

120

А. М. Фомин

1202

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

№ 11

Решение о принадлежности вектора η' к какой-либо собственной области принимается по совокупности сравнений со всеми $2^n - 1$ гранями параллелепипеда.

Для восстановления k_j по координатам η'_n используем соотношение (14). Однако матрица U в (14), ставящая в соответствие n -мерному вектору k_j его $n - 1$ -мерную проекцию η'_n , не имеет обратной. Поэтому без привлечения априорной информации вектор k_j^* может быть восстановлен с точностью до слагаемого, пропорционального e , n -мерному вектору взаимно простых целых чисел, связанному с интервалом однозначности многошкальной измерительной системы Δv_0 [3]

$$e = \Delta v_0 n_0. \quad (24)$$

Действительно, нетрудно убедиться, что вектор e ортогонален по отношению к матрице G (2). Поэтому подстановка в левую часть исходной формулы (4) $k_0 + me$ вместо k_0 не изменяет ее.

С учетом изложенного запишем

$$k_j^* = -K\eta'_n + me, \quad (25)$$

где $K = (k_1, k_2, \dots, k_{n-1})$ — матрица размером $n \times (n - 1)$, столбцами которой являются векторы опорной совокупности $\{k_i\}$.

Приведение вектора k_j^* к интервалу однозначности измерительной системы может выполняться по методике, предложенной в [3] и основанной на сравнении одной из его координат с возможными значениями на заданном интервале.

Знак «—» перед K в (25) обусловлен тем, что, как это следует из формулы (4), векторы η и соответствующие им k имеют в подпространстве R^{n-1} проекции разных знаков.

Рассмотренный алгоритм применим к фазовым измерительным системам с произвольным количеством шкал, произвольным вектором масштабных коэффициентов, произвольной корреляционной матрицей фазовых ошибок. Он полностью реализует потенциальные возможности максимально правдоподобного метода устранения неоднозначности и выгодно отличается от алгоритма, основанного на сравнении форм (1), простотой реализации в аппаратуре.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Денисов В. П. Анализ максимально правдоподобного устранения неоднозначности многошкальных фазовых измерений // Радиоэлектроника. — 1979. — № 1. — С. 19—27. (Изв. высш. учеб. заведений).
2. Белов В. И. Алгоритмы устранения неоднозначности в фазовой многоканальной измерительной системе // Радиотехника и электроника. — 1976. — № 8. — С. 1657—1662.
3. А. с. 993146 СССР, МКБ G 01 R 25/00.
4. Денисов В. П. Методы приближенного расчета вероятности правильного устранения неоднозначности в многошкальных фазовых измерительных системах // Радиотехника и электроника. — 1980. — № 8. — С. 2323—2328.

Поступила в редакцию 24.04.89.

УДК 621.391.63

А. П. ТРИФОНОВ, Т. М. ОВЧИННИКОВА

ОЦЕНКА ИНТЕНСИВНОСТИ ОПТИЧЕСКОГО СИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ

Выполнен синтез и анализ двух алгоритмов оценки интенсивности сигнала и фона с пуассоновской статистикой. Приведены результаты статистического моделирования приемника максимального правдоподобия на ЭВМ.

Модель оптического сигнала с прямоугольным профилем интенсивности используется во многих приложениях оптической связи и локации. Рассмотрим оценку параметров такого сигнала с учетом неизвест-

ной его длительности. Будем считать, что на интервале времени $[0; T]$ наблюдается реализация пуассоновского процесса $\pi(t)$ с интенсивностью

$$\rho(t) = \beta_0 S(t) + \alpha_0; \quad S(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq \tau_0; \\ 0, & t < 0, t > \tau_0, \end{cases} \quad (1)$$

где β_0, α_0 — неизвестные интенсивности сигнала и фона; τ_0 — в общем случае неизвестная длительность сигнала (1), которая может принимать значения из интервала $[T_1; T_2]$, причем $0 < T_1 < T_2 < T$. Для оценки параметров сигнала (1) используем метод максимального правдоподобия. Устройство, реализующее этот метод, назовем приемником максимального правдоподобия. В соответствии с определением [1] он вырабатывает логарифм функционала правдоподобия

$$L(\tau, \alpha, \beta) = \pi_\tau \ln(1 + \beta/\alpha) + \pi_T \ln \alpha - \alpha T - \beta \tau, \quad (2)$$

где обозначено

$$\pi_\tau = \int_0^\tau d\pi(t); \quad \pi_T = \int_0^T d\pi(t). \quad (3)$$

Рассмотрим вначале квазиправдоподобные оценки неизвестных интенсивностей β_0 и α_0 оптического сигнала и фона. Квазиправдоподобные оценки β^* и α^* определим как значения β и α , которые максимизируют (2) при некотором ожидаемом значении τ^* неизвестной длительности сигнала (1). Очевидно, при $\tau^* = \tau_0$ квазиправдоподобные оценки интенсивностей сигнала и фона совпадают с соответствующими оценками максимального правдоподобия для сигнала с априори точно известной длительностью. Решая систему [2] уравнений

$$[\partial L(\tau, \alpha, \beta)/\partial \alpha]_{\alpha \sim, \beta \sim} = 0; \quad [\partial L(\tau, \alpha, \beta)/\partial \beta]_{\alpha \sim, \beta \sim} = 0 \quad (4)$$

при фиксированном значении τ , будем иметь

$$\alpha \sim(\tau) = (\pi_T - \pi_\tau)/(T - \tau); \quad \beta \sim(\tau) = \pi_\tau/\tau - (\pi_T - \pi_\tau)/(T - \tau). \quad (5)$$

Подставляя в (5) ожидаемое значение длительности оптического сигнала, получаем квазиправдоподобные оценки интенсивностей фона и сигнала

$$\alpha^* = \alpha \sim(\tau^*); \quad \beta^* = \beta \sim(\tau^*). \quad (6)$$

Эти оценки можно получить с помощью приемника (рис. 1), где обозначено: 1 — ключ, открывающийся на время анализа $[0; T]$; 2 — ин-

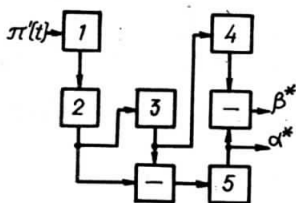


Рис. 1

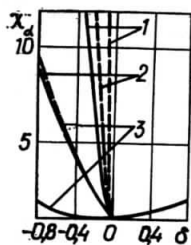


Рис. 2

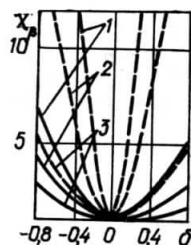


Рис. 3

тегратор (счетчик импульсов); 3 — линия задержки на время $T - \tau^*$, где τ^* — ожидаемая длительность импульса; 4, 5 — усилители с коэффициентами усиления, пропорциональными $1/\tau^*$ и $1/(T - \tau^*)$ соответственно. Аналогично [1] предполагалось, что на вход приемника поступает производная пуассоновского процесса $\pi'(t)$, представляющая последовательность коротких импульсов. Значения оценок α^* и β^* фиксируются на выходе приемника (рис. 1) в момент окончания наблюдения T .

В общем случае $\tau^* \neq \tau_0$. Рассмотрим, в какой степени ошибка в выборе ожидаемого значения неизвестной длительности оптического сигнала влияет на точность квазиравдоподобных оценок интенсивностей сигнала и фона. С этой целью найдем основные характеристики оценок (6). Используя (1), (3), (5), (6), находим условные смещения (систематическую ошибку)

$$b(\alpha^*) = E(\alpha^* - \alpha_0) = -\alpha_0 \varepsilon q / (m - 1 - \delta); \quad (7)$$

$$b(\beta^*) = E(\beta^* - \beta_0) = \{\beta_0 [\delta(1 + \delta - m) + m\varepsilon]\} / [(1 + \delta)(m - 1 - \delta)], \quad (8)$$

условные дисперсии

$$D(\alpha^*) = E[(\alpha^* - E(\alpha^*))^2] = \alpha_0^2 m [1 - q\varepsilon / (m - 1 - \delta)] / [\mu(m - 1 - \delta)]; \quad (9)$$

$$D(\beta^*) = E[(\beta^* - E(\beta^*))^2] = \beta_0^2 m \{m - q + \{qm[m(1 + \varepsilon) - (1 + \delta)(1 + 2\varepsilon)]\} \times \\ \times [(1 + \delta)(m - 1 - \delta)]^{-1}\} / [\mu q^2 (1 + \delta)(m - 1 - \delta)] \quad (10)$$

и коэффициент корреляции оценок (6)

$$R^* = E[(\alpha^* - E(\alpha^*))(\beta^* - E(\beta^*))] / \sqrt{D(\alpha^*) D(\beta^*)} = -\sqrt{D(\alpha^*) / D(\beta^*)} = \\ = -(1 + \delta) \sqrt{[(m - 1 - \delta - q\varepsilon)(1 + \delta)(m - q)(m - 1 - \delta) + \\ + q\{m(1 + \varepsilon) - (1 + \delta)(1 + 2\varepsilon)\}]^{-1}}. \quad (11)$$

В (7)...(11) обозначено: $\varepsilon = \min(0, \delta)$; $\delta = (\tau^* - \tau_0) / \tau_0$; $m = T / \tau_0$; $q = \beta_0 / \alpha_0$ — отношение сигнал—фон для принятого сигнала; $\mu = \alpha_0 T$ — среднее число фоновых точек на интервале наблюдения. Усреднение в (7)...(11) выполнялось по реализациям наблюдаемого пуассоновского процесса $\pi(t)$ при фиксированных значениях α_0 , β_0 , τ_0 и τ^* . Из (7)...(10) находим выражения для условных рассеяний (средних квадратов ошибок) оценок (6)

$$V(\alpha^*) = E[(\alpha^* - \alpha_0)^2] = D(\alpha^*) + b^2(\alpha^*); \quad (12)$$

$$V(\beta^*) = E[(\beta^* - \beta_0)^2] = D(\beta^*) + b^2(\beta^*). \quad (13)$$

Полагая в (7)...(13) $\delta = 0$, т. е. $\tau^* = \tau_0$, получаем характеристики оценок максимального правдоподобия интенсивностей фона и сигнала с априори точно известной длительностью

$$b_0(\alpha) = b_0(\beta) = 0; \quad V_0(\alpha) = D_0(\alpha) = \alpha_0^2 m / \mu(m - 1);$$

$$V_0(\beta) = D_0(\beta) = \{\beta_0^2 m [m + q(m - 1)]\} / [\mu q^2 (m - 1)];$$

$$R = -1 / \sqrt{[m + q(m - 1)]}. \quad (14)$$

Согласно (7)...(13), (14), относительный проигрыш в величине рассеяния оценок за счет ошибки в выборе ожидаемого значения неизвестной длительности сигнала имеет вид

$$\chi_\alpha = V(\alpha^*) / V_0(\alpha) = (m - 1) [1 - q\varepsilon(1 - q\varepsilon\mu/m) / (m - 1 - \delta)] / (m - 1 - \delta); \quad (15)$$

$$\chi_\beta = V(\beta^*) / V_0(\beta) = (m - 1) \{m + q(m - 1) - \delta m q / (m - 1 - \delta) + \\ + qm(\varepsilon - \delta)[m - 2(1 + \delta) + \mu q(\varepsilon - \delta)] / [(1 + \delta)(m - 1 - \delta)]\} \times \\ \times \{(m - 1 - \delta)[m + q(m - 1)]\}^{-1}. \quad (16)$$

Зависимости проигрыша в точности оценок интенсивностей от относительной ошибки δ выбора ожидаемого значения длительности оптического сигнала приведены на рис. 2 (для оценки интенсивности фона) и на рис. 3 (для оценки интенсивности сигнала). Кривые на рис. 2, 3 рассчитаны по формулам (15), (16) при $m = 2, 4$ и обозначены сплошными линиями для $\mu = 12$, штриховыми — $\mu = 120$. Кривые 1 со-

ответствуют значению $q=6$, $2-3$, $3-1$. Согласно рис. 2, 3, проигрыш в точности оценок интенсивностей сигнала и фона за счет ошибки выбора ожидаемого значения длительности оптического сигнала может быть значительным. При этом проигрыш в точности оценок возрастает с увеличением их апостериорной точности. Следовательно, чем выше точность оценок (в частности, чем больше q и μ), тем более жесткие требования должны предъявляться к выбору ожидаемого значения неизвестной длительности оптического сигнала (1).

Если не удастся обеспечить выбор ожидаемого значения длительности τ^* достаточно близким к неизвестному истинному значению длительности τ_0 , то целесообразно исключить влияние неизвестной длительности оптического сигнала (1). Для этого, согласно [3], необходимо определять совместные оценки максимального правдоподобия всех неизвестных параметров τ , α , β наблюдаемой реализации. В соответствии с определением [2], оценки максимального правдоподобия $\tau^\wedge$, $\alpha^\wedge$, $\beta^\wedge$ представляют координаты положения абсолютного максимума случайного поля (2)

$$(\tau^\wedge, \alpha^\wedge, \beta^\wedge) = \arg \sup L(\tau, \alpha, \beta). \quad (17)$$

Непосредственная реализация приемника максимального правдоподобия в виде (2), (17) встречает трудности. Поэтому, подставляя (5) в (2) и отбрасывая несущественные члены, получаем

$$L(\tau) = \sup_{\alpha, \beta} L(\tau, \alpha, \beta) = \pi_\tau \ln \frac{\pi_\tau}{\tau} + (\pi_T - \pi_\tau) \ln \frac{\pi_T - \pi_\tau}{T - \tau}. \quad (18)$$

Следовательно, оценка максимального правдоподобия длительности оптического сигнала при неизвестных интенсивностях сигнала и фона имеет вид

$$\tau^\wedge = \arg \sup L(\tau), \quad \tau \in [T_1; T_2]. \quad (19)$$

Для получения оценок максимального правдоподобия интенсивностей сигнала и фона надо использовать решения (5) системы уравнений (4) при $\tau = \tau^\wedge$ [3]. В результате оценки максимального правдоподобия интенсивностей сигнала и фона запишутся как

$$\beta^\wedge = \beta^\sim(\tau^\wedge), \quad \alpha^\wedge = \alpha^\sim(\tau^\wedge). \quad (20)$$

Согласно (5), (18), (19), (20), приемник максимального правдоподобия для оценки интенсивностей фона и сигнала с неизвестной длительностью может быть реализован в виде, показанном на рис. 4, где 1 — ключ, открывающийся на время наблюдения $[0; T]$; 2 — интегратор (счетчик импульсов); 3 — линия задержки на время наблюдения T ; 4, 5 — генераторы, которые в течение интервала времени $[T+T_1; T+T_2]$ вырабатывают сигналы, пропорциональные $(2T-t)^{-1}$ и $(t-T)^{-1}$ соответственно; 6 — нелинейные преобразователи с логарифмической характеристикой; 7 — решающее устройство, фиксирующее положение $\tau^\wedge$ абсолютного максимума сигнала на интервале $[T+T_1; T+T_2]$; 8 — стробирующие устройства, вырабатывающие отсчеты своих входных сигналов в момент $\tau^\wedge$. Как следует из рис. 4, предлагаемая реализация приемника максимального правдоподобия позволяет получать оценки максимального правдоподобия интенсивностей сигнала и фона с задержкой на время T_2 по сравнению с приемником (рис. 1).

Используя метод локально-марковской аппроксимации [3], можно найти выражения для характеристик оценок максимального правдоподобия интенсивностей фона и сигнала с неизвестной длительностью (20) асимптотически точные при $\mu \rightarrow \infty$ и $q > 0$. Однако получаемые при этом формулы для смещений и рассеяний оценок (20) оказываются весьма громоздкими и неудобными для конкретных расчетов. Тем не менее, анализ этих формул показывает, что для широкого диапазона

