

122

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР
ПО НАРОДНОМУ ОБРАЗОВАНИЮ

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

ТОМ XXXIII

№ 11

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

ИЗДАНИЕ ЛЕНИНГРАДСКОГО
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНСТИТУТА ТОЧНОЙ МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

1990

АДАПТИВНЫЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЙ ОБНАРУЖИТЕЛЬ ГРАВИТАЦИОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

А. П. ТРИФОНОВ, С. В. ВЕТРОВ

Воронежский государственный университет

Предложена аппаратная реализация адаптивной последовательной обработки сигнала на выходе гравитационной антенны гетеродинного типа. Найдены вероятности ошибок,

Источниками непрерывного гравитационного излучения являются двойные звезды и пульсары [1, 2]. Параметры гравитационных волн, излучаемых такими источниками, остаются практически постоянными для земного наблюдателя. Поэтому возможно длительное наблюдение гравитационной волны на фоне шумов с использованием гетеродинного способа приема [3—5]. Последовательная обработка выходного сигнала гравитационной антенны позволяет заметно сократить среднюю длительность наблюдения [6] и тем самым повысить эффективность гетеродинного способа приема.

Гравитационная антенна гетеродинного типа представляет собой механический квадруполь (например, гантель из двух масс m), который вращается с частотой ω_1 вокруг центра масс [3—5]. Момент сил, вызванный воздействием монохроматической гравитационной волны с частотой ω_g ,

$$M(t) = 2mR^2\omega_g B \cos \psi \cos(\Omega t - \varphi), \quad (1)$$

где R — радиус гантели, $B = (8\pi GW/c^3)^{1/2}$, G — гравитационная постоянная, ψ — угол между осью подвеса гантели и направлением прихода гравитационной волны, W — плотность потока мощности гравитационного излучения, c — скорость света, $\Omega = \omega_g - 2\omega_1$, φ — неизвестная начальная фаза.

Следуя [7], будем считать, что механические колебания квадруполя преобразуются в электрические без потерь. Колебания гравитационной антенны, вызываемые гравитационной волной, описываются обычным уравнением вынужденных колебаний с затуханием [5]. Решение этого уравнения для момента сил (1) определяет полезный сигнал на выходе гравитационной антенны

$$s(t, A, \varphi) = A[1 - \exp(-\Delta t)] \cos(\Omega t - \varphi), \quad (2)$$

где $A = \omega_g B \cos \psi / 2\Delta\Omega$, Δ — показатель затухания. При проведении гравитационно-волнового эксперимента угол прихода волны может быть известен неточно. Кроме того, ожидаемые значения плотности потока мощности являются лишь оценочными. В результате амплитуда A сигнала (2) оказывается неизвестной.

Сигнал (2) наблюдается на фоне собственных тепловых шумов гравитационной антенны. Воспользовавшись известной методикой [8], для корреляционной функции гауссовского шума $\xi(t)$ на выходе гравитационной антенны получим

$$K_{\xi}(t_1, t_2) = \sigma^2 \{1 - \exp[-2\Delta \min(t_1, t_2)]\} \times \\ \times \exp(-\Delta|t_1 - t_2|) [\cos \Omega(t_1 - t_2) + \\ + (\Delta/\Omega) \sin \Omega|t_1 - t_2|], \quad \sigma^2 = kT_g/2mR^2\Omega^2,$$

где k — постоянная Больцмана, T_g — абсолютная температура антенны. Таким образом, на выходе гравитационной антенны наблюдается реализация случайного процесса $x(t) = \xi(t)$ или $x(t) = s(t, A_0, \varphi_0) + \xi(t)$, где A_0 и φ_0 — априори неизвестные истинные значения амплитуды и начальной фазы сигнала (2).

Для обнаружения сигнала (2) надо сформировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП) [9, 10]

$$L(\tau, A, \varphi) = A \int_0^{\tau} x(t) v(t, \tau, \varphi) dt - A \int_0^{\tau} s(t, A, \varphi) v(t, \tau, \varphi) dt/2, \quad (3)$$

где $v(t, \tau, \varphi)$ — решение интегрального уравнения

$$A \int_0^{\tau} K_{\xi}(t, t_1) v(t_1, \tau, \varphi) dt_1 = s(t, A, \varphi), \quad (4)$$

τ — время наблюдения. В гравитационно-волновом эксперименте априорное распределение амплитуды и начальной фазы неизвестно. Поэтому для синтеза последовательного обнаружителя воспользуемся методом максимального правдоподобия [6, 9, 10]. Решим аналогично [11] уравнение (4) и подставим его решение в (3). Максимизируя затем логарифм ФОП по A и φ , получаем

$$L(\tau) = \max_{A, \varphi} L(\tau, A, \varphi) = \sigma^2 \left\{ \left[\int_0^{\tau} x(t) V_c(t, \tau) dt \right]^2 + \right. \\ \left. + \left[\int_0^{\tau} x(t) V_s(t, \tau) dt \right]^2 \right\}^{1/2} / 2\Delta\tau; \\ V_c(t, \tau) = \sigma^{-2} [\Delta \cos \Omega t + 2\delta(t - \tau) \cos \Omega\tau + \\ + (2/\Omega) \delta'(t - \tau) \sin \Omega\tau]; \\ V_s(t, \tau) = \sigma^{-2} [\Delta \sin \Omega t + 2\delta(t - \tau) \sin \Omega\tau - \\ - (2/\Omega) \delta'(t - \tau) \cos \Omega\tau], \quad (5)$$

где $\delta(\cdot)$ и $\delta'(\cdot)$ — дельта-функция и ее производная. Здесь учтено, что для типичных параметров гравитационной антенны и мыслимых величин времени наблюдения [3—5]

$$\Delta/\Omega \ll 1, \quad \Delta\tau \ll 1, \quad \Omega\tau \gg 1. \quad (6)$$

Ожидаемая плотность потока мощности гравитационной волны очень мала [1—5]. Поэтому последовательную процедуру обнаружения целесообразно использовать, начиная с некоторой величины времени наблюдения $\tau_0 > 0$. Тогда обнаружитель должен сравнивать при $\tau \geq \tau_0$ функцию $L(\tau)$ с двумя порогами a и b , $b > a$. Когда $L(\tau) \geq b$, выносятся решение о наличии сигнала, а при $L(\tau) \leq a$ — о его отсутствии, и наблюдение прекращается. Величины порогов a и b определяются требова-

мыми значениями вероятностей ошибок первого α и второго β рода. Найдем эти вероятности.

Пусть сигнал на входе обнаружителя отсутствует. Тогда при выполнении (6) функция $L(\tau)$ (5) является реализацией марковского процесса с коэффициентами сноса и диффузии: $M_0 = (1 - L)/\tau$, $K_0 = 2L/\tau$. Для такого случайного процесса непосредственное определение вероятности ошибки первого рода наталкивается на существенные трудности. Поэтому перейдем к новому процессу $\tilde{L}(\theta) = L(\tau(\theta))$, где $\theta = \ln(\tau/\tau_0)$. Марковский процесс $\tilde{L}(\theta)$ имеет коэффициенты сноса и диффузии вида: $\tilde{M}_0 = 1 - \tilde{L}$, $\tilde{K}_0 = 2\tilde{L}$. Воспользовавшись далее методикой [6] применительно к процессу $\tilde{L}(\theta)$, находим

$$\alpha = \ln(b/a) / [Ei(b) - Ei(a)], \quad (7)$$

где $Ei(x) = \int_{-\infty}^x t^{-1} \exp(t) dt$ — интегральная показательная функция.

Положим теперь, что полезный сигнал присутствует на входе обнаружителя. Обозначим через $z^2 = A_0^2 \tau_0 \Delta \sigma^{-2}$ — отношение сигнал/шум для момента τ_0 — начала последовательной процедуры. Если z^2 не слишком мало, то (5) можно приближенно переписать в виде [9, 10]:

$$L(\tau) \simeq z^2 \tau / 2\tau_0 + A_0 \int_0^{\tau} \xi(t) v(t, \tau, \varphi_0) dt. \quad (8)$$

При фиксированных истинных значениях амплитуды и начальной фазы сигнала (2) функция (8) приближенно является реализацией гауссовского марковского процесса. Учитывая (6), найдем его коэффициенты сноса и диффузии: $M_1 = z^2 / 2\tau_0$, $K_1 = z^2 / \tau_0$. Используя затем методику [6], получим условную вероятность ошибки второго рода

$$\beta(z) = \{\Phi(b/z + z/2) - \Phi(a/z + z/2) + \exp(-a)\Phi(a/z - z/2) - \exp(-b)\Phi(b/z - z/2)\} [\exp(-a) - \exp(-b)]^{-1}, \quad (9)$$

где $\Phi(\cdot)$ — интеграл вероятности [8—10].

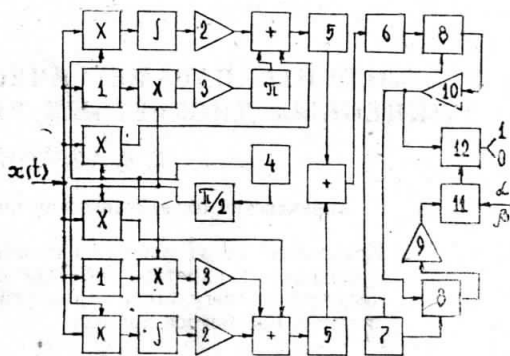
Для реализации последовательного обнаружителя надо из (7), (9) по заданным α и β определить пороги a и b . Однако вероятность ошибки второго рода (9) зависит от априори неизвестного отношения сигнал/шум z^2 в момент времени τ_0 . Поэтому предлагается использовать адаптивный вариант последовательного обнаружителя. С этой целью для определения порогов a и b заменим в (9) неизвестное отношение сигнал/шум на его оценку максимального правдоподобия

$$z_m^2 = 2L(\tau)\tau_0/\tau. \quad (10)$$

Адаптивный последовательный обнаружитель может быть построен, как указано на рисунке, где 1 — дифференцирующие устройства; 2, 3 — усилители с коэффициентами усиления Δ и $1/\Omega$ соответственно; 4 — генератор, вырабатывающий опорный сигнал $\sigma^2 \cos \Omega t$; 5 — квадраторы; 6 — ключ, открывающийся в момент времени $t = \tau_0$; 7 — генератор, вырабатывающий линейно изменяющееся напряжение, пропорциональное

t ; 8 — делители; 9, 10 — усилители с коэффициентами усиления $2\tau_0$ и $\sigma^2/2\Delta$ соответственно; 11 — устройство управления, которое по заданным значениям α и β определяет на основе (7), (9), (10) необходимые величины порогов a и b ; 12 — решающее устройство, которое сравнивает выходной сигнал усилителя 10 с порогом a и b .

Для типичных в гравитационно-волновом эксперименте значений вероятностей ошибок [2] последовательная процедура позволяет в среднем уменьшить время наблюдений в 2—3 раза [6] по сравнению с результатами [2, 3].



ЛИТЕРАТУРА

1. Брагинский В. Б. Физические эксперименты с пробными телами. — М., Наука, 1970.
2. Брагинский В. Б., Манукин А. Б. Измерение малых сил в физических экспериментах. — М.: Наука, 1974.
3. Брагинский В. Б., Назаренко В. С. О гетеродинном способе приема гравитационного излучения//Вестн. МГУ. Сер. Физика, астрономия. — 1977. — № 1. — С. 115—118.
4. Брагинский В. Б., Зельдович Я. Б., Руденко В. Н. О приеме гравитационного излучения внеземного происхождения//Письма в ЖТФ. — 1969. — № 10. — С. 437—440.
5. Брагинский В. Б., Назаренко В. С. О приеме гравитационного излучения от некоторых источников внеземного происхождения с помощью гетеродинного детектора//Гравитация: Сб. — Киев: Наук. думка, 1972. — С. 9—16.
6. Сосулин Ю. Г., Фишман М. М. Теория последовательных решений и ее применение. — М.: Радио и связь, 1985.
7. Гусев А. В., Руденко В. Н. Об оптимальной стратегии при измерении малых возмущений гравитационной антенны//Радиотехника и электроника. — 1976. — Т. 21, № 9. — С. 1865—1875.
8. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. — М.: Радио и связь, 1982.
9. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. — М.: Сов. радио, 1978.
10. Трифонов А. П. Обнаружение сигналов с неизвестными параметрами//Теория обнаружения сигналов: Сб. — М.: Радио и связь, 1984. — С. 12—89.
11. Амиантов И. Н. Избранные вопросы статистической теории связи. — М.: Сов. радио, 1971.

Рекомендована кафедрой
радиофизики

Поступила в редакцию
9 октября 1987 г.