

125

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР
ПО НАРОДНОМУ ОБРАЗОВАНИЮ

123

*ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ*

ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

ТОМ XXXIII

№ 12

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

ИЗДАНИЕ ЛЕНИНГРАДСКОГО
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНСТИТУТА ТОЧНОЙ МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

1990

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ СЛУЧАЙНОГО ИМПУЛЬСА С НЕИЗВЕСТНЫМ ВРЕМЕНЕМ ПРИХОДА

А. П. ТРИФОНОВ, А. В. ЗАХАРОВ

Воронежский государственный университет

Выполнен синтез и предложена аппаратная реализация измерителя времени прихода, математического ожидания и спектра мощности гауссовского импульса по методу максимального правдоподобия. Посредством статистического моделирования исследованы характеристики измерителя.

В [1—3] и других работах рассматривалась оценка времени прихода τ_0 случайного импульса, наблюдаемого в течение времени $[0; T]$ на фоне гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью

$$s(t) = I[(t - \tau_0)/\gamma] \xi(t); \quad I(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1/2, \\ 0, & |x| \geq 1/2, \end{cases} \quad (1)$$

где $\xi(t)$ — реализация стационарного гауссовского случайного процесса с математическим ожиданием $\langle \xi(t) \rangle = a_0$ и спектром мощности $G(\omega) = N_{s0}I(\omega/\Omega)/2$; γ — длительность импульса; Ω — ширина его полосы частот, причем $\xi(t)$ и $n(t)$ статистически независимы. В ряде практических приложений методов анализа случайных процессов [4] необходимо кроме времени прихода τ_0 оценивать математическое ожидание a_0 и спектр мощности N_{s0} случайного импульса (1). Рассмотрим совместную оценку максимального правдоподобия времени прихода, математического ожидания и спектра мощности импульса (1). Аналогично [1—3] будем считать, что длительность γ импульса значительно больше времени корреляции процесса $\xi(t)$, т. е.

$$\mu = \gamma\Omega/4\pi \gg 1. \quad (2)$$

Тогда логарифм функционала отношения правдоподобия для импульса (1) будет [3]

$$M(\tau, a, N_s) = [N_s L_2(\tau)/N_0 + 2a L_1(\tau) - a^2 \gamma - \mu N_0 (1 + N_s/N_0) \ln(1 + N_s/N_0)] / (N_s + N_0), \quad (3)$$

где

$$L_1(\tau) = \int_{\tau-\gamma/2}^{\tau+\gamma/2} x(t) dt, \quad L_2(\tau) = \int_{\tau-\gamma/2}^{\tau+\gamma/2} y^2(t) dt,$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t') h(t-t') dt', \quad x(t) = s(t) + n(t)$$

— реализация наблюдаемых данных, а спектр $h(\omega)$ функции $h(t)$ удовлетворяет соотношению $|h(\omega)|^2 = I(\omega/\Omega)$. В соответствии с определе-

нием [4] оценки максимального правдоподобия τ_m , a_m , N_{sm} неизвестных параметров τ_0 , a_0 , N_{s0} импульса (1) представляют собой координаты положения абсолютного максимума случайного поля (3), т. е.

$$(\tau_m, a_m, N_{sm}) = \arg \sup_{\tau, a, N_s} M(\tau, a, N_s). \quad (4)$$

Однако непосредственная аппаратная реализация измерителя на основе (3) и (4) наталкивается на существенные технические трудности. Поэтому рассмотрим сначала условные оценки $\tilde{a}$ и $\tilde{N}_s$ математического ожидания a_0 и спектра мощности N_{s0} случайного импульса, полагая время его прихода равным некоторому τ . Решая систему уравнений [4, 5]

$$\left[\frac{\partial M(\tau, a, N_s)}{\partial a} \right]_{a=\tilde{a}} = 0, \quad \left[\frac{\partial M(\tau, a, N_s)}{\partial N_s} \right]_{N_s=\tilde{N}_s} = 0,$$

при фиксированном значении τ

$$\begin{aligned} \tilde{a} &= \tilde{a}(\tau) = L_1(\tau) / \gamma, \\ \tilde{N}_s &= \tilde{N}_s(\tau) = L_2(\tau) / \mu - L_1^2(\tau) / \gamma \mu - N_0. \end{aligned} \quad (5)$$

Подставив условные оценки $\tilde{a}$ и $\tilde{N}_s$ (5) в (3) вместо соответствующих значений параметров a и N_s , после преобразования получим

$$M(\tau) = \sup_{a, N_s} M(\tau, a, N_s) = \frac{L_2(\tau)}{\mu} - N_0 \ln \left[\frac{L_2(\tau)}{\mu} - \frac{L_1^2(\tau)}{\mu \gamma} \right]. \quad (6)$$

Следовательно, оценка максимального правдоподобия времени прихода случайного импульса (1) аналогично [3] определяется как

$$\tau_m = \arg \sup_{\tau} M(\tau), \quad \tau \in [0; T]. \quad (7)$$

Для получения оценок максимального правдоподобия математического ожидания и спектра мощности импульса (1) надо использовать условные оценки (5) при $\tau = \tau_m$. Следовательно,

$$a_m = \tilde{a}(\tau_m), \quad N_{sm} = \tilde{N}_s(\tau_m). \quad (8)$$

Согласно (7), (8) измеритель параметров случайного импульса может быть реализован в виде, показанном на рис. 1, где 1 — фильтр с импульсной переходной функцией $h(t)$; 2 — квадратор; 3 — фильтр, согласованный с импульсом $I(t/\gamma)$ [6]; 4—7 — усилители с коэффициентами усиления, пропорциональными соответственно μ^{-1} , γ^{-1} , $4\pi/\Omega$ и N_0 ; 8 — нелинейный преобразователь с логарифмической характеристикой; 9 — решающее устройство, определяющее положение τ_m абсолютного максимума сигнала (6); 10 — линия задержки на время наблюдения T ; 11 — стробирующее устройство, которое формирует отсчет своего входного сигнала в момент $\tau_m + T$. Необходимость введения линий задержки 10 объясняется тем, что решающее устройство 9 для

определения положения абсолютного максимума (7) функции (6) должно анализировать реализацию этой функции на всем интервале $[0; T]$ возможных значений времени прихода случайного импульса (1).

Используя метод локально-марковской аппроксимации [5], можно аналогично [1—3] найти характеристики оценок (7), (8), асимптотически точные при $\mu \rightarrow \infty$ (2). Однако получаемые при этом формулы для смещений (систематических ошибок) и рассеяний (средних квадратов ошибок) оказываются весьма громоздкими и неудобными для численных расчетов. Тем не менее, анализ этих формул показывает, что в условиях высокой апостериорной точности измерений характеристики совместных оценок (7), (8), получаемых с помощью измерителя (см. рис. 1), практически такие же, как и у раздельных оценок максимального правдоподобия тех же параметров случайного импульса (1). Под раздельной оценкой понимается [4—6] оценка любого одного неизвестного параметра случайного импульса, найденная в предположении, что остальные параметры априори точно известны. Раздельные оценки максимального правдоподобия $\hat{\tau}$, $\hat{a}$, $\hat{N}_s$ времени прихода, математического ожидания и спектра мощности случайного импульса (1) являются асимптотически (при $\mu \rightarrow \infty$) несмещенными и обладают рассеяниями [3, 4]

$$V(\hat{\tau}) = \frac{13\gamma^2}{8} \frac{\{\mu q^2 [1 + (1+q)^2] + z_0^2 [1 + (1+q)^3]\}^2}{\{\mu q^2 + z_0^2 (2+q)\}^4}; \quad (9)$$

$$V(\hat{a}) = (1+q)N_0/2\gamma, \quad V(\hat{N}_s) = N_0^2(1+q)^2/\mu,$$

где

$$q = N_s^0/N_0, \quad z_0^2 = 2a_0^2\gamma/N_0.$$

С целью проверки работоспособности измерителя (см. рис. 1) и установления границ применимости формул (9) для расчета характеристик оценок (7), (8) на ЭВМ ЕС-1060 выполнялось статистическое моделирование работы измерителя. В процессе моделирования с шагом $\Delta\tau = 0,01\gamma$ формировались отсчеты реализаций случайных процессов (5), (6). Затем согласно (7), (8) определялись оценки τ_m , a_m , N_{sm} при $T/\gamma = 10$ и находились рассеяния оценок. Каждое экспериментальное значение рассеяния оценки определялось в результате обработки 1000 реализаций суммы случайного импульса (1) и белого шума. На рис. 2—4 показаны результаты моделирования для $\mu = 100$ и теоретические зависимости, рассчитанные по формулам (9) для раздельных оценок. На рис. 2 приведены теоретические зависимости нормированного рассеяния $\chi_\tau = V(\hat{\tau})/\gamma^2 = f_\tau(q)$ раздельной оценки времени прихода τ , которые нанесены штриховой линией для $z_0^2 = 0$, сплошной — для $z_0^2 = 5$, штрихпунктирной — для $z_0^2 = 10$. Теоретические зависимости нормированных рассеяний $\chi_a = 2\gamma V(\hat{a})/N_0 = f_a(q)$, $\chi_N = V(\hat{N}_s)/N_0^2 = f_N(q)$ раздельных оценок математического ожидания $\hat{a}$ и спектра мощности $\hat{N}_s$ показаны сплошными линиями на рис. 3 и 4 соответственно. Экспериментальные значения рассеяний совместных оценок τ_m (см. рис. 2), a_m (см. рис. 3) и N_{sm} (см. рис. 4) обозначены «Δ» для $z_0^2 = 0$, «х» — для $z_0^2 = 4$ и «0» — для $z_0^2 = 10$.

Результаты моделирования, приведенные на рис. 2—4, показывают, что при $q \geq 0,5 \dots 0,7$ формулы (9) можно использовать для расчета точности совместных оценок параметров случайного импульса, получаемых с помощью измерителя (см. рис. 1). Минимальное значение q ,

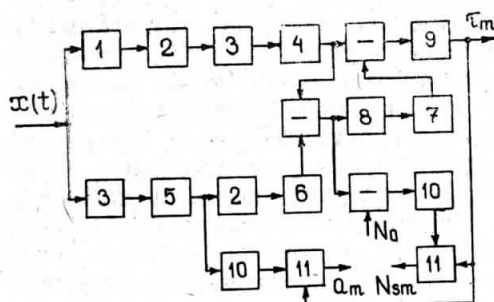


Рис. 1

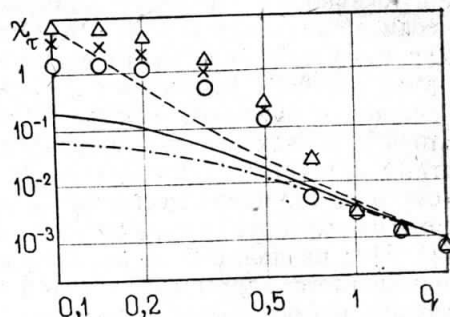


Рис. 2

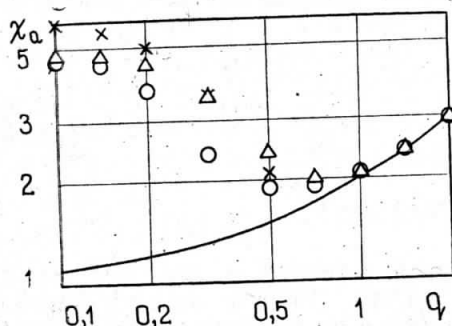


Рис. 3

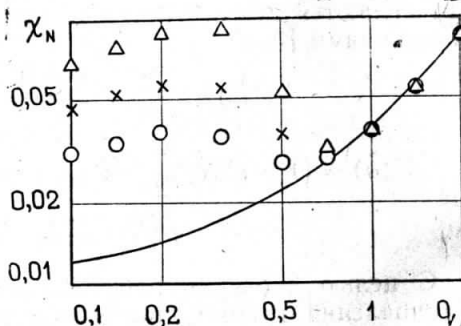


Рис. 4

начиная с которого измеритель обеспечивает высокую апостериорную точность совместных оценок, убывает с ростом μ и z_0^2 , но возрастает с увеличением T/γ .

ЛИТЕРАТУРА

1. Трифонов А. П., Захаров А. В. Квазиоптимальная оценка времени прихода случайного импульса // Изв. вузов СССР. Приборостроение. — 1986. — Т. 29, № 5. — С. 3—6.
2. Трифонов А. П., Захаров А. В. Квазиоптимальная оценка времени прихода случайного импульса с неизвестной длительностью // Изв. вузов СССР. Приборостроение. — 1989. — № 1. — С. 3—6.
3. Трифонов А. П., Захаров А. П. Оценка задержки сигнала при неизвестных параметрах модулирующей помехи // Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника. — 1988. — Т. 31, № 5. — С. 24—28.
4. Куликов Е. И. Методы измерения случайных процессов. — М.: Радио и связь, 1986.
5. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1986.
6. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов. — М.: Радио и связь, 1983.

Рекомендована кафедрой
радиофизики

Поступила в редакцию
9 апреля 1990 г.