

ISSN 0021 — 3470

ИЗВЕСТИЯ  
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ  
ЗАВЕДЕНИЙ

# РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ТОМ 36  
1-2

ИЗДАНИЕ  
КИЕВСКОГО  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО  
ИНСТИТУТА

1993

А. П. ТРИ ФОНОВ, М. Б. БЕСПАЛОВА

ОЦЕНКА ДАЛЬНОСТИ И СКОРОСТИ ПРИ  
ЗОНДИРОВАНИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ  
ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ

Найдены характеристики совместно-эффективных оценок дальности и скорости. Определены потери в точности оценок вследствие ограничения пиковой мощности импульсов.

В системах оптической локации широко применяются последовательности оптических импульсов [1, 2]. Рассмотрим характеристики участвующих с их помощью оценок дальности и скорости, учитывая обычно имеющиеся место ограничения времени зондирования, пиковой мощности и энергии зондирующей последовательности [2].

Положим, что излучается последовательность оптических импульсов с интенсивностью

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k \left[ \frac{t - (k + \mu) \Theta - \lambda}{\tau} \right] = \sum_{k=0}^{N-1} a_k f \left[ \frac{t - (k + \mu) \Theta - \lambda}{\tau} \right], \quad (1)$$

где  $a_k$  — максимальная интенсивность одного импульса;  $\Theta$  — период следования;  $\lambda$  — временное положение;  $\tau = \int_{-\infty}^{\infty} s_1^2(t) dt [\max s_1^2(t)]^{-1}$  — эквивалентная длительность одного импульса последовательности. Функция  $f(x) \geq 0$  в (1) описывает форму одного импульса последовательности и нормирована так, что  $\max f(x) = 1$ ,  $\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) dx = 1$ . Значение  $\mu$  определяет, с какой точкой последовательности связано ее временное положение. Если  $\mu = 0$ , то  $\lambda$  — временное положение первого импульса последовательности. Если же

$$\mu = -(N-1)/2, \quad (2)$$

то  $\lambda$  — временное положение середины последовательности.

В результате рассеяния зондирующей последовательности с интенсивностью (1) точечной целью, интенсивность принимаемого сигнала будет иметь вид

$$s(t, R_0, v_0) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k f \left[ \frac{t - 2R_0/c - (k + \mu) \Theta (1 + 2v_0/c)}{\tau} \right], \quad (3)$$

где  $R_0$  — дальность;  $v_0$  — скорость цели;  $c$  — скорость света, причем  $v_0/c \ll 1$ . Сигнал с интенсивностью (3) принимается в течение времени  $T > N\Theta$  на фоне оптического шума с интенсивностью  $v$ . Следовательно, в обработке доступна реализация пуассоновского процесса с интенсивностью  $v + s(t, R_0, v_0)$  [1, 2].

Потенциальная точность оценки дальности цели при ее неизвестности и скорости характеризуется дисперсией эффективной оценки [2]

$$D_v(R) = D(R) / (1 - \rho^2), \quad (4)$$

где

$$D(R) = \left\{ \int_0^T \left[ \frac{\partial s(t, R, v)}{\partial R} \right]^2 [v + s(t, R, v)]^{-1} dt \right\}_{R_0, v_0}^{-1} \quad (5)$$

— дисперсия эффективной оценки дальности цели при априори известности скорости;

$$\rho = - \left\{ \int_0^T \frac{\partial s(t, R, v)}{\partial R} \frac{\partial s(t, R, v)}{\partial v} [v + s(t, R, v)]^{-1} dt \right\}_{R_0, v_0} \times \\ \times [D(R) D(v)]^{1/2} \quad (6)$$

— коэффициент корреляции совместно-эффективных оценок дальности и скорости цели;

$$D(v) = \left\{ \int_0^T \left[ \frac{\partial s(t, R, v)}{\partial v} \right]^2 [v + s(t, R, v)]^{-1} dt \right\}_{R_0, v_0}^{-1} \quad (7)$$

— дисперсия эффективной оценки скорости цели при априори известности дальности. Соответственно дисперсия эффективной оценки скорости при априори неизвестной дальности цели определяется выражением

$$D_R(v) = D(v) / (1 - \rho^2). \quad (8)$$

Подставим (3) и (5...7) и, полагая, что скважность последовательности (3) достаточно велика, найдем

$$D(R) = c^2 \tau \left[ 4 \sum_{k=0}^{N-1} F(a_k) \right]^{-1}; \quad (9)$$

$$\rho = - \sum_{k=0}^{N-1} (k + \mu) F(a_k) \left[ \sum_{k=0}^{N-1} F(a_k) \sum_{k=0}^{N-1} (k + \mu)^2 F(a_k) \right]^{-1/2}; \quad (10)$$

$$D(v) = c^2 \tau \left[ 4 \Theta^2 \sum_{k=0}^{N-1} (k + \mu)^2 F(a_k) \right]^{-1}; \quad (11)$$

$$F(a) = a^2 \int_{-\infty}^{\infty} [df(x) / dx]^2 [v + af(x)]^{-1} dx. \quad (12)$$

обы определить дисперсии совместно-эффективных оценок дальности и скорости, подставим (9)...(11) в (4) и (8). Получим

$$v(R) = c^2 \tau \sum_{k=0}^{N-1} (k + \mu)^2 F(a_k) \left[ 4 \sum_{k=0}^{N-1} F(a_k) \sum_{k=0}^{N-1} (k - \mu_0)^2 F(a_k) \right]^{-1}; \quad (13)$$

$$D_R(v) = c^2 \tau \left[ 4 \Theta^2 \sum_{k=0}^{N-1} (k - \mu_0)^2 F(a_k) \right]^{-1}; \quad (14)$$

$$\mu_0 = \sum_{k=0}^{N-1} k F(a_k) \left[ \sum_{k=0}^{N-1} F(a_k) \right]^{-1}. \quad (15)$$

Положим вначале, что выполняется раздельная оценка дальности и скорости [3]. Обычно энергия зондирующей последовательности (1) ограничена, так что

$$\sum_{k=0}^{N-1} a_k \leq A. \quad (16)$$

Рассмотрим влияние числа импульсов последовательности (1) на дисперсию оценки дальности (9) при априори известной скорости цели и выполнении (16). Пусть максимальные интенсивности отдельных импульсов последовательности (3) одинаковы. Тогда, согласно (16)

$$a_0 = a_1 = \dots = a_{N-1} = A / N \quad (17)$$

дисперсия оценки дальности (9) принимает вид

$$D(R) = c^2 \tau [4 N F(A / N)]^{-1} = c^2 \tau \{ 4 A^2 \int_{-\infty}^{\infty} [df(x) / dx]^2 \times \\ \times [Nv + Af(x)]^{-1} dx \}^{-1}. \quad (18)$$

Видим, что дисперсия оценки дальности является монотонно возрастающей функцией числа импульсов последовательности (3). Следовательно, максимальная точность оценки дальности достигается при использовании вырожденной зондирующей последовательности, состоящей из одного импульса с интенсивностью  $\Lambda$ . Соответственно, минимальная дисперсия раздельной оценки дальности определяется из (18) при  $N = 1$

$$\min D(R) = c^2 \tau [4 F(\Lambda)]^{-1} = c^2 \tau \{4 \Lambda^2 \int_{-\infty}^{\infty} [df(x) / dx]^2 \times \\ \times [\nu + \Lambda f(x)]^{-1} dx\}^{-1}. \quad (19)$$

Если увеличить в (19) интенсивность оптического шума в  $N$  раз, т. е. заменить  $\nu$  на  $N\nu$ , то получим выражение (18). Следовательно, использование для оценки дальности вместо одного импульса с интенсивностью  $\Lambda$  последовательности из  $N$  импульсов с интенсивностями (17) эквивалентно увеличению интенсивности оптического шума в  $N$  раз. Очевидно это может привести к существенному снижению точности оценки дальности.

Необходимость в использовании последовательности импульсов для раздельной оценки дальности возникает при наличии ограничения пиковой мощности отдельных импульсов [2]. Пусть допустимые значения интенсивности отдельных импульсов зондирующей последовательности ограничены, так что

$$a_k \leq a_{\max}, \quad k = \overline{0; N-1} \quad (20)$$

и  $a_{\max} < \Lambda$ . Тогда зондирующий сигнал с суммарной интенсивностью  $\Lambda$  должен содержать

$$N = E[\Lambda / a_{\max}] + 1 \quad (21)$$

импульсов. В (21)  $E[x]$  означает целую часть  $x$ . Сопоставляя (18) и (19), находим проигрыш в точности оценки дальности вследствие ограничения пиковой мощности (20)

$$\chi_1 = D(R) / \min D(R) = F(\Lambda) / NF(\Lambda / N). \quad (22)$$

Здесь число импульсов последовательности  $N$  определяется из (21). Величина проигрыша в точности оценки дальности зависит от вида функции (12), которая в свою очередь определяется формой интенсивности одного импульса последовательностей (1), (3). Поэтому без конкретизации формы интенсивности одного импульса проигрыш в точности оценки дальности можно определить, лишь исследуя асимптотическое поведение функции (12). Действительно, при  $a \ll \nu$

$$F(a) = a^2 \int_{-\infty}^{\infty} [df(x)/dx]^2 dx / \nu, \quad (23)$$

при  $a \gg \nu$

$$F(a) = a^2 \int_{-\infty}^{\infty} [df(x)/dx]^2 f^{-1}(x) dx. \quad (24) \quad \vee$$

используя (23), (24), найдем асимптотические значения проигрыша в точности оценки дальности (22). Так при

$$A \ll \nu \quad (25)$$

из (22) и (23) имеем

$$\chi_1 \approx N, \quad (26)$$

при

$$A \gg N \nu \quad (27)$$

из (22) и (24) получаем

$$\chi_1 = 1. \quad (28)$$

Согласно (26) проигрыш в точности оценки дальности может быть значительным, если число импульсов в зондирующей последовательности велико. В то же время, если интенсивность каждого импульса последовательности существенно превосходит интенсивность оптического шума, то проигрыш практически отсутствует.

Как правило, кроме ограничения энергии зондирующего сигнала (16) пиковой мощности отдельных импульсов (20), ограничивается время  $T_s$ , отводимое на зондирование цели [2, 3]. Следовательно, длительность зондирующей последовательности с интенсивностью (1) должна удовлетворять условию

$$\Theta(N-1) \leq T_s. \quad (29)$$

Согласно (11), дисперсия раздельной оценки скорости обратно пропорциональна квадрату периода следования зондирующих импульсов. Поэтому при оценке скорости целесообразно использовать зондирующий сигнал с максимально допустимой длительностью  $T_s$ , полагая

$$\Theta = T_s / (N-1). \quad (30)$$

Пусть ограничены энергия (16) и длительность (29) зондирующей последовательности импульсов. Подставим в (11) значение  $\mu$  из (2), а значения максимальных интенсивностей импульсов и периода следования

ния — из (17) и (30) соответственно. Тогда выражение (11) для дисперсии оценки скорости при априори известной дальности цели перепишется как

$$D(v) = 3 c^2 \tau^2 (N-1) / T_s^2 N(N+1) F(A/N). \quad (3)$$

Используя (12), получаем, что дисперсия оценки скорости является монотонно возрастающей функцией числа импульсов последовательности (3). Поскольку информация о доплеровском сдвиге частоты отраженного оптического сигнала теряется при фотодетектировании, для оценки скорости необходим зондирующий сигнал, содержащий не менее двух импульсов [1]. Следовательно, максимальная точность оценки скорости достигается при использовании последовательности из двух импульсов интенсивностями  $A/2$ , разнесенных на максимально допустимое время  $T_s$ . Соответственно, минимальная дисперсия раздельной оценки скорости определяется из (31) при  $N=2$

$$\min D(v) = c^2 \tau^2 / 2 T_s^2 F(A/2). \quad (32)$$

Если пиковая мощность отдельных импульсов последовательности ограничена (20) и  $a_m < A/2$ , то необходимо использовать последовательность содержащую более двух импульсов. В этом случае дисперсия оценки скорости (31) будет превышать свое минимальное значение (32). Сопоставляя (31) и (32), находим проигрыш в точности оценки скорости вследствие ограничения пиковой мощности (20)

$$\chi_2 = D(v) / \min D(v) = 6(N-1) F(A/2) / N(N+1) F(A/N). \quad (33)$$

Здесь число импульсов последовательности  $N$  определяется из (21).

Используя (23), (24), получаем асимптотические значения проигрыша в точности оценки скорости (33). Когда выполняется (25), из (23) (33) имеем

$$\chi_2 \approx 3N(N-1) / 2(N+1). \quad (34)$$

Если же выполняется (27), то из (24) и (33) находим

$$\chi_2 \approx 3(N-1) / (N+1). \quad (35)$$

Пусть ограничения на пиковую мощность существенны, так что в (21)  $N \gg 1$ . Тогда (34) примет вид

$$\chi_2 \approx 3N/2, \quad (36)$$

а (35) перепишется как

$$\chi_2 \approx 3. \quad (37)$$



Сопоставляя (26) и (36), а так же (28) и (37), видим, что пиковые ограничения в большей степени снижают точность оценки скорости, чем дальности.

Положим теперь, что выполняется совместная оценка дальности и скорости при зондировании цели последовательностью оптических импульсов с интенсивностью (1). Опять считаем, что энергия зондирующего сигнала ограничена (16), а максимальные интенсивности отдельных импульсов одинаковы и определяются из (17) при  $N \geq 2$ . Тогда из (15) имеем

$$\mu_0 = (N - 1) / 2 = -\mu, \quad (38)$$

где  $\mu$  определяется из (2). Подставляя (2), (17) и (38) в (13) и (14), получаем, что дисперсии совместных оценок дальности и скорости совпадают с соответствующими дисперсиями отдельных оценок, так что

$$D_v(R) = D(R), \quad D_R(v) = D(v), \quad (39)$$

где  $D(R)$  и  $D(v)$  определены в (18) и (31) соответственно. Отличие (39) от (18) в том, что при совместной оценке обязательно  $N \geq 2$  [1]. Следовательно, минимальная дисперсия совместной оценки дальности определяется из (18), (39) при  $N = 2$

$$\min D_v(R) = c^2 \tau / 8 F(A/2). \quad (40)$$

Сопоставляя (19) и (40), находим минимальный проигрыш в точности совместной оценки дальности вследствие необходимости одновременной оценки скорости

$$\chi_3 = \min D_v(R) / \min D(R) = F(A) / 2 F(A/2). \quad (41)$$

Из (22) следует, что  $\chi_3 = \chi_1$  при  $N = 2$ . Прогрыш (41) в точности совместной оценки дальности по сравнению с отдельной оценкой имеет место при отсутствии пиковых ограничений (20). При выполнении (25), согласно (23), из (41) имеем  $\chi_3 \rightarrow 2$ , а при  $A \gg 1$  очевидно  $\chi_3 \rightarrow 1$ . Следовательно, необходимость одновременной оценки скорости может привести к увеличению дисперсии совместной оценки дальности в два раза.

Пусть при наличии пиковых ограничений (20) определяемое из (21) число импульсов  $N > 2$ . Тогда проигрыш в точности совместной оценки дальности по сравнению с отдельной, вследствие необходимости одновременной оценки скорости, отсутствует. Однако при  $N > 2$  и выполнении (16) дисперсия совместной оценки дальности возрастает по сравнению со своим минимальным значением (40). Соответственно, проигрыш в точности совместной оценки дальности вследствие ограничения пиковой мощности запишется как



$$\chi_4 = D_v(R) / \min D_v(R) = 2 F(\Lambda/2) / N F(\Lambda/N). \quad (42)$$

Здесь число импульсов последовательности  $N$  определяется из (21).

Если выполняется (25), то согласно (23) из (42) получаем, что  $\chi_4 = N/2$ . Соответственно, при выполнении (27) величина  $\chi_4 = 1$ , т. е. проигрыш практически отсутствует.

Соотношения (2), (17), (38) приводят к равенству дисперсий раздельных (11) и совместных (14) оценок скорости. Поэтому, проигрыш в точности совместной оценки скорости вследствие ограничения пиковой мощности (20) можно рассчитать по формуле (33). Действительно, в силу (39)

$$D_R(v) / \min D_R(v) = \chi_2, \quad (43)$$

где  $\chi_2$  определяется из (33).

Таким образом, при отсутствии ограничений пиковой мощности необходимость использования хотя бы двух импульсов для оценки скорости приводит к проигрышу (41) в точности совместной оценки дальности по сравнению с раздельной. В общем случае, ограничение пиковой мощности (20) приводит к проигрышу как в точности раздельных оценок дальности (22) и скорости (33), так и в точности совместных оценок дальности (42) и скорости (43).

Для иллюстрации полученных общих выражений рассмотрим конкретный пример. Положим, что форма интенсивности одного импульса зондирующей последовательности описывается кривой Лоренца [4]

$$f(x) = [1 + (\pi x/2)^2]^{-1}. \quad (44)$$

Подставляя (44) в (12), находим

$$F(a) = a^2 (3 + \sqrt{1 + a/v}) / v (1 + \sqrt{1 + a/v})^3. \quad (45)$$

Подставляя затем (45) в (22), (33) и (42) соответственно, получаем для проигрыша в точности оценок вследствие пиковых ограничений (20) следующие выражения:

$$\chi_1 = N \frac{3 + \sqrt{1 + q}}{3 + \sqrt{1 + q/N}} \left( \frac{1 + \sqrt{1 + q/N}}{1 + \sqrt{1 + q}} \right)^3 \quad (46)$$

— для раздельной оценки дальности;

$$\chi_2 = \frac{3N(N-1)}{2(N+1)} \frac{3 + \sqrt{1 + q/2}}{3 + \sqrt{1 + q/N}} \left( \frac{1 + \sqrt{1 + q/N}}{1 + \sqrt{1 + q/2}} \right)^3 \quad (47)$$

— для раздельной и совместной оценок скорости;

$$\chi_4 = \frac{N}{2} \frac{3 + \sqrt{1 + q/2}}{3 + \sqrt{1 + q/N}} \left( \frac{1 + \sqrt{1 + q/N}}{1 + \sqrt{1 + q/2}} \right)^3 \quad (48)$$

— для совместной оценки дальности. Как уже отмечалось, минимальный проигрыш  $\chi_3$  в точности совместной оценки дальности по сравнению с раздельной оценкой, вследствие необходимости одновременной оценки скорости, может быть рассчитан по формуле (46) при  $N = 2$ . В (46)...(48) обозначено  $q = A/\nu$  — отношение суммарной интенсивности зондирующей последовательности к интенсивности оптического шума.

На рис. 1 представлены зависимости проигрыша в точности оценок дальности и скорости от отношения сигнал—шум  $q$  для различного числа импульсов последовательности. Проигрыш в точности раздельной оценки дальности (46) показан сплошными, проигрыш в точности раздельной и совместной оценки скорости (47) — штрихпунктирными, а проигрыш в точности совместной оценки дальности (48) — штриховыми линиями. Сплошная кривая рисунка при  $N = 2$  также показывает проигрыш  $\chi_3$  (41) в точности совместной оценки дальности по сравнению с раздельной в отсутствие ограничений пиковой мощности, вследствие необходимости одновременной оценки скорости.

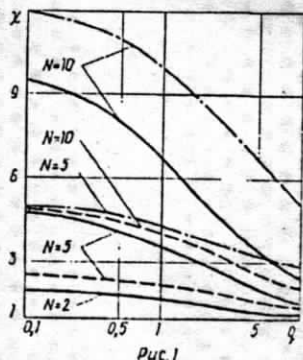


Рис. 1

Полученные соотношения позволяют сделать обоснованный выбор параметров зондирующей последовательности оптических импульсов в зависимости от формы интенсивности одного импульса и с учетом обычно имеющих место ограничений времени зондирования, пиковой мощности и энергии зондирующей последовательности.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Долинин И. А., Терпугов А. Ф. Статистические методы в оптической локации. — Томск: ТГУ, 1982. — 256 с.
2. Воробьев В. И. Оптическая локация для радионинженеров. — М.: Радио и связь, 1983. — 176 с.
3. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. — Сов. радио, 1978. — 296 с.
4. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. — М.: Наука, 1981. — 640 с.

Воронежский государственный ун-т.

Поступила в редакцию 03.08.92.