

132

132

РАДИОТЕХНИКА

№ I I

I 9 9 I

$$Q(\bar{\lambda}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{g_s(f)}{g_N^2(f)} \sum_{m=1}^M |\dot{U}_m(f, f\bar{n})|^2 df. \quad (12)$$

Из (10) — (12) следует, что обработка сигнала для подвижной антенны предусматривает типичную для неподвижной антенны обработку сигнала на интервалах T_m , некогерентное объединение результатов обработки по секциям, при котором учитывается факт движения антенны, а затем такую же, как для неподвижной антенны дообработку.

- Для антенн, подверженных сложным перемещениям в пространстве, разработаны методы оптимизации пространственно-временной обработки стохастических сигналов, с помощью которых синтезированы оптимальные алгоритмы обработки.

Литература

1. Горбань И. И. — Радиотехника, 1990, № 12.
2. Фалькович С. Е. Оценка параметров сигнала — М.: Сов. радио, 1970.
3. Гусев В. Г. Системы пространственно-временной обработки гидроакустической информации. — Л.: Судостроение, 1988.
4. Горбань И. И. — Радиотехника, 1989, № 8.

Поступила после доработки 17 января 1991 г.

УДК 621.391

Оценка частоты случайного импульса с неизвестными временем прихода и длительностью

А. П. Трифонов, А. В. Захаров

Выполнены синтез и анализ двух алгоритмов оценки частоты гауссовского случайного импульса; получена зависимость дисперсии оценки частоты от ошибок определения времени прихода и длительности радиоимпульса.

Во многих прикладных задачах статистической радиотехники необходимо производить измерение несущей частоты флуктуирующих радиоимпульсов или доплеровского смещения их частоты [1—3]. При гауссовских флуктуациях радиосигнала эта задача сводится к оценке смещения ν_0 центральной частоты спектра мощности отрезка реализации центрированного гауссовского случайного процесса

$$s(t, \nu_0) = \begin{cases} a(t) \cos[(\omega_0 + \nu_0)t + \varphi(t)], & \lambda_0 < t < \lambda_0 + \tau_0; \\ 0, & t \leq \lambda_0; t \geq \lambda_0 + \tau_0, \end{cases} \quad (1)$$

принятого в течение времени $[0; T]$ на фоне гауссовского белого шума с односторонней спектральной плотностью N_0 . Оценка частоты случайного радиоимпульса исследована в [2, 3] в предположении, что время прихода λ_0 и длительность τ_0 радиоимпульса (1) априори известны.

Цель работы — синтез и анализ алгоритмов оценки частоты ν_0 радиоимпульса (1) с учетом возможного незнания λ_0 и τ_0 .

Спектр мощности стационарного гауссовского случайного процесса $\xi(t) = a(t) \cos[(\omega_0 + \nu)t + \varphi(t)]$ запишем как [1] $G(\omega, \nu) = G_0 \{f[(\omega_0 - \omega + \nu)/\theta] + f[(\omega_0 + \omega + \nu)/\theta]\}/2$, где $f(x)$ определяет форму спектра мощности и нормирована так,

что $\max f(x) = 1$, $\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) dx = 1$, $\theta = \int_{-\infty}^{\infty} G^2(\omega, \nu) d\omega [2 \max G^2(\omega, \nu)]^{-1}$ — эквивалентная полоса частот сигнала (1).

Будем считать, что неизвестное смещение частоты ν_0 распределено равномерно на интервале $[-\Omega/2; \Omega/2]$ и $\theta \ll \omega_0$, $\Omega \ll \omega_0$. Обозначим $\mu = \tau_0 \theta / (2\pi)$ и рассмотрим оценку смещения частоты ν_0 при $\mu \gg 1$. Положим в начале, что имеется независимый от наблюдаемой реализации $x(t)$ смеси сигнала (1) и шума канал синхронизации, на выходе которого формируется синхроимпульс длительностью τ^* и с временем прихода λ^* . Принимая в качестве истинных значений времени прихода λ_0 и длительность τ_0 радиоимпульса время прихода λ^*

и длительность τ^* синхронимпульса, найдем квазиравдоподобную оценку (КПО) ν^* частоты ν_0 . При $\tau^* = \tau_0$ и $\lambda^* = \lambda_0$ эта оценка будет совпадать с оценкой максимального правдоподобия (ОМП) [2—4]. При $\mu \gg 1$ и $\tau^* \theta / (2\pi) \gg 1$ член логарифма функционала отношения правдоподобия (ФОП), зависящий от неизвестной частоты, можно представить в виде [2, 4]

$$M^*(\nu) = \int_{\lambda^*}^{\lambda^* + \tau^*} y^2(t, \nu) dt, \quad (2)$$

где $y(t, \nu)$ — отклик фильтра с передаточной функцией $H(i\omega, \nu)$ на реализацию наблюдаемых данных $x(t)$, причем

$$|H(i\omega, \nu)|^2 = G(\omega, \nu) / \{N_0 [N_0/2 + G(\omega, \nu)]\}. \quad (3)$$

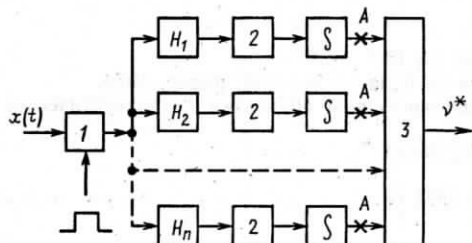


Рис. 1

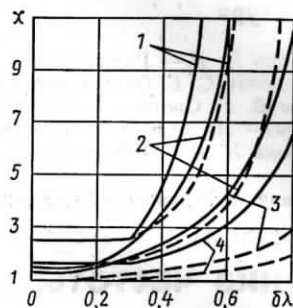


Рис. 2

При фиксированных λ^* и τ^* КПО неизвестной частоты ν_0 определяется как [2—4] $\nu^* = \arg \sup_{\nu} M^*(\nu)$, $\nu \in [-\Omega/2; \Omega/2]$. Эту оценку можно получить

с помощью многоканального измерителя, показанного на рис. 1, где 1 — ключ, который открывается синхронимпульсом на время $[\lambda^*; \lambda^* + \tau^*]$; H_i , $i = 1, n$ — набор фильтров с передаточными функциями $H(i\omega, \nu_i)$ (3); 2 — квадраторы; 3 — решающее устройство, которое определяет номер i канала с наибольшим выходным сигналом $M^*(\nu_i)$ интегратора (2) и фиксирует величину ν_i в качестве оценки ν^* . Центральные частоты ν_i фильтров H_i обычно располагают равномерно на интервале $[-\Omega/2; \Omega/2]$.

Вследствие неизбежного наличия помех в канале синхронизации обычно $\lambda^* \neq \lambda_0$, $\tau^* \neq \tau_0$. Выясним, в какой степени ошибки синхронизации влияют на точность оценки частоты ν^* . При этом число каналов n в измерителе рис. 1 полагаем настолько большим, что потерями в точности оценки частоты из-за дискретного изменения аргумента логарифма ФОП (2) можно пренебречь [2, 4]. Аналогично [2—4] для (2) справедливо представление

$$M^*(\nu) = S(\nu - \nu_0) + N(\nu) + C, \quad (4)$$

где $C = (\tau^* \theta / 2\pi) q \int_{-\infty}^{\infty} f(x) [1 + qf(x)]^{-1} dx$ — несущественная постоянная; $q = G_0 / N_0$.

Сигнальная функция

$$S(\nu) = \mu q^2 \Psi(\delta\lambda, \delta\tau) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) f(x-l) [1 + qf(x)]^{-1} dx, \quad (5)$$

при $\delta\lambda < 1 + \delta\tau/2$ и $S(\nu) = 0$ при $\delta\lambda \geq 1 + \delta\tau/2$, где $l = \nu/\theta$; $\Psi(\delta\lambda, \delta\tau) = \min(1, 1 + \delta\tau)$, когда $\delta\lambda \leq |\delta\tau|/2$ и $\Psi(\delta\lambda, \delta\tau) = 1 + \delta\tau/2 - \delta\lambda$, когда $|\delta\tau|/2 \leq \delta\lambda \leq 1 + \delta\tau/2$; $\delta\lambda = |\lambda^* - \lambda_0|/\tau_0$, $\delta\tau = (\tau^* - \tau_0)/\tau_0$ — относительные погрешности синхронизации.

Шумовую функцию $N(\nu)$ в (4) при $\mu \gg 1$ можно считать реализацией центрированного гауссовского случайного процесса [1, 2] с корреляционной функцией

$$K(\nu_1, \nu_2) = \langle N(\nu_1) N(\nu_2) \rangle = \mu q^3 \Psi(\delta\lambda, \delta\tau) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x+l_0) [2 + qf(x+l_0)] f(x+l_1) \times}{[1 + qf(x+l_1)] \times} \rightarrow \\ \rightarrow \frac{\times f(x+l_2)}{\times [1 + qf(x+l_2)]} dx + \mu q^2 (1 + \delta\tau) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x) f(x+l_1-l_2) dx}{[1 + qf(x)] [1 + qf(x+l_1-l_2)]} \quad (6)$$

при $\delta\lambda < 1 + \delta\tau/2$

и

$$K(v_1, v_2) = \mu q^2 (1 + \delta\tau) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(x)f(x+l_1-l_2)dx}{[1+qf(x)][1+qf(x+l_1-l_2)]} \quad (7)$$

при $\delta\lambda \geq 1 + \delta\tau/2$,

где $l_i = v_i/\theta$, $i = 0, 1, 2$.

Когда $\delta\lambda < 1 + \delta\tau/2$, сигнальная функция (5) достигает максимума при $v = v_0$. Если к тому же $\mu \gg 1$, то КПО v^* будет асимптотически (при $\mu \rightarrow \infty$) несмещенной, а ее дисперсия [2]

$$D(v^*) = \left[\frac{\partial^2 K(v_1, v_2)}{\partial v_1 \partial v_2} \right] \left[\frac{\partial^2 S(v-v_0)}{\partial v^2} \right]^{-2} \Big|_{v_1=v_2=v=v_0} \quad (8)$$

Подставляя (5), (6) в (8), получаем

$$D(v^*) = D(v_m) [q(2\gamma_1 + q\gamma_2) + (1 + \delta\tau) \gamma_0 \psi^{-1}(\delta\lambda, \delta\tau)] [\gamma \psi(\delta\lambda, \delta\tau)]^{-1}, \quad (9)$$

где

$$D(v_m) = \theta^2 / (\mu q^2 \gamma) - \quad (10)$$

дисперсия ОМП частоты радиоимпульса (1) с априори известными временем прихода и длительностью [2-4],

$$\gamma = \int_{-\infty}^{\infty} [df(x)/dx]^2 [1 + qf(x)]^{-2} dx;$$

$$\gamma_k = \int_{-\infty}^{\infty} [df(x)/dx]^2 f^k(x) [1 + qf(x)]^{-4} dx,$$

$$k = 0, 1, 2.$$

Формула (9) позволяет найти потери в точности оценки частоты при $\delta\lambda < 1 + \delta\tau/2$, возникающие за счет ошибок определения времени прихода и длительности в канале синхронизации. Когда $\delta\lambda \geq 1 + \delta\tau/2$, сигнальная функция (5) обращается в нуль и КПО v^* определяется как положение наибольшего максимума реализации шумовой функции $N(v)$, которая в этом случае представляет собой реализацию стационарного случайного процесса с корреляционной функцией (7). Следовательно, оценка v^* распределена равномерно на интервале $[-\Omega/2; \Omega/2]$ и обладает безусловным рассеянием $V(v^*) = \langle (v^* - v_0)^2 \rangle = \Omega^2/6$ [2].

Проигрыш в точности оценки частоты, возникающий из-за ошибок определения времени прихода и длительности радиоимпульса (1) при $\delta\lambda < 1 + \delta\tau/2$, согласно (9), (10), $\chi = D(v^*)/D(v_m)$. При $q \ll 1$ эта формула упрощается:

$$\chi = (1 + \delta\tau) \Psi^{-2}(\delta\lambda, \delta\tau). \quad (11)$$

При $q \gg 1$

$$\chi = \Psi^{-1}(\delta\lambda, \delta\tau). \quad (12)$$

Зависимости проигрыша в точности КПО по сравнению с ОМП от относительной погрешности определения времени прихода $\delta\lambda$ при различных погрешностях в определении длительности синхрои импульса $\delta\tau$ приведены на рис. 2, где непрерывные линии — зависимости, рассчитанные по (11), штриховые — по (12); кривые 1-4 соответствуют $\delta\tau = -0,6; -0,3; 0,3; 0,6$. Зависимости χ от $\delta\tau$ при различных погрешностях $\delta\lambda$ в определении времени прихода синхрои импульса приведены на рис. 3, где кривые 1-3 соответствуют $\delta\lambda = 0,5; 0,3; 0,2$.

Если не удастся обеспечить высокую точность определения времени прихода и длительности импульса в канале синхронизации, то целесообразно исключить влияние неизвестных времени прихода и длительности радиоимпульса (1) на оценку его частоты v_0 . Для этого, согласно [2], надо максимизировать логарифм ФОП

$$M(v, \lambda, \tau) = \int_{\lambda}^{\lambda+\tau} y^2(t, v) dt - [\tau\theta/(2\pi)] \int_{-\infty}^{\infty} \ln[1 + qf(x)] dx$$

по λ и τ . Согласно [2], ОМП $\hat{v}$ частоты импульса (1) с неизвестными временем прихода и длительностью можно представить как

$$\hat{v} = \arg \sup_v M(v), v \in [-\Omega/2; \Omega/2], \quad (13)$$

где

$$M(v) = \sup_{\tau} M(v, \tau), \tau \in [T_1; T_2], \quad (14)$$

и, где в свою очередь

$$M(v, \tau) = \sup_{\lambda} M(v, \lambda, \tau), \lambda \in [0; T]. \quad (15)$$

В (14) предполагается, что неизвестная длительность радиоимпульса (1) принимает значения из априорного интервала $[T_1; T_2]$

Для получения ОМП $\hat{v}$ (13) необходимо модифицировать измеритель рис. 1. Ключ 1 должен быть открыт в течение всего интервала наблюдения $[0; T]$, а между интеграторами и решающим устройством 3 в разрывы, обозначенные А, необходимо дополнительно включить устройство, показанное на рис. 4, где 4 — линия задержки с m отводами; 5 — пиковые детекторы; 6 — решающее устройство, выделяющее наибольший из выходных сигналов пиковых детекторов.

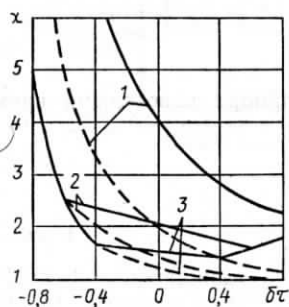


Рис. 3

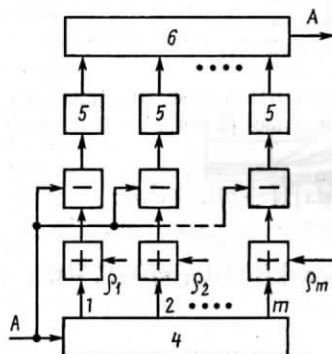


Рис. 4

При этом с k -го отвода линии задержки 4 снимается сигнал, задержанный на время $\Delta_k = T_1 + (2k-1)(T_2 - T_1)/(2m)$, который затем суммируется с $\rho_k = (\Delta_k \theta / 2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} \ln[1 + qf(x)] dx$. Устройство на рис. 4 позволяет получить на выходах пиковых детекторов 5 функцию (15), а на выходах решающих устройств 6 — функцию (14), после чего решающее устройство 3 на рис. 1 определит ОМП $\hat{v}$ согласно (13).

Используя метод локально-марковской аппроксимации [5], можно показать, что при достаточно больших μ оценка $\hat{v}$ (13) в первом приближении несмещенная и обладает дисперсией (10). Следовательно, в условиях высокой апостериорной точности незнание времени прихода и длительности радиоимпульса (1) не влияет на точность ОМП его частоты. Незнание времени прихода и длительности приводит лишь к более сложной структуре измерителя частоты в результате его модификации. Поэтому кривые на рис. 2 и 3, показывают выигрыш в точности оценки частоты в результате предложенной модификации измерителя рис. 1.

- Полученные результаты позволяют сделать обоснованный выбор между двумя измерителями частоты радиоимпульса в зависимости от погрешностей определения его времени прихода и длительности в канале синхронизации, а также в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценки частоты и к степени простоты технической реализации измерителя.

Литература

1. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. — М.: Радио и связь, 1982.
2. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. — М.: Сов. радио, 1978.
3. Трифонов А. П., Енина Е. П. — Радиотехника, 1983, № 8.
4. Куликов Е. И. Методы измерения случайных процессов. — М.: Радио и связь, 1986.
5. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1986.