

126

АКАДЕМИЯ НАУК СССР

126

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Том 36

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

4

МОСКВА · 1991

294

А.П. Трифонов, В.И. Парфенов

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КВАЗИПРАВДОПОДОБНОГО ПРИЕМНИКА СЛУЧАЙНОГО СИГНАЛА

Найдены вероятности ошибок при обнаружении импульсной частотно-временной модуляции с неизвестным временным положением модулирующего импульса. Получены асимптотические выражения для характеристик квазиправдоподобной оценки информативного параметра. Приведены результаты статистического моделирования на ЭВМ приемника.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] предложен нестационарный вариант модуляции шумовой несущей (ШН) — импульсная частотно-временная модуляция (ИЧВМ) — и исследована ее потенциальная помехоустойчивость. При этом форму спектра мощности и параметры ШН предполагали априори точно известными, что позволило синтезировать приемник максимального правдоподобия (ПМП). Однако в реальных условиях форма спектра мощности и параметры ШН известны с ограниченной точностью, что приводит к отклонению принимаемого сигнала от его математической модели [1], используемой при синтезе ПМП. Кроме того, необходимо обычно предварительно обнаружить факт наличия ИЧВМ ШН при априори неизвестном временном положении модулирующего импульса (ВПМИ).

Ниже получены асимптотические выражения для характеристик обнаружения ИЧВМ и характеристик оценки ВПМИ с помощью квазиправдоподобного приемника (КПП). Структура и характеристики КПП совпадают со структурой и характеристиками ПМП [1], когда априори точно известны форма спектра мощности и параметры ШН. Кроме того, с помощью статистического моделирования на ЭВМ установлены границы применимости полученных здесь и в [1] асимптотических выражений, описывающих помехоустойчивость ИЧВМ ШН.

1. КВАЗИПРАВДОПОДОБНЫЙ ПРИЕМНИК

Аналогично [1] полезный сигнал с ИЧВМ ШН, принимаемый на интервале времени $[-T/2; T/2]$, запишем как

$$(1) \quad s(t, \tau) = \{1 - I[(t - \tau)/\gamma]\} \xi_1(t) + I[(t - \tau)/\gamma] \xi_2(t).$$

Здесь γ — длительность модулирующего импульса, $I(x) = 1$ при $|x| < 1/2$ и $I(x) = 0$ при $|x| > 1/2$, $\xi_i(t)$ — реализации независимых центрированных гауссовских узкополосных стационарных случайных процессов со спектрами мощности $G_i(\omega) = G_0 \{f[(\nu_i - \omega)/\Omega] + f[(\nu_i + \omega)/\Omega]\} / 2$, $i = 1, 2$, где функция $f(x) = f(-x)$ определяет форму спектра мощности и нормирована так, что

$$\max f(x) = 1, \quad \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) dx = 1; \quad \nu_i \text{ и } \Omega \text{ — соответственно центральные частоты}$$

и эквивалентная полоса частот процессов $\{\xi_i(t)\}$, причем $\nu_i \gg \Omega$. Полагаем, что неизвестное ВПМИ τ в (1) принимает значения из априорного интервала $[-T_0/2; T_0/2]$, причем $T_0 + \gamma < T$. Обозначим

$$(2) \quad x(t) = s(t, \tau_0) + n(t), \quad |t| \leq T/2,$$

реализацию наблюдаемых данных при наличии ИЧВМ и

$$(3) \quad x(t) = \xi_1(t) + n(t), \quad |t| \leq T/2,$$

при ее отсутствии. В выражениях (2), (3) $n(t)$ — реализация центрированного белого гауссовского шума с односторонней спектральной плотностью N_0 , τ_0 — истинное значение неизвестного ВПМИ.

Структура ПМП для приема случайного сигнала (1) на фоне белого шума определена в [1]. При этом в ПМП входят два узкополосных фильтра, передаточные функции которых $H_i(\omega)$ должны удовлетворять условию

$$(4) \quad |H_i(\omega)|^2 = 2 \{ h^2[(\nu_i - \omega)/\Omega] + h^2[(\nu_i + \omega)/\Omega] \} / N_0,$$

$$(5) \quad h^2(x) = qf(x) [1 + qf(x)]^{-1},$$

где $q = G_0/N_0$. Согласно (4), (5), для реализации ПМП необходима значительная априорная информация о ШН. Именно: необходимо знать форму спектра мощности ШН, описываемую функцией $f(x)$, центральные частоты ν_i и эквивалентную полосу Ω , а также величину q , характеризующую отношение средней мощности ШН к средней мощности белого шума в эквивалентной полосе частот ШН Ω . Кроме того, для ряда оптимальных передаточных функций $H_i(\omega)$ структура фильтров ПМП может оказаться излишне сложной. Поэтому для обнаружения ИЧВМ ШН и оценки ВПМИ используем КПП, отличающийся от ПМП тем, что вместо оптимальных фильтров с передаточными функциями $H_i(\omega)$ в нем применяют фильтры с передаточными функциями $\tilde{H}_i(\omega)$, которые выбирают из условия

$$(6) \quad |\tilde{H}_i(\omega)|^2 = \tilde{f}[(\tilde{\nu}_i - \omega)/\tilde{\Omega}] + \tilde{f}[(\tilde{\nu}_i + \omega)/\tilde{\Omega}], \quad i = 1, 2,$$

где функция $\tilde{f}(x) = \tilde{f}(-x)$ описывает форму квадрата амплитудно-частотной характеристики фильтров и нормирована так, что $\max \tilde{f}(x) = 1$, $\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}^2(x) dx = 1$; $\tilde{\nu}_i$ и $\tilde{\Omega}$ — ожидаемые (прогнозируемые) значения центральных частот и эквивалентной полосы частот ШН.

Таким образом, заменяя в ПМП [1] узкополосные фильтры с оптимальными передаточными функциями $H_i(\omega)$ (4) на фильтры с передаточными функциями $\tilde{H}_i(\omega)$ (6), получаем выходной сигнал КПП в виде

$$(7) \quad \tilde{L}(\tau) = \int_{\tau - \gamma/2}^{\tau + \gamma/2} [\tilde{y}_2^2(t) - \tilde{y}_1^2(t)] dt/2,$$

где $\tilde{y}_i(t)$ — отклик фильтра с передаточной функцией $\tilde{H}_i(\omega)$ на реализацию наблюдаемых данных (2) или (3).

Аналогично [1] будем считать, что $\mu = \gamma\Omega/2\pi \gg 1$ и $\gamma\tilde{\Omega}/2\pi \gg 1$. Тогда выходной сигнал КПП (7) можно приближенно считать гауссовским случайным процессом [2]. Поэтому ограничимся определением первых двух моментов функции (7) при отсутствии и наличии ИЧВМ ШН.

Подставляя (3) в (7) и выполняя усреднение аналогично [1], получаем при отсутствии ИЧВМ $\langle \tilde{L}(\tau) \rangle = A_1/2$, $\langle [\tilde{L}(\tau_1) - \langle \tilde{L}(\tau_1) \rangle] [\tilde{L}(\tau_2) - \langle \tilde{L}(\tau_2) \rangle] \rangle = B_0 [1 - |l_1 - l_2|]$ при $|l_1 - l_2| < 1$ и $\langle [\tilde{L}(\tau_1) - \langle \tilde{L}(\tau_1) \rangle] [\tilde{L}(\tau_2) - \langle \tilde{L}(\tau_2) \rangle] \rangle = 0$ при $|l_1 - l_2| > 1$.

Здесь $l_i = \tau_i/\gamma$, а $A_1 = \mu G_0 \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \{ \tilde{f}[\chi(x + \epsilon_2 - \epsilon)] - \tilde{f}[\chi(x + \epsilon_1)] \} dx$,

$B_0 = (N_0^2 \mu/4) \int_{-\infty}^{\infty} [1 + qf(x)]^2 \{ \tilde{f}[\chi(x + \epsilon_2 - \epsilon)] - \tilde{f}[\chi(x + \epsilon_1)] \}^2 dx$, $\chi = \Omega/\tilde{\Omega}$, $\epsilon = (\nu_2 - \nu_1)/\Omega$, $\epsilon_i = (\nu_i - \tilde{\nu}_i)/\Omega$, $i = 1, 2$.

При наличии ИЧВМ ШН представим выходной сигнал КПП в виде суммы сигнальной и шумовой функций [3] $\tilde{L}(\tau) = \tilde{S}(\tau, \tau_0) + \tilde{N}(\tau)$, где $\tilde{S}(\tau, \tau_0) =$

$= \langle \tilde{L}(\tau) \rangle$, $\tilde{N}(\tau) = \tilde{L}(\tau) - \langle \tilde{L}(\tau) \rangle$. Подставляя в (7) реализацию наблюдаемых данных (2) и выполняя усреднение аналогично [1], получим $\tilde{S}(\tau, \tau_0) = A_1/2 + (A_2 - A_1)(1 - |l - l_0|)/2$, если $|l - l_0| < 1$ и $\tilde{S}(\tau, \tau_0) = A_1/2$, если $|l - l_0| > 1$, $l = \tau/\gamma$, $l_0 = \tau_0/\gamma$, $A_2 = \mu G_0 \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \{ \tilde{f}[\chi(x + \epsilon_2)] - \tilde{f}[\chi(x + \epsilon_1 + \epsilon)] \} dx$.

Определим корреляционную функцию $\tilde{K}_N(l_1, l_2) = \langle \tilde{N}(l_1) \tilde{N}(l_2) \rangle$ для шумовой функции $\tilde{N}(l)$. Подставляя в (7) $x(t)$ из (2) и выполняя усреднение аналогично [1], находим

$$\tilde{K}_N(l_1, l_2) = B_1(1 - |l_1 - l_2|) + (B_0 - B_1) \begin{cases} \min(|l_1 - l_0|, |l_2 - l_0|), \\ (l_1 - l_0)(l_2 - l_0) > 0, \\ 0, (l_1 - l_0)(l_2 - l_0) < 0 \end{cases}$$

при $\max\{|l_1 - l_0|, |l_2 - l_0|, |l_1 - l_2|\} < 1$,

$$\tilde{K}_N(l_1, l_2) = B_0(1 - |l_1 - l_2|)$$

при $|l_1 - l_2| < 1$ и $\max\{|l_1 - l_0|, |l_2 - l_0|\} > 1$,

$$\tilde{K}_N(l_1, l_2) = 0$$

при $|l_1 - l_2| > 1$. Здесь $B_1 = (N_0^2 \mu/4) \int_{-\infty}^{\infty} [1 + qf(x)]^2 \{ \tilde{f}[\chi(x + \epsilon_2)] - \tilde{f}[\chi(x + \epsilon_1 + \epsilon)] \}^2 dx$.

2. ОБНАРУЖЕНИЕ ИМПУЛЬСНОЙ ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОЙ МОДУЛЯЦИИ

Согласно [4], решение о наличии ИЧВМ ШН принимается, если $\tilde{L}_m = \sup \tilde{L}(\tau) > c$, $\tau \in [-T_0/2; T_0/2]$, и решение о ее отсутствии, если $\tilde{L}_m < c$. Порог c выбирается в зависимости от используемого критерия оптимальности обнаружения. Соответственно, вероятности ошибок 1-го (ложной тревоги) $\tilde{\alpha}$ и 2-го (пропуска сигнала) $\tilde{\beta}$ родов можно записать как [4] $\tilde{\alpha} = P[\tilde{L}_{mN} > c]$ и $\tilde{\beta} = P[\tilde{L}_{mS} < c]$. Здесь $\tilde{L}_{mN}$ и $\tilde{L}_{mS}$ — величины абсолютных максимумов $\tilde{L}(\tau)$ (7) при отсутствии (3) и наличии (2) ИЧВМ. Установленные выше свойства выходного сигнала КПП позволяют использовать для расчета характеристик обнаружения метод локально-марковской аппроксимации [3, 4]. В результате для вероятностей ошибок аналогично [5] получаем выражения

$$(8) \quad \tilde{\alpha} \approx \begin{cases} 1 - \exp[-(m\tilde{u}/\sqrt{2\pi}) \exp(-\tilde{u}^2/2)], & \tilde{u} \geq 1, \\ 1, & \tilde{u} < 1, \end{cases}$$

$$(9) \quad \tilde{\beta} \approx \exp\left[-\frac{m\tilde{u}}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\tilde{u}^2}{2}\right)\right] \left\{ \Phi\left(\frac{\tilde{u}}{\kappa} - \tilde{z}\right) - \right. \\ \left. - 2 \exp\left[\Psi^2 \tilde{z}^2/2 + \Psi \tilde{z}(\tilde{z} - \tilde{u}/\kappa)\right] \Phi(\tilde{u}/\kappa - (\Psi + 1)\tilde{z}) + \right. \\ \left. + \exp\left[2\Psi^2 \tilde{z}^2 + 2\Psi \tilde{z}(\tilde{z} - \tilde{u}/\kappa)\right] \Phi(\tilde{u}/\kappa - (2\Psi + 1)\tilde{z}) \right\},$$

когда $\tilde{u} \geq 1$ и $\tilde{\beta} \approx 0$ при $\tilde{u} < 1$. Здесь $\tilde{u} = (c - A_1/2)/\sqrt{B_0}$ — нормированный порог, $m = T_0/\gamma$ — приведенная длина априорного интервала возможных значений ВПМИ, $\kappa^2 = B_1/B_0$.

$$(10) \quad \Psi = 2\kappa^2/(1 + \kappa^2), \quad \tilde{z}^2 = (A_2 - A_1)^2/4B_1$$

— отношение сигнал/шум на выходе КПП, $\Phi(\cdot)$ — интеграл вероятности [2].

При этом точность формул (8), (9) возрастает с увеличением $\tilde{u}$, m , μ и $\tilde{z}$. Выражение для вероятности пропуска несколько упрощается, если $q \ll 1$, но величина $\tilde{z}$ достаточно велика. В этом случае $\kappa \approx \Psi \approx 1$,

$$(11) \quad \tilde{z}^2 \approx (\chi \mu q^2 / 2) \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \{ f(x) \tilde{f}[\chi(x + \epsilon_1)] + \tilde{f}[\chi(x + \epsilon_2)] - \right. \\ \left. - \tilde{f}[\chi(x + \epsilon_1 + \epsilon)] - \tilde{f}[\chi(x + \epsilon_2 - \epsilon)] \} dx \right\}^2 \times \\ \times \left\{ 1 - \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(x) \tilde{f}[x + \chi(\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon)] dx \right\}^{-1},$$

а формулу (9) при $\tilde{u} \geq 1$ перепишем как

$$(12) \quad \tilde{\beta} \approx \exp \left[- \frac{m\tilde{u}}{\sqrt{2\pi}} \exp \left(- \frac{\tilde{u}^2}{2} \right) \right] \{ \Phi(\tilde{u} - \tilde{z}) - \\ - 2 \exp [\tilde{z}^2 / 2 + \tilde{z}(\tilde{z} - \tilde{u})] \Phi(\tilde{u} - 2\tilde{z}) + \\ + \exp [2\tilde{z}^2 + 2\tilde{z}(\tilde{z} - \tilde{u})] \Phi(\tilde{u} - 3\tilde{z}) \}.$$

При $q \ll 1$ порог $\tilde{u}$ в (8), (12) надо нормировать на величину

$$B'_0 = N_0^2 \mu \left\{ 1 - \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(x) \tilde{f}[x + \chi(\epsilon_1 - \epsilon_2 + \epsilon)] dx \right\} / 2 \chi.$$

Когда форма спектра мощности и параметры ШН априори известны, для обнаружения ИЧВМ ШН целесообразно использовать ПМП [1]. Получить характеристики обнаружения по методу максимального правдоподобия можно из (8), (9), если передаточные функции узкополосных фильтров КПП удовлетворяют условию (4). Из сопоставления (4), (5) и (6) следует, что КПП переходит в ПМП, если $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0$, $\chi = 1$, а форма квадрата амплитудно-частотных характеристик фильтров КПП определяется выражением

$$(13) \quad \tilde{f}(x) = (1 + q)f(\varphi x) / [1 + qf(\varphi x)], \quad \varphi = (1 + q)^2 \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) [1 + qf(x)]^{-2} dx.$$

Подставляя (13) в (10) и полагая $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0$, $\chi = 1$, получаем, что $\kappa = \psi = 1$, а вероятности ошибок при использовании ПМП запишем в виде

$$(14) \quad \alpha = \alpha(\tilde{u} = u), \quad \beta = \beta(\tilde{u} = u, \tilde{z} = z).$$

Здесь $\tilde{\alpha}$ определяется из (8), $\tilde{\beta}$ — из (9), нормированный порог $u = c/B_1 + z/2$, а отношение сигнал/шум [1]

$$(15) \quad z^2 = 4\mu q^2 \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x) [f(x) - f(x - \epsilon)]}{1 + qf(x)} dx \right\}^2 \times \\ \times \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{f(x) - f(x - \epsilon)}{1 + qf(x)} \right)^2 dx \right\}^{-1}.$$

Сопоставление формул (8), (9) и (14) позволяет определить потери в эффективности обнаружения ИЧВМ из-за неточного знания формы спектра мощности и параметров ШН.

3. ХАРАКТЕРИСТИКИ КВАЗИПРАВДОПОДОБНОЙ ОЦЕНКИ

Рассмотрим характеристики КПП, когда проводится оценка неизвестного ВПМИ τ_0 . При этом предполагаем, что сигнал $s(t, \tau_0)$ (1) присутствует на входе КПП с вероятностью 1 (2). Квазиправдоподобная оценка (КПО) безразмерного

ВПМИ $l_0 = \tau_0/\gamma$ определяется как положение наибольшего максимума выходного сигнала КПП (7): $\tilde{l} = \tilde{\tau}/\gamma = \arg \sup \tilde{L}(l)$, $l \in [-m/2; m/2]$. Используя результаты [6], при $m \gg 1$ для условного смещения (систематической ошибки) и условного рассеяния (среднего квадрата ошибки) находим следующие выражения:

$$(16) \quad b(\tilde{l}|l_0) = \langle \tilde{l} - l_0 \rangle \simeq \tilde{P}_0 d_0 - (1 - \tilde{P}_0) l_0, \\ V(\tilde{l}|l_0) = \langle (\tilde{l} - l_0)^2 \rangle \simeq \tilde{P}_0 \tilde{\sigma}_0^2 + (1 - \tilde{P}_0)(m^2/12 + l_0^2).$$

Здесь $\tilde{P}_0$ — вероятность надежной оценки, $\tilde{d}_0$ и $\tilde{\sigma}_0^2$ — соответственно условные смещение и рассеяние надежной оценки. При этом под надежной оценкой [6] понимаем оценку, найденную в предположении $|\tilde{l} - l_0| < 1$, т.е., когда $|\tilde{\tau} - \tau_0| < \gamma$. Установленные выше свойства выходного сигнала КПП позволяют использовать для расчета характеристик КПО метод локально-марковской аппроксимации [3]. В результате аналогично [5] получаем

$$(17) \quad \tilde{P}_0 \simeq \frac{2\Psi\tilde{z}}{\kappa} \exp\left(\frac{\Psi^2\tilde{z}^2}{2} + \Psi\tilde{z}\right) \int_1^\infty \exp\left[-\frac{mx}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right] \times \\ \times \{ \exp(-\Psi\tilde{z}x/\kappa) \Phi(x/\kappa - (\Psi+1)\tilde{z}) - \exp[3\Psi^2\tilde{z}^2/2 + \\ + \Psi\tilde{z}(\tilde{z} - 2x/\kappa)] \Phi(x/\kappa - (2\Psi+1)\tilde{z}) \} dx,$$

$$(18) \quad \tilde{d}_0 \simeq 0, \quad \tilde{\sigma}_0^2 \simeq 13/2\tilde{z}^4\Psi^2.$$

Точность этих формул возрастает с увеличением m , μ , $\tilde{z}$ и они несколько упрощаются, если $q \ll 1$, но величина $\tilde{z}$ достаточно велика. Тогда

$$(19) \quad \tilde{P}_0 \simeq 2\tilde{z} \exp(3\tilde{z}^2/2) \int_1^\infty \exp\left[-\frac{mx}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right] \times \\ \times [\exp(-\tilde{z}x) \Phi(x - 2\tilde{z}) - \exp(5\tilde{z}^2/2 - 2\tilde{z}x) \Phi(x - 3\tilde{z})] dx,$$

$$(20) \quad \sigma_0^2 \simeq 13/2\tilde{z}^4,$$

а отношение сигнал/шум $\tilde{z}^2$ определяется из (11). Формула (20) совпадает с аналогичным выражением для рассеяния оценки максимального правдоподобия (ОМП) временного положения прямоугольного видеоимпульса, принимаемого на фоне белого шума [7], если в него подставить отношение сигнал/шум из (11).

Полагая в (17), (18) $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0$, $\chi = 1$ и подставляя функцию $\tilde{f}(\cdot)$ из (13), получаем характеристики ОМП ВПМИ в виде

$$(21) \quad P_0 = \tilde{P}_0(\tilde{z} = z), \quad \sigma_0^2 = 13/2z^4,$$

где z^2 — отношение сигнал/шум на выходе ПМП (15), а $\tilde{P}_0$ определяется из (19). Полученные здесь как частный случай (17), (18) формулы (21), а также выражения для смещения и рассеяния оценки (16) при подстановке в них (21) полностью совпадают с характеристиками ОМП ВПМИ, найденными в [1]. Таким образом, сопоставление формул (17), (18) и (21) (или результатов [1]) позволяет определить потери в эффективности оценки ВПМИ из-за неточного знания формы спектра мощности и параметров ШН. В частности, проигрыш в точности надежной КПО по сравнению с ОМП можно охарактеризовать отношением $\rho = \tilde{\sigma}_0^2/\sigma_0^2$.

Рассмотрим два примера, иллюстрирующие полученные соотношения, полагая, что используется полосовая ШН, форма спектра мощности которой описывается функцией $f(x) = I(x)$. Расстройки центральных частот фильтров и ШН бу-

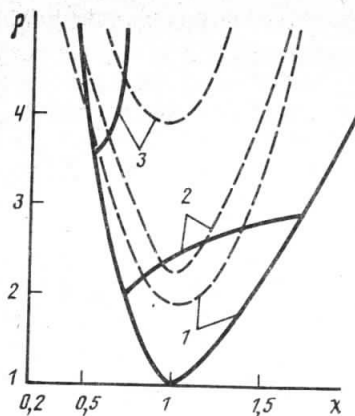


Рис. 1. Проигрыш в точности оценки

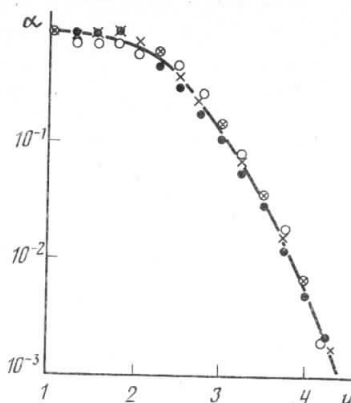


Рис. 2. Вероятность ложной тревоги

дем считать одинаковым: $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon'$, а спектры мощности — непересекающимися ($\epsilon \gg 1$).

1. *Полосовые узкополосные фильтры.* Пусть в КПП используются узкополосные полосовые фильтры с прямоугольной амплитудно-частотной характеристикой, т.е. в (6) $\tilde{f}(x) = I(x)$. Тогда отличие КПП от ПМП обусловлено лишь несовпадением центральных частот и эквивалентных полос фильтров и ШН. На рис. 1 сплошными линиями показан проигрыш ρ в точности КПО по сравнению с ОМП в зависимости от отношения эквивалентных полос частот ШН и фильтра $\chi = \Omega/\tilde{\Omega}$ при $q \ll 1$ и относительных расстройках центральных частот $\epsilon' = 0; 0,2; 0,4$ (кривые 1–3 соответственно). Как следует из рисунка, проигрыш в точности оценки возрастает с увеличением ϵ' и по мере отклонения χ от единицы. Отметим, что при наличии расстройки центральных частот фильтров и ШН полосу пропускания фильтров следует выбирать более широкой, чем эквивалентная полоса частот ШН. Действительно, при $\epsilon' > 0$ минимальный проигрыш в точности КПО достигается, когда $\chi < 1$.

2. *Колебательные контуры.* Пусть в КПП используются простейшие узкополосные фильтры в виде одиночных колебательных контуров. Тогда, согласно [3], в (6) следует подставить

$$(22) \quad \tilde{f}(x) = [1 + (\pi x/2)^2]^{-1}.$$

На рис. 1 штриховыми линиями показана та же зависимость $\rho(\chi)$ при использовании в КПП колебательных контуров. Сопоставление сплошных и штриховых кривых на рис. 1 позволяет определить потери в точности оценки вследствие отклонения формы амплитудно-частотной характеристики фильтров от оптимальной.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Полученные выше формулы для характеристик КПП и ПМП являются приближенными. Однако их точность возрастает с увеличением u ($\tilde{u}$), m , μ и z ($\tilde{z}$) при не слишком больших значениях q . С целью определения границ применимости этих асимптотически точных формул проводили статистическое моделирование обнаружения и оценки на ЭВМ. Моделировали работу ПМП при использовании экспоненциально-коррелированной ШН, форма спектра мощности которой $f(\cdot)$ имеет вид (22). В процессе моделирования из последовательности гауссовских некоррелированных случайных чисел на основе разностного рекуррентного уравнения первого порядка [8] формировали значения квадратур узкополосных слу-

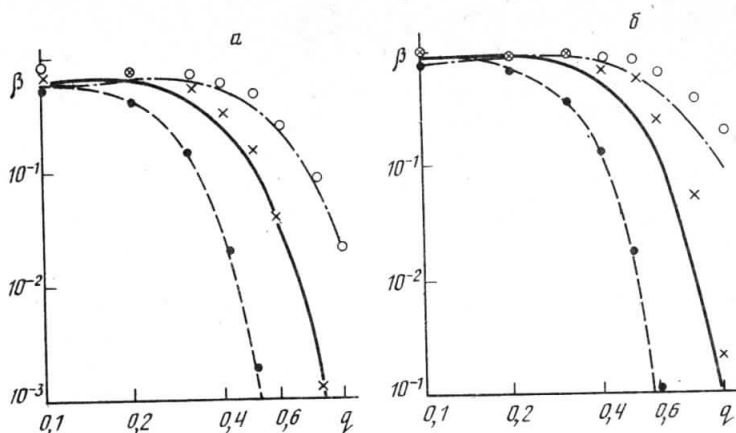


Рис. 3. Вероятность пропуска при $\alpha = 10^{-1}$ (а) и 10^{-2} (б)

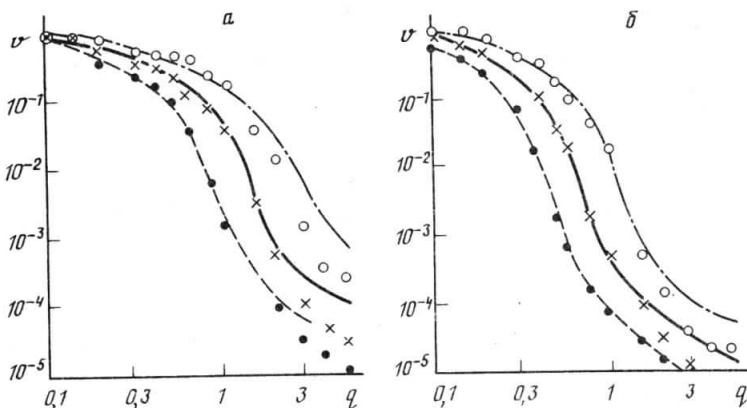


Рис. 4. Нормированное рассеяние оценки при $\epsilon = 1$ (а) и 5 (б)

чайных процессов $y_i(t)$ на выходах фильтров с передаточными функциями $H_i(\omega)$ (4), $i = 1, 2$, с заданным шагом Δt . На основе сформированных дискретных последовательностей квадратуры процессов $y_i(t)$ аппроксимировали ступенчатыми функциями. Для спектра мощности ШН, имеющей форму (22), выбирали шаг дискретизации $\Delta t = 0,025\pi/\Omega$. В результате относительная среднеквадратичная погрешность аппроксимации, определяемая аналогично [9], составила $\sim 20\%$. Затем согласно (7) при $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0$, $\chi = 1$ и выполнении (13) формировали отсчеты логарифма функционала отношения правдоподобия с шагом $\Delta\lambda = 0,005\gamma$. Такой выбор шага дискретизации обеспечивает аппроксимацию выходного сигнала ПМП ступенчатой функцией с относительной среднеквадратичной погрешностью не более 10% [9].

Моделирование выполняли при $m = 10$, $\tau_0 = 0$ и различных значениях μ и q . В процессе моделирования определяли вероятности ошибок 1-го и 2-го родов при обнаружении ИЧВМ, а также рассеяние ОМП ВПМИ. На рис. 2–4 представлены экспериментальные значения характеристик ПМП, которые обозначены кружочками, крестиками, точками соответственно для $\mu = 25; 50; 100$. Каждое экспериментальное значение, показанное на этих рисунках, получено в результате обработки от $5 \cdot 10^2$ до $3 \cdot 10^3$ входных реализаций вида (2) или (3). На рис. 2, 3 приведены также теоретические зависимости вероятностей ошибок $\alpha(u)$ и $\beta(q)$

соответственно, рассчитанные по формулам (14). На рис. 4 показана теоретическая зависимость нормированного рассеяния ОМП $\nu(q) = 12V(\hat{\tau} | \tau_0)/T^2$, рассчитанная по формуле (16) при подстановке в нее (21). Сопоставление экспериментальных и теоретических зависимостей на рис. 2–4 показывает, что точность полученных здесь и в [1] формул возрастает с увеличением μ . Для не слишком больших значений q эти формулы имеют удовлетворительную точность уже при $\mu > 25 \dots 50$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенные результаты позволяют определить снижение помехоустойчивости ИЧВМ ШН вследствие отклонения параметров и формы амплитудно-частотных характеристик входных фильтров приемника от их оптимальных значений. Показана целесообразность расширения полосы пропускания фильтров сверх ее оптимального значения при наличии расстройки центральных частот ШН и используемых фильтров. Методом статистического моделирования на ЭВМ установлена возможность использования полученных здесь и в [1] асимптотических формул для расчета помехоустойчивости ИЧВМ ШН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трифонов А.П., Парфенов В.И. // РЭ. 1988. Т. 33. № 1. С. 87.
2. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982.
3. Трифонов А.П., Шинаков Ю.С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986.
4. Трифонов А.П. // Теория обнаружения сигналов. М.: Радио и связь, 1984. С. 12.
5. Трифонов А.П., Галун С.А. // РЭ. 1981. Т. 26. № 8. С. 1622.
6. Куликов Е.И., Трифонов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978.
7. Терентьев А.С. // РЭ. 1968. Т. 13. № 4. С. 652.
8. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Сов. радио, 1971.
9. Трифонов А.П., Невежин Ю.В. // РЭ. 1988. Т. 33. № 8. С. 1651.

Поступила в редакцию
16.08.90

УДК 621.391.01

© 1991 г.

И.М. Арбеков

ОБНАРУЖЕНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ СЛАБЫХ СИГНАЛОВ ПРИ БЫСТРЫХ ФЛУКТУАЦИЯХ ВРЕМЕНИ ЗАПАЗДЫВАНИЯ

Рассматривается задача построения оптимальной процедуры обнаружения последовательности детерминированных сигналов, наблюдаемых на фоне белой гауссовской помехи большой мощности, в условиях быстрой флуктуации времени запаздывания каждого сигнала. Предполагается, что моменты появления сигналов представляют собой последовательность независимых случайных величин с известной плотностью распределения вероятностей. На основе асимптотического анализа функционала отношения правдоподобия устанавливается вид оптимальной процедуры обнаружения и оценивается ее эффективность.

ВВЕДЕНИЕ

Задача обнаружения сигнала (или последовательности сигналов) с неизвестным временем запаздывания на фоне случайных помех является одной из классических задач статистической радиотехники. Эта задача имеет свои приложения в