

134

134

ISSN 0033-8486

Радиотехника

10

91

НАШ ЖУРНАЛ-
ЭТО СОВРЕМЕННЫЙ
ПОДХОД
КО ВСЕМ
РАДИОТЕХНИЧЕСКИМ
ПРОБЛЕМАМ

Синтез адаптивного последовательного обнаружителя слабого радиосигнала с неизвестными параметрами и его машинное моделирование

А. П. Трифонов, С. В. Ветров

Определены структура и характеристики обнаружителя радиосигнала с неизвестными амплитудой и начальной фазой на фоне белого шума.

Цель работы — синтез и исследование аналитическими и машинными методами алгоритма последовательного обнаружения радиосигнала с априори неизвестными начальной фазой и амплитудой на фоне белого шума.

Пусть на вход приемного устройства поступает реализация наблюдаемых данных:

$$\text{при наличии полезного сигнала} \\ x(t) = s(t, A_0, \varphi_0) + n(t); \quad (1)$$

$$\text{при его отсутствии} \\ x(t) = n(t), \quad (2)$$

где $s(t, A_0, \varphi_0) = A_0 \cos(\omega_0 t - \varphi_0)$ — полезный радиосигнал с известной частотой ω_0 ; A_0, φ_0 — истинные значения априори неизвестных амплитуды и начальной фазы; $n(t)$ — центрированный гауссовский белый шум с односторонней спектральной плотностью N_0 .

Оптимальное приемное устройство на основе реализации наблюдаемых данных $x(t)$ (1), (2) должно формировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП) [1—3]

$$L(\tau, A, \varphi) = 2 \int_0^\tau x(t) s(t, A, \varphi) dt / N_0 - \int_0^\tau s^2(t, A, \varphi) dt / N_0. \quad (3)$$

Логарифм ФОП (3) является функцией текущего времени наблюдения τ и априори неизвестных амплитуды A и начальной фазы φ принимаемого радиосигнала. Одним из возможных путей преодоления априорной неопределенности в (3) является использование вместо неизвестных A и φ их оценок максимального правдоподобия (ОМП) [3, 4]. При этом в случае проверки близких гипотез (при слабом полезном сигнале) такая последовательная процедура с ростом длительности наблюдения оказывается асимптотически эквивалентной классической процедуре Вальда проверки двух простых гипотез [3].

Полагая $\omega_0 \tau \gg 1$ и максимизируя (3) по неизвестным A и φ , получаем решающую статистику

$$Q(\tau) = \max_{A, \varphi} L(\tau, A, \varphi) = 2[X^2(\tau) + Y^2(\tau)] / N_0 \tau, \quad (4)$$

где

$$\begin{Bmatrix} X(\tau) \\ Y(\tau) \end{Bmatrix} = \int_0^\tau x(t) \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} (\omega_0 t) dt.$$

Учитывая, что полезный сигнал $s(t, A_0, \varphi_0)$ может быть достаточно слабым, последовательную процедуру аналогично [5—7] целесообразно начинать с некоторого момента t_0 , в течение которого осуществляется предварительное накопление. Тогда при $\tau \geq t_0$ необходимо сравнивать (4) с постоянными порогами a и b , $0 < a < b$. Если $Q(\tau) \geq b$, то выносится решение о наличии сигнала; если $Q(\tau) \leq a$ — о его отсутствии, и процесс наблюдения прекращается. Пороги a, b в последовательной процедуре определяются требуемыми значениями вероятностей ошибок 1-го рода α^* (ложной тревоги) и 2-го рода β^* (пропуска сигнала).

Найдем условные (при фиксированном истинном значении амплитуды A_0 и $\omega_0 \tau \gg 1$) характеристики последовательного обнаружителя. Пусть полезный радиосигнал отсутствует (2). Тогда, согласно [1, 8], (4) является реализацией квадрата релеевского марковского случайного процесса с коэффициентами сноса и диффузии $M_0(Q, \tau) = (1 - Q)/\tau$, $K_0(Q, \tau) = 2Q/\tau$. Для такого случайного процесса непосредственное определение вероятности ложной тревоги (ЛТ) и СДН затруднительно. Поэтому введем процесс $\bar{Q}(\mu) = Q(\tau(\mu))$ в новом времени

$\mu = \ln(\tau/\tau_0)$. Процесс $\tilde{Q}(\mu)$ также является марковским процессом [8] и имеет коэффициенты сноса и диффузии $\tilde{M}_0(\tilde{Q}) = 1 - \tilde{Q}$; $\tilde{K}_0(\tilde{Q}) = 2\tilde{Q}$. Применяя к процессу $\tilde{Q}(\mu)$ методику [2, 3], находим вероятность ЛТ $\alpha(a, b)$ [7] и СДН $\tau_N(a, b)$ при отсутствии сигнала:

$$\alpha(a, b) = \ln(b/a) [Ei(b) - Ei(a)]^{-1}; \quad (5)$$

$$\tau_N(a, b) = \tau_0 \left\{ 1 + \int_0^\infty \exp(\tau) W(\tau, x_0) W_0(x_0) d\tau dx_0 \right\}, \quad (6)$$

где $Ei(x) = \int_{-\infty}^x t^{-1} \exp(t) dt$ — интегральная показательная функция; $W(\tau, x_0)$ — условная плотность вероятности момента первого пересечения процессом $\tilde{Q}(\mu)$ одного из порогов a или b , которая удовлетворяет уравнению Понтрягина [8]

$$\frac{\partial W(\tau, x_0)}{\partial \tau} = \frac{\tilde{K}(x_0)}{2} \frac{\partial^2 W(\tau, x_0)}{\partial x_0^2} + \tilde{M}(x_0) \frac{\partial W(\tau, x_0)}{\partial x_0} \quad (7)$$

с начальными и граничными условиями $W(0, x_0) = 0$; $W(\tau, a) = W(\tau, b) = \delta(\tau)$; $W_0(x_0)$ — плотность вероятности начального значения процесса $x_0 = Q(\tau_0) = \tilde{Q}(0)$.

Решая (7) и подставляя его решение в (6), получим СДН в виде

$$\tau_N(a, b) \approx \tau_0 \{ 1 + C_1 [\exp(-a)(1 - Ei(a)) - \exp(-b)(1 - Ei(b))] + C_2 [\exp(-a)(a+2) - \exp(-b)(b+2)] \}, \quad (8)$$

где $C_1 = (a-b)q^{-1}$; $C_2 = [(1-a)Ei(a) - (1-b)Ei(b) + \exp(a) - \exp(b)]q^{-1}$; $q = -(1-a)(1-b)[Ei(a) - Ei(b)] + \exp(a)(1-b) - \exp(b)(1-a)$.

Пусть теперь полезный сигнал присутствует в реализации наблюдаемых данных $x(t)$ (1). Введем $z_0^2 = A_0^2 \tau_0 / N_0$ — отношение сигнал-шум на выходе устройства формирующего квадратуры $X(\tau)$, $Y(\tau)$ решающей статистики $Q(\tau)$ (4) в момент начала последовательной процедуры $\tau = \tau_0$ [4]. При не слишком малых z_0^2 решающую статистику можно приближенно представить как [1, 4]

$$Q(\tau) \approx z_0^2 \tau / 2\tau_0 + 2 \int_0^\tau n(t) s(t, A_0, \varphi_0) dt / N_0. \quad (9)$$

При фиксированных A_0 и φ_0 функция (9) является реализацией гауссовского марковского случайного процесса с коэффициентами сноса и диффузии $M_1 = z_0^2 / (2\tau_0)$, $K_1 = z_0^2 / \tau_0$. Используя [2, 3], запишем вероятность пропуска сигнала $\beta(a, b, z_0)$ и СДН $\tau_s(a, b, z_0)$ как [5]

$$\beta(a, b, z_0) = [\Phi(f + z_0/2) - \Phi(h + z_0/2) + \exp(-a)\Phi(h - z_0/2) - \exp(-b)\Phi(f - z_0/2)] [\exp(-a) - \exp(-b)]^{-1}; \quad (10)$$

$$\tau_s(a, b, z_0) = 2\tau_0 \{ (f - z_0/2)\Phi(f - z_0/2) - (h - z_0/2)\Phi(h - z_0/2) - \beta(a, b, z_0)(f - h) - (2\pi)^{-1/2} [\exp(-(h - z_0/2)^2/2) - \exp(-(f - z_0/2)^2/2)] \} / z_0 + \tau_0. \quad (11)$$

где $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt / \sqrt{2\pi}$ — интеграл вероятности; $f = b/z_0$; $h = a/z_0$ — нормированные пороги.

Вследствие приближенного характера (9), а следовательно и (10), (11), по мере уменьшения z_0^2 точность расчета необходимых порогов a, b уменьшается. Поэтому найдем приближенные выражения для вероятности пропуска $\beta(a, b)$ и СДН $\tau_s(a, b)$, справедливые при достаточно малых отношениях сигнал-шум z_0^2 . Пренебрегая в (4) членами порядка z_0 и z_0^2 , получаем аналогично [6]

$$\beta(a, b) \approx 1 - \alpha(a, b) + \exp(-a)Ei(a) - \exp(-b)Ei(b); \quad (12)$$

$$\hat{\tau}_s(a, b) \approx \tau_N(a, b). \quad (13)$$

Во избежание чрезмерного увеличения СДН, пороги a, b последовательной процедуры обнаружения целесообразно устанавливать следующим образом:

$$a(z_0) = \max(a_1, a_2(z_0)); \quad b(z_0) = \min(b_1, b_2(z_0)), \quad (14)$$

где a_1, b_1 рассчитываются по (5), (12), а $a_2(z_0), b_2(z_0)$ — по (5), (10) в соответствии с заданными вероятностями ошибок α^* и β^* .

В результате пороги $a(z_0)$ и $b(z_0)$ оказываются зависящими от априори неизвестного наблюдателю отношения сигнал-шум z_0^2 . Поэтому для реализации

последовательного обнаружителя предлагается использовать адаптивный вариант выбора порогов. В этом случае по наблюдаемым данным $x(t)$ (1), (2) определяется текущая оценка неизвестного отношения сигнал-шум $\hat{z}_0^2$, а затем по (5) и (10) находятся требуемые значения порогов $a_2(\hat{z}_0)$ и $b_2(\hat{z}_0)$. Одним из возможных вариантов адаптации по неизвестным параметрам является замена их на ОМП [1, 4, 9].

Оценка МП неизвестной амплитуды принимаемого сигнала [1, 4]

$$\hat{A}(\tau) = \arg \sup_A L(\tau, A) = 2[X^2(\tau) + Y^2(\tau)]^{1/2}/\tau, \quad (15)$$

где $L(\tau, A) = \max_{\varphi} L(\tau, A, \varphi)$.

Тогда с учетом (4) и (15) для текущей оценки неизвестного отношения сигнал-шум

$$\hat{z}_0^2(\tau) = 2Q(\tau)\tau_0/\tau. \quad (16)$$

Таким образом, при адаптивной реализации последовательного обнаружителя решающую статистику (4) необходимо сравнивать с двумя случайными (в силу случайного характера оценки (16)) порогоми $a(\hat{z}_0(\tau))$ и $b(\hat{z}_0(\tau))$ (14).

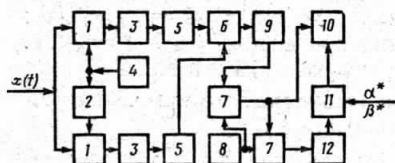


Рис. 1

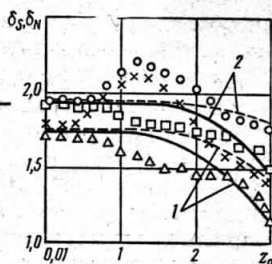


Рис. 2

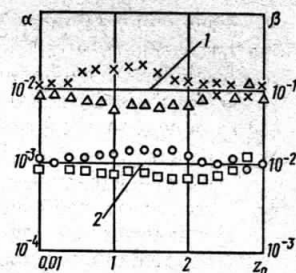


Рис. 3

На рис. 1 представлен адаптивный последовательный обнаружитель, где 1 — умножители; 2 — фазовращатель на $\pi/2$; 3 — интеграторы; 4, 8 — генераторы напряжения $u_1(t) = \cos \omega_0 t$, $u_2(t) = N_0 t/2$ соответственно; 5 — квадраторы; 6 — сумматор; 7 — делители; 9 — ключ, открывающийся в момент $t = \tau_0$; 10 — блок сравнения решающей статистики $Q(\tau)$ с порогоми a, b ; 11 — блок управления, который по заданным α^*, β^* и оценке $\hat{z}_0^2(\tau)$ вычисляет требуемые значения порогов a, b ; 12 — усилитель с коэффициентом усиления $N_0 \tau_0$.

Определение статистических характеристик пересечения случайных порогов вызывает существенные математические трудности [3]. Однако известно [1, 4], что оценка $\hat{z}_0^2(\tau)$ (16) по мере увеличения длительности наблюдения сходится в среднеквадратическом к истинному значению отношения сигнал-шум z_0^2 . Поэтому можно ожидать, что характеристики адаптивного последовательного обнаружителя при большой СДН будут асимптотически совпадать с условными характеристиками (5), (8), (10) — (13), рассчитанными при фиксированном z_0^2 [9].

Введем θ — время наблюдения для обеспечения заданных α^*, β^* при использовании однопорогового алгоритма обнаружения по методу МП [1]. Тогда средней выигрыш за счет применения последовательного алгоритма обнаружения $\delta_s = \theta/\tau_s$ и $\delta_N = \theta/\tau_N$, соответственно при наличии и отсутствии сигнала. На рис. 2 представлены зависимости $\delta_s = \delta_s(z_0)$ (штриховая линия) и $\delta_N = \delta_N(z_0)$ (непрерывная линия), рассчитанные по (8), (11), (13) с учетом (14). При этом кривые 1 соответствуют $\alpha^* = 0,01$, $\beta^* = 0,1$, а кривые 2 — $\alpha^* = 0,001$, $\beta^* = 0,01$. Анализ зависимостей рис. 2 показывает, что применение последовательного алгоритма обнаружения обеспечивает заметное сокращение СДН примерно в 1,5—2 раза в зависимости от z_0 . Причем при снижении требуемых значений α^* и β^* указанный выигрыш возрастает.

Для определения границ применимости полученных приближенных формул для расчета характеристик последовательного обнаружителя было выполнено его статистическое моделирование на ЭВМ IBM PC 386/387. В процессе моделирования вырабатывались дискретные отсчеты решающей статистики (4). Шумовые составляющие квадратур $X(\tau)$, $Y(\tau)$ формировались из некоррелированной стационарной последовательности гауссовских случайных чисел с параметрами распределения (0,1) методом взвешенного суммирования [10]. На основе сформированных дискретных последовательностей реализации решающей статистики (4) аппроксимировались ступенчатыми функциями. Шаг дискретизации выбирался равным $0,01\tau_0$ так, что относительная среднеквадратическая погрешность

аппроксимации не превышала 10 %. Процесс формирования дискретных отсчетов продолжался до достижения ими одного из порогов адаптивного последовательного обнаружителя. После чего выносилось решение о наличии или отсутствии сигнала.

Для каждого дискретного отсчета решающей статистики (4) в соответствии с (15) определялась текущая оценка отношения сигнал-шум $\hat{z}_0^2(\tau)$. Затем на основе решения систем трансцендентных уравнений (5), (10) и (5), (12) для заданных значений α^* , β^* вычислялись требуемые пороги a и b (14). При этом с целью ускорения процесса моделирования предварительно рассчитывались значения адаптивных порогов a и b для ряда фиксированных (узловых) значений $\hat{z}_0^2$, а затем промежуточные значения порогов определялись путем линейной интерполяции.

На рис. 2 нанесены результаты статистического моделирования адаптивного последовательного обнаружителя. Причем $\alpha^* = 0,01$, $\beta^* = 0,1$ соответствуют крестики при наличии сигнала и треугольники при его отсутствии, а $\alpha^* = 0,001$, $\beta^* = 0,01$ — кружочки — при наличии сигнала, квадратики — при его отсутствии. Кроме того, в процессе моделирования контролировались значения вероятностей ошибок обнаружения. Полученные в результате моделирования значения α и β представлены на рис. 3 (обозначения как на рис. 2). Сравнение результатов статистического моделирования и теоретических расчетов показывает их удовлетворительное согласование при $z_0 \geq 1,5$ и $z_0 \leq 0,2$. Кроме того, результаты статистического моделирования подтверждают целесообразность применения адаптивного последовательного обнаружителя для сокращения СДН.

- Синтезированный адаптивный последовательный обнаружитель радиосигнала с неизвестными амплитудной и начальной фазой позволяет в среднем сократить требуемую длительность наблюдения. Наибольший выигрыш достигается при характерных для практических приложений малых значениях отношений сигнал-шум и вероятностей ошибок.

Литература

1. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1986.
2. Сосулин Ю. Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. — М.: Сов. радио, 1978.
3. Сосулин Ю. Г., Фишман М. М. Теория последовательных решений и ее применения. — М.: Радио и связь, 1985.
4. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. — М.: Сов. радио, 1978.
5. Трифонов А. П., Ветров С. В. — Радиотехника, 1989, № 2.
6. Трифонов А. П., Ветров С. В. — Радиотехника, 1990, № 11.
7. Трифонов А. П., Ветров С. В. — Изв. вузов СССР. Сер. Приборостроение, 1990, № 11.
8. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. — М.: Сов. радио, 1977.
9. Репин В. Г., Тартаковский Г. П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. — М.: Сов. радио, 1977.
10. Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. — М.: Сов. радио, 1971.

Поступила 18 апреля 1991 г.

УДК 621.391.019.3

Метод оценки эффективности использования полосы частот канала передачи

С. Б. Макаров, И. А. Цикин, В. К. Ядыкин

Рассмотрен метод вычисления удельных затрат полосы частот и энергетических затрат для непрерывных каналов реальных систем передачи; предложен метод оценки эффективности использования полосы частот канала передачи, инвариантный относительно критерия определения полосы частот.

При решении задачи повышения эффективности использования полосы частот канала передачи дискретных сообщений возникает необходимость сравнения частотной эффективности различных систем передачи между собой, а также