

133
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР
ПО НАРОДНОМУ ОБРАЗОВАНИЮ

133
*ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ*

ПРИБОРОСТРОЕНИЕ

ТОМ XXXIV

№ 12

ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК

ИЗДАНИЕ ЛЕНИНГРАДСКОГО
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ИНСТИТУТА ТОЧНОЙ МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
1991

СОВМЕСТНАЯ ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ ПРИХОДА И ДЛИТЕЛЬНОСТИ СЛУЧАЙНОГО ИМПУЛЬСА

А. П. ТРИФОНОВ, А. В. ЗАХАРОВ

Воронежский государственный университет

Предложена аппаратная реализация измерителя времени прихода и длительности гауссовского сигнала. Найдены характеристики оценок при использовании в измерителе стандартных фильтров.

В практических приложениях методов анализа случайных процессов достаточно широко используется модель случайного импульса [1, 2]

$$s(t, \tau_0, \gamma_0) = I[(t - \tau_0)/\gamma_0] \xi(t), \quad I(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1/2; \\ 0, & |x| \geq 1/2, \end{cases} \quad (1)$$

где $\xi(t)$ — реализация центрированного стационарного гауссовского случайного процесса со спектром мощности $G(\omega)$; τ_0 — время прихода импульса; γ_0 — его длительность. Импульс (1) наблюдается в течение времени $[-T/2; T/2]$ на фоне гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 . В работе [1] предложена аппаратная реализация измерителя длительности γ_0 импульса (1) для случая, когда его время прихода τ_0 априори известно. В [2] предложена аппаратная реализация измерителя времени прихода импульса (1) для случая, когда его длительность априори известна. Здесь будем полагать, что неизвестны как время прихода τ_0 , так и длительность γ_0 импульса (1). Аналогично [1, 2] будем считать, что длительность импульса (1) значительно больше времени корреляции процесса $\xi(t)$, т. е.

$$\mu = \gamma_0 \Delta f_E / 2 \gg 1, \quad \Delta f_E = \int_{-\infty}^{\infty} G^2(\omega) d\omega / (2\pi G_m^2), \quad (2)$$

где G_m — максимальное значение спектра мощности $G(\omega)$ в полосе частот анализируемого импульса.

Пусть время прихода импульса (1) принимает значения из априорного интервала $[-T_0/2; T_0/2]$, а длительность импульса (1) — из интервала $[\Gamma_1; \Gamma_2]$, причем $T > T_0 + \Gamma_2$. Для оценки времени прихода импульса (1) с неизвестной длительностью можно использовать квазиоптимальный измеритель, предложенный в [3]. В этом измерителе, в частности, используются фильтр с импульсной переходной функцией (ИПФ) $h(t)$ и линия задержки (ЛЗ) с n отводами. Согласно [3] эффективность такого измерителя возрастает с увеличением числа n отводов ЛЗ, однако при этом усложняется аппаратная реализация измерителя. В то же время при ограничении на количество отводов ЛЗ точность оценки $\hat{\tau}_n$ времени прихода τ_0 в измерителе [3] может быть далека от по-

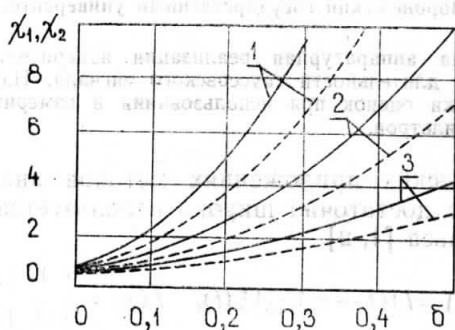


Рис. 1

тенциальной. Это подтверждается сравнительным анализом точности оценки $\hat{\tau}_n$ [3] и потенциальной точности оценки максимального правдоподобия (МП) $\hat{\tau}$ времени прихода импульса (1) с неизвестной длительностью [4]. На рис. 1 сплошными линиями нанесены значения проигрыша $\chi_1 = V_\delta(\hat{\tau}_n)/V(\hat{\tau})$ в точности оценки $\hat{\tau}_n$ по сравнению с оценкой МП в зависимости от величины $\delta = (\Gamma_1 - \Gamma_2)/(\Gamma_1 + \Gamma_2)$. Здесь $V_\delta(\hat{\tau}_n)$ — рассеяние оценки $\hat{\tau}_n$, найденное в [3], $V(\hat{\tau})$ — рассеяние оценки МП $\hat{\tau}$ [4]. Кривые нанесены для случая $\mu = 500$, $n = 4$, когда принимается сигнал (1) с полосовым спектром мощности $G(\omega) = G_m I(\omega/\Omega)$, а передаточная функция (ПФ) $H(\omega)$, соответствующая ИПФ $h(t)$, удовлетворяет условию $|H(\omega)|^2 = \theta_0(\omega)$, где $\theta_0(\omega) = 4G(\omega)/\{N_0[N_0 + 2G(\omega)]\}$, что согласно [2] соответствует оптимальному выбору ИПФ $h(t)$. При этом кривая 1 соответствует $q = 2G_m/N_0 = 1,4$; кривая 2 — $q = 1$; кривая 3 — $q = 0,7$. Из рис. 1 видно, что проигрыш χ_1 возрастает с увеличением q и δ и может достигать значительных величин. Это указывает на возможность повы-

шения точности оценки времени прихода импульса (1) с неизвестной длительностью.

Для повышения точности оценки времени прихода импульса (1) с неизвестной длительностью, следуя [4], воспользуемся методом МП и будем производить совместную оценку неизвестных τ_0 и γ_0 . Согласно [4] при выполнении (2) оценки МП $\hat{\tau}$ и $\hat{\gamma}$ параметров τ_0 и γ_0 соответственно представляют собой координаты абсолютного максимума функции

$$M(\tau, \gamma) = \frac{1}{2} \int_{\tau-\gamma/2}^{\tau+\gamma/2} y_0^2(t) dt + \frac{\gamma}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \ln [1 - N_0 |H_0(\omega)|^2/2] d\omega \quad (3)$$

в области $\tau \in [-T_0/2; T_0/2]$, $\gamma \in [\Gamma_1; \Gamma_2]$. Здесь $y_0(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t') h_0(t-t') dt'$ — выходной сигнал фильтра с ИФФ $h_0(t)$; $x(t) = s(t, \tau_0, \gamma_0) + n(t)$ — реализация наблюдаемых данных, причем ПФ $H_0(\omega)$, соответствующая ИФФ $h_0(t)$, удовлетворяет условию $|H_0(\omega)|^2 = \theta_0(\omega)$. Аналогично [2, 3], не ограничиваясь условием $|H_0(\omega)|^2 = \theta_0(\omega)$, будем рассматривать оценки $\hat{\tau}$ и $\hat{\gamma}$ при произвольной ИФФ фильтра, которую в отличие от $h_0(t)$ будем обозначать $h(t)$, а ПФ, соответствующую ИФФ $h(t)$, будем обозначать $H(\omega)$. Поскольку в общем случае $h_0(t) \neq h(t)$, то такие оценки уже не будут оптимальными в смысле критерия МП. Назовем такие оценки квазиправдоподобными и в отличие от оценок МП $\hat{\tau}$ и $\hat{\gamma}$ обозначим их $\hat{\tau}_q$ и $\hat{\gamma}_q$ соответственно.

Аппаратурная реализация функционала (3) как функции двух переменных τ и γ приводит к достаточно сложной структуре измерителя. Структуру измерителя можно существенно упростить, если ограничиться условием $T_0 < \Gamma_1$ и перейти от оценивания времени прихода τ_0 и длительности γ_0 к формированию оценок $\hat{\theta}_1$ и $\hat{\theta}_2$ положений переднего $\theta_{01} = \tau_0 - \gamma_0/2$ и заднего $\theta_{02} = \tau_0 + \gamma_0/2$ фронтов импульса (1) соответственно. При этом оценки $\hat{\tau}_q$ и $\hat{\gamma}_q$ времени прихода и длительности импульса нетрудно найти по формулам $\hat{\tau}_q = (\hat{\theta}_1 + \hat{\theta}_2)/2$, $\hat{\gamma}_q = \hat{\theta}_2 - \hat{\theta}_1$. Подставляя в (3) функцию $h(t)$ вместо $h_0(t)$, $H(\omega)$ вместо $H_0(\omega)$ и обозначая $\theta_1 = \tau - \gamma/2$, $\theta_2 = \tau + \gamma/2$, перепишем (3) в виде

$$M(\tau, \gamma) = L_1(\theta_1) + L_2(\theta_2), \quad L_1(\theta_1) = L(\theta_1, v),$$

$$L_2(\theta_2) = L(v, \theta_2); \quad L(v, \theta) = \int_v^{\theta} y^2(t) dt/2 + W(\theta - v), \quad (4)$$

где $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t') h(t-t') dt'$, $W = \int_{-\infty}^{\infty} \ln [1 - N_0 |H(\omega)|^2/2] d\omega / (4\pi)$, а выбор функции $h(t)$ ($H(\omega)$) осуществляется анало-

гично [2]. Величина v выбирается из интервала $[-(\Gamma_1 - T_0)/2; (\Gamma_1 - T_0)/2]$, так что $\theta_1 < v < \theta_2$ для всех значений $\tau \in [-T_0/2; T_0/2]$, $\gamma \in [\Gamma_1; \Gamma_2]$. При этом величина θ_1 принимает значения из априорного интервала $[-(T_0 + \Gamma_2)/2; (T_0 - \Gamma_1)/2]$, а величина θ_2 — из интервала $[-(T_0 - \Gamma_1)/2; (T_0 + \Gamma_2)/2]$. Будем выбирать величину v так, чтобы аналогично (2) выполнялись условия $\mu_1 = (v - \theta_1)\Delta f_E \gg 1$, $\mu_2 = (\theta_2 - v)\Delta f_E \gg 1$. Оценки $\hat{\theta}_1$ и $\hat{\theta}_2$ положений переднего и заднего фронтов импульса (1) представляют собой соответственно координаты абсолютных максимумов функций $L_1(\theta_1)$ и $L_2(\theta_2)$ на интервалах

$$\theta_1 \in [-(T_0 + \Gamma_2)/2; (T_0 - \Gamma_1)/2], \quad (5)$$

$$\theta_2 \in [-(T_0 - \Gamma_1)/2; (T_0 + \Gamma_2)/2]. \quad (6)$$

Измеритель времени прихода и длительности импульса (1), построенный на основе (4), может быть реализован, как

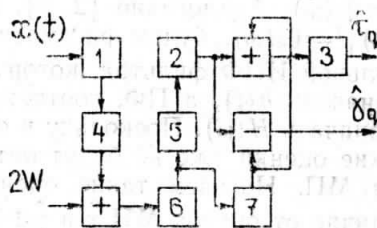


Рис. 2

показано на рис. 2, где 1 — фильтр с ИПФ $h(t)$; 2 — решающее устройство, фиксирующее положение $\hat{\theta}_1$ абсолютного максимума входного сигнала на интервале (5); 3 — аттенюатор с коэффициентом передачи 1/2; 4 — квадратор; 5 — инвертор; 6 — интегратор; 7 — решающее устройство, фиксирующее положение $\hat{\theta}_2$ абсолютного максимума входного сигнала на интервале (6).

Найдем характеристики оценок $\hat{\tau}_q$ и $\hat{\gamma}_q$. Аналогично [1—4] выделим сигнальные и шумовые функции на выходе измерителя (4). Полагая затем $\mu \gg 1$ (2), $\mu_1 \gg 1$, $\mu_2 \gg 1$ и решая соответствующие уравнения Фоккера — Планка — Колмогорова, найдем смещения $b_1(\hat{\tau}_q)$, $b_2(\hat{\gamma}_q)$ (систематические ошибки) и рассеяния $V_1(\hat{\tau}_q)$, $V_2(\hat{\gamma}_q)$ (средние квадраты ошибок) оценок $\hat{\tau}_q$ и $\hat{\gamma}_q$:

$$b_1(\hat{\tau}_q) \simeq 0, \quad V_1(\hat{\tau}_q) = \gamma_0^2 (V_0 - B_0^2)/2;$$

$$b_2(\hat{\gamma}_q) = -2\gamma_0 B_0, \quad V_2(\hat{\gamma}_q) = 2(V_0 + B_0^2)\gamma_0^2;$$

$$B_0 \simeq \frac{d_1^2 c_2^3 (d_1 c_2 - 2d_2 c_1) - d_2^2 c_1^3 (d_2 c_1 - 2d_1 c_2)}{2c_1^2 c_2^2 (d_2 c_1 - d_1 c_2)^2};$$

$$V_0 \simeq [d_1^3 c_2^5 (2d_1^2 c_2^2 - 6d_1 d_2 c_1 c_2 + 5d_2^2 c_1^2) - d_2^3 c_1^5 (2d_2^2 c_1^2 - 6d_1 d_2 c_1 c_2 + 5d_1^2 c_2^2)] / [2c_1^4 c_2^4 (d_1 c_2 - d_2 c_1)^3];$$

$$\begin{aligned}
 d_1 &= \gamma_0 \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^4 G(\omega) [N_0 + G(\omega)] d\omega / (4\pi) + d_2; \\
 c_1 &= \gamma_0 \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 G(\omega) d\omega / (4\pi) + c_2, \\
 d_2 &= \gamma_0 N_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^4 d\omega / (16\pi), \\
 c_2 &= \gamma_0 \int_{-\infty}^{\infty} [|H(\omega)|^2 N_0 + 2 \ln |1 - N_0| H(\omega)|^2 / 2] d\omega / (8\pi).
 \end{aligned} \quad (7)$$

Аналогично [4] погрешность этих формул убывает с увеличением апостериорной точности оценок. При этом предполагается, что ошибки оценивания существенно превосходят время корреляции $1/\Delta f_E$ импульса (1).

С целью проверки работоспособности измерителя (рис. 2) и установления границ применения формул (7) выполнялось статистическое моделирование работы измерителя на ЭВМ ЕС 1060. В процессе моделирования с шагом $0,01\gamma_0$ формировались отсчеты реализаций

$L_1(\theta_1)$ и $L_2(\theta_2)$ (4), затем определялись оценки $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\tau}_q, \hat{\gamma}_q$ и вычислялись характеристики оценок. Некоторые результаты моделирования, полученные на основе обработки не менее 10^3 реализаций $x(t)$, нанесены на рис. 3, 4, где также

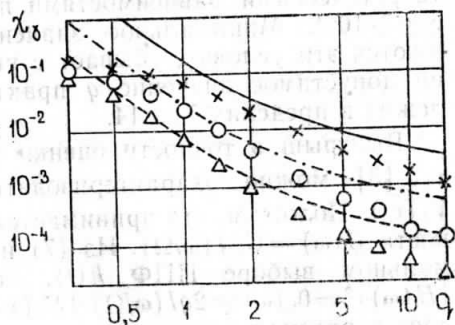


Рис. 3

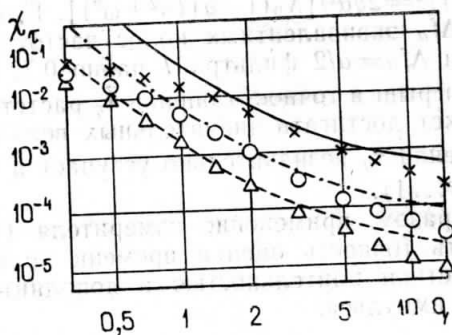


Рис. 4

таты моделирования, полученные на основе обработки не менее 10^3 реализаций $x(t)$, нанесены на рис. 3, 4, где также

показаны теоретические зависимости (7). На рис. 3 показаны теоретические зависимости нормированного рассеяния $\chi_\tau = V_1(\hat{\tau}_q)/\gamma_0^2$ оценки $\hat{\tau}_q$ времени прихода τ_0 , а на рис. 4 — нормированного рассеяния $\chi_\gamma = V_2(\hat{\gamma}_q)/\gamma_0^2$ оценки $\hat{\gamma}_q$ длительности γ_0 . Сплошные линии на рис. 3, 4 соответствуют $\mu=40$, штрихпунктирные — $\mu=100$, а штриховые — $\mu=200$. Соответствующие экспериментальные значения рассеяний обозначены следующим образом: $\times$ — для $\mu=40$, $\circ$ — для $\mu=100$, Δ — для $\mu=200$. Экспериментальные значения получены при фиксированных $\tau_0=0$, $\gamma_0=(T_0+\Gamma_2)/2$, $T_0 \leq \Gamma_1$, так что априорные интервалы (5), (6) принимают вид $\theta_1 \in [-\gamma_0; 0]$; $\theta_2 \in [0; \gamma_0]$. Результаты моделирования, приведенные на рис. 3, 4, удовлетворительно аппроксимируются теоретическими зависимостями при $\mu^{-2} \leq \chi_\tau \leq 5/10^{-2}$, $4\mu^{-2} \leq \chi_\gamma \leq 2 \cdot 10^{-1}$. Минимальное значение q , при котором выполняются эти условия, убывает с увеличением μ , а максимальное допустимое значение q практически не зависит от μ и лежит в пределах 7...14.

Выигрыш в точности оценки $\hat{\tau}_q$ по сравнению с оценкой $\hat{\tau}_n$ [3] можно охарактеризовать отношением $\chi_2 = V_\delta(\hat{\tau}_n)/V_1(\hat{\tau}_q)$. Положим, что принимается импульс со спектром мощности $G(\omega) = G_m I(\omega/\Omega)$. Из (7) и [3] следует, что при оптимальном выборе ИПФ $h(t)$, когда выполняется условие $|H(\omega)|^2 = \theta_0(\omega) = 2qI(\omega/\Omega)/[N_0(1+q)]$, выигрыш χ_2 совпадает с рассмотренным выше проигрышем χ_1 . Следовательно, сплошные линии на рис. 1 показывают зависимости $\chi_2 = \chi_2(\delta)$ при $G(\omega) = G_m I(\omega/\Omega)$, $\mu=500$, $n=4$ и при оптимальном выборе ИПФ $h(t)$. Штриховые линии на рис. 1 показывают аналогичные зависимости, когда в качестве фильтра I на рис. 2 и в [3] используется RC-фильтр с ПФ, удовлетворяющей условию $|H(\omega)|^2 = 2q\alpha^2/[N_0(1+q)(\alpha^2 + \omega^2)]$. При этом отношение $v = \Delta f_E/\Delta f_H$ эквивалентных полос частот $\Delta f_E = \Omega/2\pi$ импульса (1) и $\Delta f_H = \alpha/2$ фильтра I равно 0,7. Из рис. 1 следует, что выигрыш в точности оценки $\hat{\tau}_q$ растет с увеличением q и δ и может достигать значительных величин. При $\delta \rightarrow 0$ ($\Gamma_1 \rightarrow \Gamma_2$) оценка $\hat{\tau}_q$ незначительно уступает в точности оценке $\hat{\tau}_n$ ($\chi_2 \approx 0,5 \dots 1$).

Таким образом, применение измерителя (рис. 2) позволяет повысить точность оценки времени прихода импульса (1) с неизвестной длительностью и дополнительно оценить длительность импульса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Трифонов А. П., Галун С. А., Парфенов В. И. Оценка длительности случайного гауссовского сигнала // Изв. вузов СССР. Приборостроение. — 1984. — Т. 27, № 11. — С. 9—13.

2. Трифонов А. П., Захаров А. В. Квазиоптимальная оценка времени прихода случайного импульса//Там же. — 1986. — Т. 29, № 5. — С. 3—6.
3. Трифонов А. П., Захаров А. В. Квазиоптимальная оценка времени прихода случайного импульса с неизвестной длительностью//Там же. — 1989. — Т. 32, № 1. — С. 3—6.
4. Трифонов А. П., Бутейко В. К., Захаров А. В. Совместная оценка задержки и длительности сигнала при наличии модулирующей помехи//Изв. вузов СССР. Радиоэлектроника. — 1990. — Т. 33, № 4. — С. 89—91.

Рекомендована кафедрой
радиофизики

Поступила в редакцию
8 июля 1991 г.

Изв. вузов СССР. Приборостроение. — 1991. — № 12.