115

115

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

№ 4

КИЕВ — 1980

Для сравнения приведем значение P, полученное путем вычисления алгоритма расширенного фильтра Калмана до $k=3000$;

$$P=\left\|\begin{array}{ccc} 34{,}3 & 0{,}12 & -4{,}05 \\ 0{,}12 & 23{,}9 & -3{,}1 \\ -4{,}05 & -3{,}1 & 38{,}6 \end{array}\right\|.$$

Сравнение результатов расчетов показывает, что аналитический метод обладает хорошей точностью и может быть использован при проектировании радиотехнических систем.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Соколов А. И., Юрченко Ю. С.* Точностные характеристики оптимальной фильтрации подвижного объекта // Радиотехника и электроника. 1987.— Т. 31.— № 1.— С. 89—96.
2. *Курош А. Г.* Курс высшей алгебры. Москва. : Физматгиз, 1962.— 432 с.
3. *Соколов А. И., Юрченко Ю. С.* Оптимизация следящего измерителя // Радиотехника.— 1986.— № 9.— С. 51—54.
4. *Дьяконов В. П.* Справочник по алгоритмам и программам на языке «Бейсик» для персональной ЭВМ: Справочник.— М. : Наука, 1987.— 240 с.

Поступила в редакцию 29.11.88.

УДК 621.391.23

А. П. ТРИФОНОВ, В. К. БУТЕЙКО, А. В. ЗАХАРОВ

СОВМЕСТНАЯ ОЦЕНКА ЗАДЕРЖКИ И ДЛИТЕЛЬНОСТИ СИГНАЛА ПРИ НАЛИЧИИ МОДУЛИРУЮЩЕЙ ПОМЕХИ

Наряду с аддитивным шумом, помехоустойчивость систем передачи информации существенно ограничивается модулирующими (мультипликативными) помехами, неизбежно присутствующими в реальных каналах связи. В частности, воздействие модулирующих помех приводит к расширению полосы частот, занимаемой спектром сигнала. Рассмотрим прием импульса

$$s(t,\tau_0,\gamma_0)=\begin{cases} a\,[1+k\xi_0(t)], & |t-\tau_0|\leqslant\gamma_0/2;\\ 0, & |t-\tau_0|>\gamma_0/2,\end{cases} \tag{1}$$

искаженного модулирующей гауссовской помехой $\xi_0(t)$, на фоне гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0. Здесь $\xi_0(t)$ — безразмерный стационарный гауссовский случайный процесс, описывающий паразитную модуляцию сигнала; $E[\xi_0(t)]=0$, $E[\xi_0(t)\xi_0(t+\lambda)]=K_0(\lambda)$, $K_0(0)=1$, k — коэффициент паразитной модуляции. Оценка неизвестной задержки τ сигнала (1) при априори известной длительности γ рассматривалась в [1]. В [2] изучена оценка длительности γ при априори известной задержке τ. Однако остается неясным характер влияния модулирующей помехи на точность совместных оценок задержки и длительности импульса. Найдем характеристики совместных оценок максимального правдоподобия (ОМП) двух параметров — задержки τ и длительности γ сигнала (1). С целью более компактной записи, представим (1) как

$$s(t,\tau_0,\gamma_0)=I\left(\frac{t-\tau_0}{\gamma_0}\right)\xi(t),\qquad I(t)=\begin{cases}1, & |t|\leqslant 1/2;\\ 0, & |t|>1/2,\end{cases} \tag{2}$$

где $I(\cdot)$ — индикатор единичной длительности; $\xi(t)$ — стационарный гауссовский процесс, $E[\xi(t)]=a$, $E\{[\xi(t)-a]\times[\xi(t+\lambda)-a]\}=K(\lambda)=a^2k^2K_0(\lambda)$, $E(\cdot)$ — операция усреднения по реализациям наблюдаемых данных при фиксированных τ_0, γ_0. Аналогично [1] будем считать, что длительность γ_0 импульса (1), (2) существенно больше времени корреляции процессов $\xi(t)$, $\xi_0(t)$, так что $\mu\gg 1$;

$$\mu=\gamma_0\Delta f_E/2;\qquad \Delta f_E=\int_{-\infty}^{\infty}G^2(\omega)\,d\omega/[2\pi\max G^2(\omega)]=$$

$$=\int_{-\infty}^{\infty}G_0^2(\omega)\,d\omega/[2\pi\max G_0^2(\omega)]; \tag{3}$$

$G(\omega)$, $G_0(\omega)$ — спектры мощности процессов $\xi(t)$, $\xi_0(t)$ соответственно.

Как известно, ОМП τ^ и γ^ параметров τ и γ представляют координаты абсолютного (наибольшего) максимума логарифма функционала отношения правдоподобия (ФОП) $M(\tau,\gamma)$ в области возможных значений $\tau\in[-T_0/2;\ T_0/2]$, $\gamma\in[T_1;\ T_2]$. Когда выполняется (3), логарифм ФОП [1] имеет вид

$$M(\tau,\gamma)=\int_{\tau-\gamma/2}^{\tau+\gamma/2}Y(t)\,dt-H_0\gamma;$$

$$H_0 = a^2/[N_0(1+q_0)] + \int_{-\infty}^{\infty} \ln[1+q\rho(\omega)]d\omega/4\pi; \tag{4}$$

$$q = 2\max G(\omega)/N_0, \qquad \rho(\omega) = G(\omega)/\max G(\omega);$$

$$q_0 = 2G(0)/N_0; \qquad Y(t) = y^2(t)/2 + 2ax(t)/[N_0(1+q_0)];$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t')H(t-t')dt'; \qquad x(t) = s(t, \tau_0, \gamma_0) + n(t);$$

спектр функции $H(t)$ удовлетворяет условию $|H(\omega)|^2 = 2q\rho(\omega)/[N_0(1+q\rho(\omega))]$.

Задача определения характеристик ОМП $\tau\hat{}$, $\gamma\hat{}$ существенно упрощается, если перейти к новым [3] неизвестным параметрам

$$\theta_1 = \tau - \gamma/2, \qquad \theta_2 = \tau + \gamma/2, \tag{5}$$

представляющим положения переднего и заднего фронтов сигнала (1), (2). Очевидно

$$\tau = (\theta_1 + \theta_2)/2; \qquad \gamma = \theta_2 - \theta_1. \tag{6}$$

Следовательно, определив характеристики ОМП $\theta\hat{}_1$, $\theta\hat{}_2$ параметров (5), можем с помощью (6) найти характеристики ОМП $\tau\hat{}$, $\gamma\hat{}$ времени прихода и длительности сигнала (1), (2). Переходя в (4), согласно (5), к новым параметрам, получаем

$$M(\theta_1, \theta_2) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} Y(t)dt - H_0(\theta_2 - \theta_1) = M_1(\theta_1) + M_2(\theta_2);$$

$$M_1(\theta_1) = \int_{\theta_1}^{v} Y(t)dt - H_0(v - \theta_1); \qquad M_2(\theta_2) = \int_{v}^{\theta_2} Y(t)dt - H_0(\theta_2 - v), \tag{7}$$

где v — фиксированное значение из интервала $[-(T_1-T_0)/2;\ (T_1-T_0)/2]$, причем предполагается, что $T_1 > T_0$.

Положим далее, что ОМП $\theta_i\hat{}$ $(\tau\hat{}, \gamma\hat{})$ обладают высокой апостериорной точностью, т. е. ошибки оценивания малы по сравнению с длительностью γ_0 сигнала (1). Для этого необходимо, чтобы кроме (3) выполнялись условия $|v - \theta_i|\Delta f_E \gg 1$,

$$z^2 = E^2\{M(\theta_{01}, \theta_{02})\}/E\{M(\theta_{01}, \theta_{02}) - E[M(\theta_{01}, \theta_{02})]\}^2 \gg 1,$$

$$\theta_{01} = \tau_0 - \gamma_0/2, \qquad \theta_{02} = \tau_0 + \gamma_0/2. \tag{8}$$

При выполнении условий (3) процессы $M_i(\theta_i)$ в (7) приближенно статистически независимы и аппроксимируются гауссовскими марковскими процессами в малой окрестности θ_{0i} [4]. Поэтому ОМП положений переднего и заднего фронтов сигнала (1) запишутся как

$$\theta_i\hat{} = \arg\sup M_i(\theta_i), \quad i = 1, 2, \tag{9}$$

и для расчета их характеристик можно использовать метод локально-марковской аппроксимации [5]. В результате, аналогично [2], получаем выражения для смещения (систематической ошибки) и рассеяния (среднего квадрата ошибки) оценки $\theta\hat{}_i$ (9)

$$b(\theta_1\hat{} \mid \theta_{01}) = E[\theta_1\hat{} - \theta_{01}] = [b_1/a_1^2 - b_2/a_2^2 + (b_1 - b_2)b_1b_2/(a_1b_2 + a_2b_1)^2]/2;$$

$$V(\theta_1\hat{} \mid \theta_{01}) = E[(\theta_1\hat{} - \theta_{01})^2] = [b_1^3a_2^5(2a_2^2b_1^2 + 6a_1a_2b_1b_2 + 5a_1^2b_2^2) + b_2^3a_1^5(2a_1^2b_2^2 +$$

$$+ 6a_1a_2b_1b_2 + 5a_2^2b_1^2)]/[2a_1^4a_2^4(a_1b_2 + a_2b_1)^3];$$

$$b(\theta_2\hat{} \mid \theta_{02}) = E[\theta_2\hat{} - \theta_{02}] = -b(\theta_1\hat{} \mid \theta_{01});$$

$$V(\theta_2\hat{} \mid \theta_{02}) = E[(\theta_2\hat{} - \theta_{02})^2] = V(\theta_1\hat{} \mid \theta_{01}); \tag{10}$$

$$a_1 = \int_{-\infty}^{\infty}\{q\rho(\omega) - \ln[1+q\rho(\omega)]\}d\omega/(4\pi) + z_0^2/(2\gamma_0);$$

$$a_2 = \int_{-\infty}^{\infty}\{\ln[1+q\rho(\omega)] - q\rho(\omega)/[1+q\rho(\omega)]\}d\omega/(4\pi) + z_0^2/[2\gamma_0(1+q_0)];$$

$$b_1 = q^2\int_{-\infty}^{\infty}\rho^2(\omega)d\omega/(4\pi) + z_0^2(1+q_0)/\gamma_0;$$

$$b_2 = q^2\int_{-\infty}^{\infty}\{\rho^2(\omega)/[1+q\rho(\omega)]^2\}d\omega/(4\pi) + z_0^2/[\gamma_0(1+q_0)^2], \qquad z_0^2 = 2a^2\gamma_0/N_0.$$

Используя (6) и учитывая, что оценки $\theta_i\hat{}$ приближенно статистически независимы, запишем характеристики совместных ОМП задержки и длительности сигнала (1)

$$b(\tau\hat{} \mid \tau_0, \gamma_0) = E[\tau\hat{} - \tau_0] = [b(\theta_2\hat{} \mid \theta_{02}) + b(\theta_1\hat{} \mid \theta_{01})]/2;$$

$$b(\gamma\hat{} \mid \tau_0, \gamma_0) = E[\gamma\hat{} - \gamma_0] = b(\theta_2\hat{} \mid \theta_{02}) - b(\theta_1\hat{} \mid \theta_{01});$$

$$V(\tau^{\wedge} \mid \tau_0, \gamma_0) = E[(\tau^{\wedge} - \tau_0)^2] = [V(\theta_1^{\wedge} \mid \theta_{01}) +$$

$$+ V(\theta_2^{\wedge} \mid \theta_{02}) + 2b(\theta_1^{\wedge} \mid \theta_{01})\, b(\theta_2^{\wedge} \mid \theta_{02})]/4; \qquad (11)$$

$$V(\gamma^{\wedge} \mid \tau_0, \gamma_0) = E[(\gamma^{\wedge} - \gamma_0)^2] = V(\theta_1^{\wedge} \mid \theta_{01}) + V(\theta_2^{\wedge} \mid \theta_{02}) - 2b(\theta_1^{\wedge} \mid \theta_{01})\, b(\theta_2^{\wedge} \mid \theta_{02});$$

$$E\,\{[\tau^{\wedge} - E(\tau^{\wedge})]\,[\gamma^{\wedge} - E(\gamma^{\wedge})]\} = [V(\theta_2^{\wedge} \mid \theta_{02}) -$$

$$- V(\theta_1^{\wedge} \mid \theta_{01}) - b^2(\theta_2^{\wedge} \mid \theta_{02}) + b^2(\theta_1^{\wedge} \mid \theta_{01})]/2.$$

Подставив (10) в (11), получим характеристики совместных ОМП задержки и длительности сигнала (1).

Для сравнения приведем характеристики раздельных ОМП задержки и длительности сигнала (1). Если длительность γ_0 сигнала (1) априори известна, то надежная ОМП задержки несмещенная и обладает [1] рассеянием

$$V(\tau^{\wedge} \mid \tau_0) = \sigma_0^2 = 13\,(b_1 + b_2)^2/[8\,(a_1 + a_2)^4]. \qquad (12)$$

При априори известной задержке τ_0 сигнала (1) смещение и рассеяние [2] ОМП его длительности

$$b(\gamma^{\wedge} \mid \gamma_0) = b(\theta_2^{\wedge} \mid \theta_{02}), \quad V(\gamma^{\wedge} \mid \gamma_0) = V(\theta_2^{\wedge} \mid \theta_{02}). \qquad (13)$$

Сравнение (10), (11), (13) показывает, что незнание задержки сигнала (1) приводит к увеличению смещения ОМП длительности вдвое, рассеяние возрастает не менее, чем в два раза. Оценка задержки сигнала (1) оказывается несмещенной как при известной, так и при неизвестной длительности сигнала (1). Сравнение рассеяний оценки задержки при априори известной и неизвестной длительности в общем виде затруднительно. Однако формулы (10) ... (13) существенно упрощаются при $q \ll 1$ и принимают вид

$$b(\gamma^{\wedge} \mid \tau_0, \gamma_0) = b(\gamma^{\wedge} \mid \gamma_0) = 0;$$

$$V(\tau^{\wedge} \mid \tau_0, \gamma_0) = 13\gamma_0^2\,[16z^4]^{-1}, \quad V(\tau^{\wedge} \mid \tau_0) = 13\gamma_0^2\,[32z^4]^{-1}; \qquad (14)$$

$$V(\gamma^{\wedge} \mid \tau_0, \gamma_0) = 13\gamma_0^2\,[4z^4]^{-1}, \quad V(\gamma^{\wedge} \mid \gamma_0) = 13\gamma_0^2\,[8z^4]^{-1}.$$

Здесь $z^2 = (\mu q^2 + z^2_0)/4$ — выходное отношение сигнал — шум (11) при $q \ll 1$. Совместные ОМП задержки и длительности сигнала (1) некоррелированы, что свидетельствует об отсутствии линейной статистической зависимости между ними. В то же время, согласно (14), когда $q \ll 1$, рассеяние совместных оценок $\tau^{\wedge}$, $\gamma^{\wedge}$ вдвое превосходит рассеяние раздельных оценок. Следовательно, между совместными оценками задержки и длительности существует нелинейная статистическая зависимость, как и в отсутствие модулирующей помехи [3].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Трифонов А. П., Захаров А. В.* Прием сигнала с неизвестной задержкой при наличии модулирующей помехи // Радиоэлектроника.— 1986.— № 4.— С. 36—41. (Изв. высш. учеб. заведений).
2. *Бутейко В. К., Парфенов В. И.* Измерение длительности сигнала при наличии мультипликативной помехи // Отбор и передача информации.— 1986.— Вып. 74.— С. 44—50.
3. *Бутейко В. К.* Характеристики совместной оценки максимального правдоподобия временного положения и длительности разрывного сигнала.— Воронеж. ун-т.— Воронеж., 1987.— 31 с. : ил.— 8. Библиогр. 8 назв. Рус.— Деп. в ВИНИТИ, 13.04.87 № 2531—В87.
4. *Тихонов В. И.* Статистическая радиотехника.— М. : Радио и связь, 1982.— 624 с.
5. *Трифонов А. П., Шинаков Ю. С.* Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех.— М. : Радио и связь, 1986.— 264 с.

Поступила в редакцию после переработки 24.04.89.

УДК 621.396.946

В. И. ЖУРАВЛЕВ, Н. Н. КРАВЧЕНКО

АНАЛИЗ СИСТЕМ ЦИКЛИЧЕСКОГО ПОИСКА ШПС ПО ЗАДЕРЖКЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СЛОЖНОГО ОПОРНОГО СИГНАЛА

Задачи анализа систем поиска, реализующих многоэтапные процедуры, в силу их многообразия решены далеко не полностью. Это касается, в частности, метода поиска, предполагающего на первом этапе укрупнение ячеек зоны неопределенности.