

121

121

РАДИОТЕХНИКА

№ I I
I 9 9 0

без учета потерь в НГЛ и СШЛ. Удовлетворительное совпадение результатов измерений с расчетом указывает на правильность выбора эквивалентной схемы по предложенной общей структурной схеме.

Реализация ФА в СШЛ позволяет расширить полосу рабочих частот и повысить точность вносимых затуханий.

- Предложенные дискретные аттенюаторы имеют малые габаритные размеры при сравнительно высокой широкополосности, что позволяет расширить область их применения.

Литература

1. Гудков А. Г., Якубень Л. М. Вопросы радиоэлектроники. Сер. ОВР, 1983, вып. 4.

Поступила после доработки 2 февраля 1990 г.

УДК 621.391

Последовательный обнаружитель непрерывного гравитационного излучения с убывающей частотой

А. П. Трифонов, С. В. Ветров

Синтезирован последовательный обнаружитель, использующий полную энергию отклика гравитационной антенны гетеродинного типа; выполнено его статистическое моделирование на ЭВМ.

В [1] определена эффективность последовательного обнаружения непрерывного гравитационного излучения (ГИ), принимаемого с помощью гравитационной антенны (ГА) гетеродинного типа [2]. При этом предполагалось, что частота ГИ остается постоянной в течение интервала наблюдения, а для обнаружения используется лишь отклик ГА на разностной частоте [1, 2]. Однако существуют гипотетические источники ГИ (например, двойные звезды и пульсары [2]), которые излучают гравитационную волну с линейно убывающей частотой. Кроме того, учитывая, что плотность потока мощности непрерывного ГИ весьма мала, целесообразно для обнаружения использовать всю энергию отклика ГА гетеродинного типа как на разностной, так и на суммарной частоте [2].

Цель работы — синтез и анализ последовательного алгоритма обнаружения непрерывного ГИ с линейно убывающей частотой при использовании полной энергии отклика ГА гетеродинного типа.

Согласно [2] ГА гетеродинного типа в простейшем варианте может быть реализована в виде механического квадрупольа (например, гантели радиуса R из двух масс m), который вращается на нити подвеса с частотой ω_1 . Тогда момент сил, вызванный действием на ГА непрерывного ГИ с линейно убывающей частотой

$$\omega_g(t) = \omega_0(1 - t/\tau) \quad (1)$$

и плотность потока мощности W_0 , описывается формулой [2]:

$$M_g(t) = 2I\omega_0 B \sin 2\omega_1 t \sin (\omega_g(t)t - \varphi_0),$$

где $I = 2mR^2$ — момент инерции ГА; ω_0 — частота ГИ в момент начала наблюдения; τ — постоянная времени пульсара или двойной звезды [2]; $B = (8\pi W_0 G/c^3)^{1/2}$; G — гравитационная постоянная; c — скорость света в вакууме; φ_0 — неизвестная наблюдателю начальная фаза ГИ.

В дальнейшем, аналогично [1, 2], будем считать, что механические колебания ГА преобразуются в доступный обработке электрический сигнал без потерь. Приходящее ГИ вызывает колебания ГА, которые описываются обычным уравнением вынужденных колебаний системы с затуханием. Тогда сигнальный отклик $s(t, \varphi_0)$ на выходе ГА может быть найден из решения дифференциального уравнения $D_1[s(t, \varphi_0)] = M_g(t)/I$, где $D_1 = d^2/(dt^2) + 2\delta d/(dt) + \Omega^2$ — линейный дифференциальный оператор, описывающий работу ГА; δ — показатель затухания и Ω — собственная частота ГА.

Сигнальный отклик $s(t, \varphi_0)$ наблюдается на фоне теплового шума $\xi(t)$ ГА.

Согласно [2, 3] собственные тепловые флуктуации $n_0(t)$ ГА, возникающие в нити подвеса, являются центрированным гауссовским белым шумом с односторонней спектральной плотностью $N_0 = 4kT_\mu H_\Phi$, где k — постоянная Больцмана; T_μ — температура ГА; H_Φ — коэффициент трения нити подвеса. Тогда $\xi(t)$ на выходе ГА описывается стохастическим дифференциальным уравнением $D_t[\xi(t)] = n_0(t)/I$.

Таким образом, на выходе ГА реализуется случайный процесс $x(t) = \xi(t)$ при отсутствии ГИ и $x(t) = s(t, \varphi_0) + \xi(t)$ — при его наличии. Согласно [4, 5] последовательный обнаружитель сигнала $s(t, \varphi_0)$ с неизвестной начальной фазой φ_0 должен формировать член логарифма функционала отношения правдоподобия, зависящий от реализации наблюдаемых данных

$$Q(\tau) = 4\omega_0 B I^2 (X^2(\tau) + Y^2(\tau))^{1/2} / N_0, \quad (2)$$

как функцию текущего времени наблюдения τ .

Квадратуры $X(\tau)$ и $Y(\tau)$ в (2) с учетом (1) определяются как

$$\begin{Bmatrix} X(\tau) \\ Y(\tau) \end{Bmatrix} = \int_0^\tau D_t[x(t)] \begin{Bmatrix} \sin 2\omega_1 t \\ \cos \end{Bmatrix} \left\{ \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \right\} \left(\omega_0 t - \frac{\omega_0 t^2}{\tau} \right) dt.$$

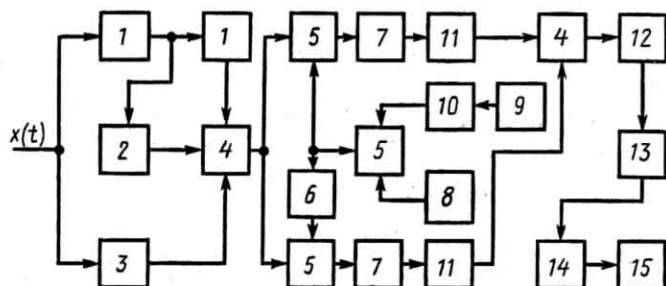


Рис. 1

Учитывая, что прогнозируемые значения плотности потока мощности ГИ W_0 весьма малы, последовательную процедуру обнаружения целесообразно применять, начиная с некоторой длительности наблюдения $\tau_0 > 0$, в течение которой осуществляется предварительное накопление сигнала на выходе ГА. Тогда при $\tau > \tau_0$ необходимо $Q(\tau)$ (2) сравнивать с порогами a и b : $0 < a < b$. При $Q(\tau) \geq b$ выносятся решение о наличии ГИ, при $Q(\tau) \leq a$ — о его отсутствии, и процесс наблюдения прекращается.

Один из вариантов последовательного обнаружителя ГИ представлен схемой на рис. 1, где 1 — дифференцирующие устройства; 2, 3, 13 — усилители с коэффициентами усиления, пропорциональными 2δ , Ω и $4\omega_0 B I^2 / N$, соответственно; 4 — сумматоры; 5 — перемножители; 6 — фазовращатель, сдвигающий фазу на $\pi/2$; 7 — интеграторы; 8, 9 — генераторы, вырабатывающие напряжения $u_1(t) = \sin 2\omega_1 t$, $u_2(t) = \sin \omega_0 t$, соответственно; 10 — модулятор, осуществляющий линейную частотную модуляцию напряжения $u_2(t)$ в соответствии с (1); 11 — квадраторы; 12 — устройство извлечения квадратного корня; 14 — ключ, открывающийся в момент $t = \tau_0$; 15 — пороговое устройство, осуществляющее сравнение с порогами a и b и выносящее решение о наличии или отсутствии ГИ. Отметим, что изменяя частоту ω_0 генератора 9 и параметр τ линейной частотной модуляции в блоке 10, можно перестраивать последовательный обнаружитель на различные типы источников ГИ, не меняя в отличие от [1, 2] конструкцию и параметры ГА.

Проанализируем характеристики последовательного обнаружителя (рис. 1) непрерывного ГИ с убывающей частотой. При отсутствии ГИ вероятность ложной тревоги α_Φ и среднюю длительность наблюдения (СДН) $\tau_{N\Phi}$ можно рассчитать по формулам (12), (13) из [1]. Необходимо лишь в эти формулы подставить значение отношения сигнал-шум (ОСШ)

$$z^2 = 4\pi G W_0 \omega_0^2 I^2 \tau_0 / c^3 k T_\mu H_\Phi. \quad (3)$$

Отношение сигнал-шум (3) вдвое больше, чем ОСШ на выходе обнаружителя, рассмотренного в [1]. Действительно, в отличие от [1], приемник рис. 1 использует для обнаружения ГИ всю энергию отклика ГА — как на разностной, так и на суммарной частотах.

При наличии ГИ и не слишком малых ОСШ вероятность пропуска ГИ

β_Φ и СДН $\tau_{\text{сф}}$ для обнаружителя на рис. 1 можно рассчитать по формулам (12) и (16) из [1] с заменой ОСШ на (3). Применение формул для α_Φ (12) и β_Φ (15) из [1] с очевидной заменой ОСШ на (3) позволяет по заданным α и β определить приближенные значения a_1 , b_1 порогов обнаружителя рис. 1. Однако с уменьшением ОСШ погрешность расчета порогов возрастает, в связи с чем найдем приближенные выражения для β_Φ и $\tau_{\text{сф}}$, справедливые, когда ОСШ (3) весьма мало. Подставим в (2) реализацию наблюдаемых данных $x(t)$ при наличии ГИ и пренебрежем членами, пропорциональными z^3 и z^4 . Используя далее методику [6], получим приближенные значения вероятности пропуска ГИ и СДН в виде

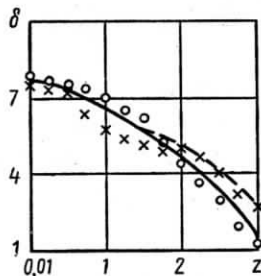


Рис. 2

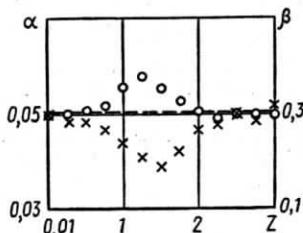


Рис. 3

$$\beta_\Phi \approx 1 - \alpha_\Phi + \exp(-b^2/2z^2) - \exp(-a^2/2z^2), \quad (4)$$

$$\hat{\tau}_{\text{сф}} \approx \tau_{N\Phi}. \quad (5)$$

Обозначим a_2 , b_2 пороги, определяемые по заданным α , β из точной формулы (12) для α_Φ в [1] и приближенной формулы (4) для β_Φ . Очевидно погрешность расчета порогов a_i , b_i ($i=1, 2$) обусловлена приближенным характером формул для расчета вероятности пропуска ГИ. Анализ зависимости порогов a_i , b_i от ОСШ показывает, что в обнаружителе рис. 1 целесообразно устанавливать пороги

$$a = \max(a_1, a_2); \quad b = \min(b_1, b_2). \quad (6)$$

Такой выбор порогов позволяет избежать чрезмерного возрастания СДН из-за приближенного характера формул для вероятности пропуска ГИ. Соответственно для расчета СДН при наличии ГИ следует использовать формулу (16) из [1], если $a_1 > a_2$, $b_1 < b_2$, и формулу (5), если $a_1 < a_2$, $b_1 > b_2$, подставляя в эти формулы (6).

Пусть τ^* — время наблюдения, необходимое для обеспечения заданных величин α и β непоследовательным (однопороговым [3]) обнаружителем, который аналогично [1, 2] использует для обнаружения ГИ отклик ГА только на разностной частоте. Тогда оценить выигрыш в эффективности обнаружения в результате использования обнаружителя рис. 1 можно, сравнивая τ^* и СДН. Для типичных в гравитационно-волновом эксперименте значений вероятностей ошибок [2] $\alpha=0,05$, $\beta=0,3$ на рис. 2 приведены зависимости отношений $\delta_N = \tau^*/(\tau_0 + \tau_N)$ (непрерывная линия) и $\delta_s = \tau^*/(\tau_0 + \tau_{\text{сф}})$ (штриховая линия) от ОСШ z . Согласно рис. 2 применение обнаружителя рис. 1 приводит к заметному выигрышу в эффективности обнаружения, особенно при малых ОСШ, характерных для гравитационно-волнового эксперимента.

С целью определения возможности применения полученных приближенных формул для расчета характеристик обнаружителя рис. 1 выполнялось статистическое моделирование последовательного алгоритма на ЭВМ ЕС 1060. Моделирование проводилось методом зависимых испытаний [7] и число обрабатываемых реализаций наблюдаемых данных $x(t)$ выбиралось так, чтобы среднеквадратичная погрешность экспериментальных результатов не превышала 10%. На рис. 2 кружочками обозначены экспериментальные значения выигрыша в эффективности обнаружения при отсутствии ГИ, а крестиками — при его наличии. Кроме СДН в процессе моделирования определялись экспериментальные значения вероятностей ложной тревоги и пропуска ГИ. Эти значения приведены на рис. 3 в обозначениях, соответствующих рис. 2.

Из сопоставления экспериментальных и теоретических результатов (рис. 2 и 3) следует, что полученные нами и в [1] приближенные формулы обладают удовлетворительной точностью (погрешность не более 10—15%) при $0,75 > z > 1,5$. Лишь при $0,75 \leq z \leq 1,5$ погрешность полученных формул может достигать 30%.

Синтезированный последовательный обнаружитель обеспечивает заметный выигрыш в эффективности обнаружения ГИ с убывающей частотой по сравнению с непоследовательным обнаружителем. Применение последовательной процедуры с использованием всей энергии сигнального отклика ГА позволяет повысить потенциальную чувствительность ГА гетеродинного типа.

Литература

1. Трифонов А. П., Ветров С. В. — Радиотехника, 1989, № 2.
2. Брагинский В. Б., Манукин А. Б. Измерение малых сил в физических экспериментах. — М.: Наука, 1974.
3. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. — М.: Радио и связь, 1982.
4. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1986.
5. Амиантов И. Н. Избранные вопросы статистической теории связи. — М.: Сов. радио, 1971.
6. Сосулин Ю. Г., Фишман М. М. Теория последовательных решений и ее применение. — М.: Радио и связь, 1985.
7. Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. — М.: Сов. радио, 1971.

Поступила 5 февраля 1990 г.

УДК 53.082.5

Оценка чувствительности детектора гравитационных волн на световодах

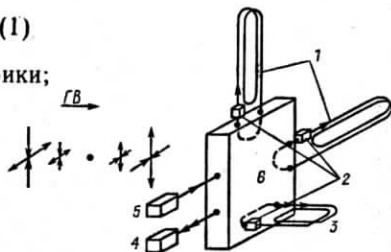
В. К. Сахаров

Рассмотрен детектор гравитационных волн на волоконных световодах; обсуждается предельная чувствительность волоконного интерферометра.

Идея использования света как пробного тела для регистрации гравитационных волн (ГВ) была высказана еще в [1], где показано, что действие ГВ эквивалентно изменению показателя преломления n вдоль распространения света:

$$n = 1 - \frac{1}{2} h^{\alpha\beta} t_{\alpha} t_{\beta}, \quad (1)$$

где $h^{\alpha\beta}$ — слабое возмущение галилеевой метрики;
 t_{α}, t_{β} — направляющие косинусы луча.



Оценки интенсивности гравитационного излучения, которое может приходить из космоса, дают $h \approx 10^{-19} \dots 10^{-25}$ [2]. На одном из интерферометров с длиной плеч 30 м и пробегом света в каждом плече за счет многократных переотражений около 3 км достигнута чувствительность $h = 3 \cdot 10^{-18}$ [3].

Цель работы — рассмотреть интерферометр на волоконных световодах как принципиальную альтернативу [3]. Схема интерферометра позволяет использовать световоды сравнительно небольшой длины в качестве плеч интерферометра гигантской длины.

Принцип работы. Схема волоконного интерферометра приведена на рисунке. Плечи интерферометра 1 образованы двумя световодами, каждый из которых многократно сложен вдоль одной из ортогональных осей. Предположим, что эти оси ориентированы таким образом, что в (1) отличными от нуля будут только компоненты, содержащие $h^{22} = -h^{33} = h \sin \omega_g t$ (ω_g — угловая частота ГВ).

В момент нулевой фазы ГВ излучение лазера 5 расщепляется на два луча и вводится в плечи интерферометра 1 с помощью управляемого оптического коммутатора 6. Затем оптический коммутатор 6 замыкает каждое из плеч, в результате чего свет начинает циркулировать по замкнутым и сложенным световодам. Оптические усилители 2 поддерживают мощность излучения в плечах. По окончании первого полупериода ГВ излучение переводится из одного