соответствуют значению $q = 10$; 2 — $q = 1$; 3 — $q = 0,1$. Согласно рис. 2 проигрыш в точности оценки интенсивностей сигнала и фона за счет ошибок синхронизации может быть значительным. При этом проигрыш в точности оценок возрастает с увеличением их апостериорной точности. Следовательно, чем выше точность оценок (в частности, чем больше μ), тем более жесткие требования должны предъявляться к точности синхронизации.

Если не удастся обеспечить высокую точность оценок интенсивности пропорционально влиянию высокой апостериорной точности оценок интенсивности исключить влияние неизвестного времени прихода оптического импульса. Для этого, согласно [4], максимизируем по τ логарифм функционала плотности вероятности (3):

$$L(\alpha, \beta) = \sup_{\tau} L(\alpha, \beta, \tau) = \pi_T \ln \beta + \pi_m \ln (1 + \alpha/\beta) - \beta T - \alpha \gamma, \quad (13)$$

$$\text{где } \pi_m = \sup_{\tau} \pi_{\tau}, \tau \in [0; T]. \quad (14)$$

Подставляя (13) в (4) и решая систему уравнений, находим оценки максимального правдоподобия интенсивностей сигнала и фона при неизвестном времени его прихода

$$\hat{\alpha} = \pi_m / \gamma - (\pi_T - \pi_m) / (T - \gamma), \quad \hat{\beta} = (\pi_T - \pi_m) / (T - \gamma), \quad (15)$$

которые можно получить с помощью устройства, показанного на рис. 3, где 6 — линия задержки на время γ , 7 — пиковый детектор, остальные обозначения соответствуют рис. 1.

Используя метод локально-марковской аппроксимации можно аналогично [5, 6] найти характеристики оценок (15), асимптотически точные при $\mu \rightarrow \infty$. Однако получаемые при этом формулы для смещений и рассеяний оценок (15) оказываются весьма громоздкими и неудобными для расчетов. Тем не менее анализ этих формул показывает, что для широкого диапазона значений параметров q, μ, m характеристики оценок (15) удовлетворительно аппроксимируются выражениями (9), (10). Так, при $\mu \geq 10$ (9) позволяет с удовлетворительной точностью рассчитать рассеяние оценки интенсивности сигнала, получаемой с помощью измерителя (рис. 3), как только $q\mu \geq 3..5$.

С целью определения границ применимости (9), (10) для расчета характеристик оценок (15) производилось статистическое моделирование измерителя (рис. 3) на ЭВМ. Согласно [7] формировались реализации пуассоновского процесса $\pi(t)$ с интенсивностью (1). Затем с шагом 0,01γ вырабатывались отсчеты процесса π_i (6) и определялась величина π_m (14). На основе сформированной таким образом случайной величины π_m согласно (15) находились оценки $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ и определялись их характеристики. Экспериментальные значения относительных рассеяний оценок (15) интенсивностей сигнала и фона, полученные в результате обработки 200 реализаций пуассоновского процесса при $\mu=10$ и 100 реализаций при $\mu=100$ нанесены на рис. 4 для $m=10$. Там же приведены теоретические зависимости относительного рассеяния $\kappa_\alpha = V_0(\hat{\alpha})/\alpha_0^2$ — оценки интенсивности сигнала (сплошные линии) и $\kappa_\beta = V_0(\hat{\beta})/\beta_0^2$ — оценки интенсивности фона (штриховые линии), рассчитанные по (9) и (10) соответственно. Кривые 1 соответствуют $\mu=10$, 2 — $\mu=100$.

Как следует из рис. 4, для широкого диапазона значений параметров q и μ экспериментальные значения относительных рассеяний оценок (14) удовлетворительно аппроксимируются теоретическими зависимостями, рассчитанными по (9), (10). Следовательно, для упомянутых значений q и μ кривые рис. 2 показывают выигрыш в точности оценок интенсивностей сигнала и фона при использовании измерителя (рис. 3) вместо измерителя (рис. 1). Как и следовало ожидать, выигрыш в точности оценок растет с увеличением погрешности синхронизации.

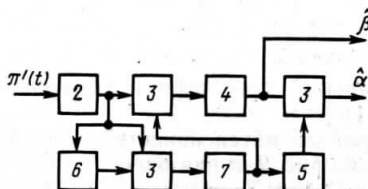


Рис. 3

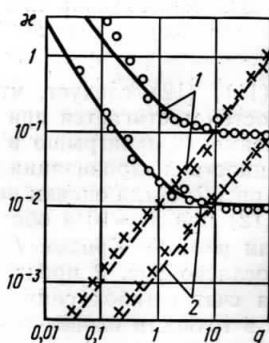


Рис. 4

- Полученные результаты позволяют сделать обоснованный выбор между рассмотренными измерителями в зависимости от имеющейся погрешности канала синхронизации, а также в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценок и к степени простоты технической реализации измерителя интенсивности.

Литература

1. Гальярди Р. М., Карп Ш. Оптическая связь. — М.: Связь, 1978.
2. Курикса А. А. Квантовая оптика и оптическая локация. — М.: Сов. радио, 1973.
3. Большаков И. А., Ракошиц В. С. Прикладная теория случайных потоков. — М.: Сов. радио, 1978.
4. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. — М.: Сов. радио, 1978.
5. Трифонов А. П., Зюльков А. В. — Радиотехника и электроника, 1982, т. 27, № 5.
6. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различие сигналов и оценка их параметров на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1986.
7. Бусленко Н. П. Метод статистического моделирования. — М.: Статистика, 1970.

Поступила 30 апреля 1989 г.