142
р 6264
994/5-6
С2
142

ISSN 0021 — 3470

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ТОМ 37

5-6

ИЗДАНИЕ
КИЕВСКОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО
ИНСТИТУТА

1994

УДК 621.391

ТРИФОНОВ А. П., ЗЮЛЬКОВ А. В.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ФАЗОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ АТМОСФЕРЫ ПО ПОЛЮ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА УЗКОПОЛОСНОГО СИГНАЛА

На основе метода максимального правдоподобия синтезирован алгоритм оценки пространственных фазовых флуктуаций «замороженной» турбулентной атмосферы при наличии у источника излучения неинформативных параметров. Найдены потенциальные характеристики синтезированного алгоритма.

Флуктуации показателя преломления турбулентной атмосферы ухудшают точностные характеристики информационных систем в основном из-за вносимых фазовых искажений поля. Поэтому их измерение и дальнейшая компенсация представляют собой актуальную задачу [1, 2 и др.].

Будем считать, что оценка пространственных параметров искажений волнового фронта производится по полю точечного источника квазимонохроматического излучения. Тогда при определенных условиях [2] фазовые флуктуации описываются функцией $\varphi(\rho)$, зависящей лишь от координат ρ точки в плоскости регистрации излучения. В [2] исследованы алгоритмы оценки фазовых флуктуаций по сигналу точечного источника со всеми априори известными параметрами, когда приемная апертура состоит из N субапертур. Однако обычно принимаемый сигнал кроме оцениваемых отсчетов фазовых флуктуаций (информативных параметров) содержит и другие неизвестные параметры, оценка которых не представляет интереса. Они являются неинформативными в данном случае. В [3] рассмотрены характеристики алгоритма из [2] при наличии неинформативных параметров. Показано, что имеет место существенное ухудшение характеристик этого алгоритма при наличии неинформативных параметров. Рассмотрим здесь возможность уменьшения проигрыша в точности оценки параметров пространственных фазовых флуктуаций из-за наличия неинформативных параметров.

Пусть в некоторой точке (координаты которой $\mathbf{q} \in Q$ могут быть неизвестны) плоскости Ω_0 находится точечный источник квазимонохроматического сигнала с огибающей $F(t, \mathbf{l})$ и фазой $\psi(t, \mathbf{l})$, зависящими от r-мерного вектора $\mathbf{l} \in L$ неинформативных неэнергетических параметров [4]. Наблюдение осуществляется в точке ρ плоскости Ω параллельной Ω_0 и расположенной на дальности R. Тогда комплексная амплитуда поля, излучаемого точечным источником, записывается в виде

$$\dot{E}(\mathbf{r}, t; \mathbf{l}, \mathbf{q}) = \dot{s}(t, \mathbf{l})\,\delta(\mathbf{r} - \mathbf{q}),$$

$$\dot{s}(t, \mathbf{l}) = F(t, \mathbf{l}) \exp [j\psi(t, \mathbf{l})], \mathbf{r} \in \Omega_0,$$

где q — вектор неизвестных координат источника; $\delta(\cdot)$ — дельта-функция Дирака. Комплексная амплитуда поля в плоскости наблюдения задается соотношениями

$$\dot{\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}, t; \boldsymbol{\mu}, \mathbf{l}, \mathbf{q}) = \dot{s}(t, \mathbf{l})\, \dot{s}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{q}), \quad \dot{s}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\mu}, \mathbf{q}) = \dot{H}(\mathbf{q} - \boldsymbol{\rho}) \exp [j\psi(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\rho})],$$

где $\varphi(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\rho})$ — функция, характеризующая фазовые флуктуации и зависящая от N-мерного вектора $\boldsymbol{\mu} \in M$ неизвестных параметров, подлежащих оценке; $\dot{H}(\rho) = \exp(jkR + jk|\rho|^2/2R)/j\lambda R$ – приближение Френеля функции Грина уравнения Гельмгольца для комплексной амплитуды поля в свободном пространстве; λ — длина волны излучения; $\boldsymbol{k = 2\pi/\lambda}$. Из-за неизбежного наличия помех в области Ω наблюдается реализация случайного поля

$$x(\boldsymbol{\rho}, t) = \varepsilon_c(\boldsymbol{\rho}, t; \boldsymbol{\mu}_0, \boldsymbol{\gamma}_0) + n(\boldsymbol{\rho}, t), \varepsilon_c(\boldsymbol{\rho}, t; \boldsymbol{\mu}_0, \boldsymbol{\gamma}_0) =$$

$$= \operatorname{Re}\{\varepsilon(\boldsymbol{\rho}, t, \boldsymbol{\mu}_0, \boldsymbol{\gamma}_0) \exp(-j\omega_0 t)\} \tag{1}$$

в виде аддитивной смеси сигнала с частотой ω_0 и реализации гауссовского шумового поля с нулевым средним значением и факторизуемой корреляционной функцией

$$\mathrm{E}[n(\boldsymbol{\rho}, t)] = 0, \mathrm{E}[n(\boldsymbol{\rho}_1, t_1)\, n(\boldsymbol{\rho}_2, t_2)] = K(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)\, K(t_1, t_2).$$

В соотношении (1) $\boldsymbol{\gamma} = (\mathbf{l}, \mathbf{q}) \in \Gamma$ представляет собой вектор неинформативных параметров сигнала, а индексом «ноль» отмечены истинные значения параметров.

Часто апертура приемного устройства, расположенная в плоскости Ω, представляет собой совокупность N субапертур [2]. При этом один из возможных способов параметризации функции фазовых искажений состоит в представлении ее в виде отсчетов фазы по субапертурам $\varphi(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\mu}) = \sum_{i=1}^{N} \mu_i I_i(\boldsymbol{\rho})$, где $I_i(\boldsymbol{\rho})$ — индикатор подобласти Δ_i области Ω, занимаемой соответствующей субапертурой. Тогда логарифм функционала отношения правдоподобия можно записать в виде [2, 4]

$$M(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\gamma}) = \operatorname{Re}\left[\sum_{i=1}^{N} \exp(j\mu_i)\, \dot{U}_i(\boldsymbol{\gamma})\right]; \tag{2}$$

$$\dot{U}_i(\boldsymbol{\gamma}) = \int_0^T \dot{X}_i(t, \mathbf{q})\, \dot{V}(t, \mathbf{l}) \exp(-j\omega_0 t)\, dt, \dot{X}_i(t, \mathbf{q}) =$$

$$= \int_{\Delta_i} x(\rho, t)\, \dot V_i(\rho, q)\, d\rho; \tag{3}$$

$$\dot V_i(\rho, q) = \int_{\Delta_i} \dot H(q - \kappa)\, \theta(\kappa, \rho)\, d\kappa, \quad \int_{\Omega} K(\rho, \rho_1)\, \theta(\rho_1, \kappa)\, d\rho_1 = \delta(\rho - \kappa); \tag{4}$$

$$\int_0^T \dot V(t_1, l) \exp(-j\omega_0 t_1)\, K(t_1, t)\, d t_1 = \dot s(t, l) \exp(-j\omega_0 t).$$

Здесь σ_i — площадь i-й субапертуры Δ_i. Выражение для комплексного корреляционного интеграла можно также переписать как

$$\dot U_i(\gamma) = \int_{\Delta_i} \dot X(\rho, l)\, \dot V_i(\rho, q)\, d\rho, \quad \dot X(\rho, l) =$$

$$= \int_0^T x(\rho, t)\, \dot V(t, l) \exp(-j\omega_0 t)\, d t. \tag{5}$$

На основании (2) запишем систему уравнений максимального правдоподобия (МП) $\mathrm{Re}\, [\, j\, \dot U_i(\gamma) \exp(j\mu_i)\,] = 0,\ i = \overline{1, N}$;

$$\mathrm{Re}\, [\, \sum_{i=1}^{N} \exp(j\mu_i)\, j\, \dot U_i(\gamma) / \partial\gamma_k\,] = 0, \ k = 1, \nu + 2, \gamma = \gamma_m, \mu_i = \mu_{mi}.$$

Здесь индексом m отмечены решения γ_m и μ_m системы уравнений МП. При фиксированном значении γ первые N уравнений системы решаются аналитически: $\mu_i = -\arg \dot U_i(\gamma)$. Подставляя это решение в (2), видим, что оценка максимального правдоподобия неинформативных параметров находится как положение абсолютного максимума случайного поля $M_1(\gamma) = M(\mu(\gamma), \gamma) = \sum_{i=1}^{N} |\, \dot U_i(\gamma)\, |$. В результате решение системы МП имеет вид

$$\mu_{mi} = -\arg \dot U_i(\gamma_m); \tag{6}$$

$$\gamma_m = \arg \sup_{\gamma} \sum_{i=1}^{N} |\, \dot U_i(\gamma)\, |. \tag{7}$$

При наличии у сигнала неинформативных параметров алгоритм, использованный в [2], представляется следующим образом:

$$\hat\mu_{mi} = -\arg \dot U_i(\hat\gamma), \tag{8}$$

где $\hat{\gamma}$ — некоторое предполагаемое значение неинформативных параметров, причем, в общем случае $\hat{\gamma} \neq \gamma_0$. Структура устройства обработки, задаваемого этим соотношением, существенно более простая, чем для (6), (7). В последнем случае необходим дополнительно многоканальный измеритель неинформативных параметров γ (7). В соответствии с (6), (7) оценкой фазы на i-й субапертуре служит фаза соответствующего комплексного корреляционного интеграла в точке γ_m. Последняя находится как положение максимума суммы модулей комплексных корреляционных интегралов по всем N субапертурам. Таким образом, данная структура обработки фактически соответствует реализации адаптации в алгоритме [2] по неинформативным параметрам сигнала.

Формирование комплексного корреляционного интеграла может быть осуществлено двумя способами в соответствии с выражениями (3) и (5). Первый способ предполагает пропускание наблюдаемого на каждой субапертуре сигнала через пространственный фильтр, согласованный с пространственной корреляционной функцией шума. Тогда в фокальной плоскости линзы, входная апертура которой совпадает с областью Δ_i, сформируется поле $\dot{X}_i(t, \mathrm{q})$. Причем, в качестве транспоранта $\dot{V}_i(\rho, \mathrm{q})$ используется результат корреляции в когерентном оптическом корреляторе поля точечного источника с опорным сигналом $\theta(;\cdot)$, являющимся решением интегрального уравнения (4). Поле $\dot{U}_i(\gamma)$ (с точностью до несущественного фазового множителя) является результатом пропускания $\dot{X}_i(t, \mathrm{q})$ через узкополосный фильтр. Амплитудно-фазовая характеристика фильтра согласована как с видом изучаемого сигнала, так и с временной корреляционной функцией шума. В соответствии с (5) формирование $\dot{X}(\rho, \mathrm{l})$ сводится к пропусканию реализации наблюдаемых данных через узкополосный временной фильтр. Дальнейшая обработка представляет собой когерентную пространственную фильтрацию.

Найдем характеристики совместной оценки максимального правдоподобия информативных μ и неинформативных γ параметров в условиях высокой апостериорной точности измерения. Ввиду того, что неинформативные параметры радиосигнала предполагаются [4] неэнергетическими, отношение сигнал—шум на i-й субапертуре не зависит от l и определяется выражением

$$z_i^2 = {}_n z_i^2 \, {}_b z^2, \; {}_n z_i^2 \equiv \int\limits_{\Delta_i} s^*(\rho, \mathrm{q}_0) \, \dot{V}_i(\rho, \mathrm{q}_0) \, d\rho, \; {}_b z^2 \equiv \int\limits_{\Delta_i} s^*(t, \mathrm{l}_0) \, \dot{V}(t, \mathrm{l}_0) \, dt / 2.$$

Здесь ${}_n z^2$ и ${}_b z^2$ — соответственно пространственная и временная составляющие отношения сигнал—шум. Введем также аналогичное отношение по всей апертуре $z^2 = \sum_{i=1}^{N} z_i^2$. Полагая, что отношение сигнал—шум достаточно велико, из (2) получаем выражение для ненормированной сигнальной функции [4]

$$S(\mu_0, \mu; \gamma_o, \gamma) = \mathrm{E}\,[M(\mu, 1)\,] = \mathrm{Re} \sum_{i=1}^{N} z_i^2 \dot{G}_i(\gamma_0, \gamma) \exp\,[j(\mu_i - \mu_{0i})\,];$$

$$\dot{G}_i(\gamma_0, \gamma) = \dot{Q}_i(\mathrm{q}_0, \mathrm{q})\, \dot{G}(\mathrm{l}_0, \mathrm{l}),\; \dot{G}(\mathrm{l}_0, \mathrm{l}) = \int_0^T s^*(t, \mathrm{l}_o)\, \dot{V}(t, \mathrm{l})\, d\,t\,/\,(2_b z^2);$$

$$\dot{Q}_i(\mathrm{q}_0, \mathrm{q}) = {}_n\bar{z}_i^{-2} \iint_{\Delta_i \Delta_i} H^*(\mathrm{q}_0 - \boldsymbol{\rho})\, \dot{H}(\mathrm{q} - \boldsymbol{\kappa})\, \theta(\boldsymbol{\kappa}, \boldsymbol{\rho})\, d\,\boldsymbol{\kappa}\, d\,\boldsymbol{\rho}.$$

В дальнейшем будем считать, что площади всех субапертур одинаковы, шумовое поле однородно. Тогда $z_i = z_0$, $i = \overline{1, N}$, $z^2 = N z_0^2$,

$$S(\mu_0, \mu; \gamma_0, \gamma) = \mathrm{Re}\, z^2 N^{-1} \sum_{i=1}^{N} \dot{G}_i(\gamma_0, \gamma) \exp\,[j(\mu_i - \mu_{0i})\,].$$

Для расчета характеристик оценки сформируем матрицу из вторых производных сигнальной функции в точке истинного значения аргумента

$$\widehat{S} = z_0^2 \begin{pmatrix} \widehat{I} & \widehat{A} \\ \widehat{A}^T & \widehat{G} \end{pmatrix}, \widehat{G} = \|\, g_{ij} \,\|, g_{ij} =$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} \partial^2 \dot{G}_k(\gamma_1, \gamma_2) \,/\, \partial \gamma_{1i}\, \partial \gamma_{2j} \,|_{\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_0},$$

$$i, j = \overline{1, \nu + 2}.$$

Здесь $\widehat{I}$ — единичная матрица размером N^2; $\widehat{A}$ — матрица размером $N \times (\nu + 2)$, составленная из N векторов-строк $a_i = (a_{i1}, \ldots, a_{i\nu+2})$,

$$a_{ij} = \partial \Phi_i(\gamma_0, \gamma) \,/\, \partial \gamma_j, \gamma = \gamma_0;\; G_i(;\cdot) = |\, \dot{G}_i(;\cdot)\,|, \Phi_i(;\cdot) =$$

$$= \arg \dot{G}_i(;\cdot),\; i = \overline{1, N}, j = \overline{1, \nu + 2}.$$

Обращая блочную матрицу $\widehat{S}$, получаем окончательное выражение для элемента корреляционной матрицы ошибок измерения параметров $\boldsymbol{\mu}$

$$K_{ik} = \mathrm{E}\,[\,(\mu_{mi} - \mu_{0i})(\mu_{mk} - \mu_{0k})\,] = z_0^2(\delta_{ik} + N^{-1} a_i \widehat{G}^{-1} a_k^T), \tag{9}$$

где δ_{ik} — символ Кронекера.

В частном случае, когда у сигнала отсутствуют неинформативные параметры, (9) принимает вид:

$$K_{ik} = z_0^{-2}\,\delta_{ik}, \tag{10}$$

что совпадает с известным результатом [2].

Если известны координаты источника излучения q, но присутствуют неэнергетические неинформативные параметры l, то в (9) следует положить $\dot{G}_i(\gamma_1, \gamma_2) = \dot{G}(\mathrm{l}_0, \mathrm{l})$, $a_i = a$, $i = \overline{1, N}$. Наконец, если у излучаемого сигнала отсутствует фазовая модуляция ($\psi(t, \mathrm{l}) \equiv 0$), то $a = 0$ и (9) совпадает с (10). Следовательно, если от неэнергетических неинформативных параметров зависит лишь закон амплитудной модуляции излучаемого сигнала, то характеристики оценок информативных параметров в условиях высокой апостериорной точности не зависят от наличия неинформативных параметров. Их присутствие приводит лишь к более сложной структуре алгоритма измерения.

В качестве примера найдем характеристики точности оценки параметров фазовых флуктуаций по монохроматическому сигналу с амплитудой A и длительностью T точечного источника с неизвестными координатами на фоне белого шума с пространственно-временной спектральной плотностью N_0. Считаем, что квадратная приемная антенна состоит из $N = 4$ квадратных субапертур со стороной $2a$ каждая, так что $\sigma_i \equiv \sigma$, $\Delta_i \equiv \Delta$, $i = \overline{1, 4}$. При интегрировании по области i-й субапертуры введем новую систему координат с началом в ее центре ρ_l, так что $\rho = \rho_l + \kappa$. Тогда

$$\theta(\kappa - \rho) = \delta(\kappa - \rho),\ z_0^2 = A^2\, T\, \sigma \,/\, [2\, N_0\, (\lambda R)^2\,];$$

$${}_n z_i^2 = {}_n z^2 = \int\limits_{\Delta} \dot{s}^*(\rho, \mathrm{q}_0)\, \dot{s}(\rho, \mathrm{q}_0)\, d\rho = \int\limits_{\Delta} |\, \dot{H}(\mathrm{q}_0 - \rho)\,|^2\, d\rho = \sigma \,/\, (\lambda R)^2;$$

$$Q_i(\mathrm{q}_0, \mathrm{q}) = \exp\{j k\, [(q^2 - q_0^2)/2 + (\mathrm{q} - \mathrm{q}_0, \rho_i)\,] / R\}\, h(\mathrm{q} - \mathrm{q}_0),$$

$$h(\mathrm{q}) \equiv \sigma^{-1} \int\limits_{\Delta} \exp(j k\, \mathrm{q} \kappa / R)\, d\kappa\,. \tag{11}$$

Тогда из (11) имеем

$$\sum_{i=1}^{4} \dot{G}_i(\gamma_0, \gamma)/4 = Q_0(\mathrm{q}, \mathrm{q}_0)\, \dot{c}(\mathrm{q}, \mathrm{q}_0),\ \dot{Q}(\mathrm{q}, \mathrm{q}_0) =$$

$$= \exp[\,j k\,(q^2 - q_0^2)/2R\,]\, h(\mathrm{q}, \mathrm{q}_0);$$

$$\dot{c}(\mathrm{q}) = \sum_{i=1}^{4} \exp[j k(\mathrm{q}, \rho_i) / R] / 4; \; c(\mathrm{q}) \equiv |\dot{c}(\mathrm{q})|;$$

$$a(\mathrm{q}, \mathrm{q}_0) = h(\mathrm{q} - \mathrm{q}_0)\, c(\mathrm{q} - \mathrm{q}_0), \; \Phi(\mathrm{q}, \mathrm{q}_0) = k(q^2 - q_0^2) / 2R + \arg \dot{c}(\mathrm{q} - \mathrm{q}$$

С использованием найденных общих соотношений получим

$$a_i = k(\mathrm{q} + \rho_i) / R, \; \widehat{G} = \widehat{h} + k^2 \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{4} (\rho_i - \rho_i)^T (\rho_i - \rho_j) / 32 R^2;$$

$$\widehat{h} = \| h_{ij} \|, \; h_{ij} = -\partial^2 h(\mathrm{q}) / \partial q_i \partial q_j |_{\mathrm{q}=0}, \; i, j = \overline{1, 4},$$

где q_0 — истинное значение неизвестной координаты точечного источни ка. Согласно (9) получаем выражение для дисперсии оценки μ_{mi}:

$$D_i \equiv \mathrm{E}\, [(\mu_{mi} - \mu_{0i})^2] = z_0^{-2} (1 + \alpha_i / 4), \; \alpha_i = 3 \, | \mathrm{q}_0 + \rho_i |^2 / (4 a^2).$$

Таким образом, дисперсия оценки фазы на каждой субапертуре прям пропорциональна квадрату расстояния от проекции точечного источник на плоскость приемной апертуры до центра соответствующей субаперту ры и обратно пропорциональна площади субапертуры.

Аналогично [3] можно получить характеристики точности измере ния параметров фазовых флуктуаций с помощью квазиправдоподобного алгоритма (8) [2], не осуществляющего оценку координат q источника сигнала. При этом в качестве оценки параметра μ используется фаза поля в некоторой точке $\widehat{\mathrm{q}}$ предполагаемого расположения источника. Алгоритм имеет условные смещение и дисперсию, задаваемые соотношениями:

$$b_i = -k(q^2 - q_0^2) - k(\mathrm{q} - \mathrm{q}_0, \rho_i) / R; \; D_i = z_0^{-2} \, | h(\mathrm{q} - \mathrm{q}_0) |^2. \quad (12)$$

Если $\widehat{\mathrm{q}} = \mathrm{q}_0$, то эти выражения переходят в известные [2]:

$$b_i = 0; \; D_i = z_0^{-2}. \quad (13)$$

Когда ожидаемое положение источника излучения совпадает с центром n-й субапертуры, а истинное — с центром всей апертуры ($\mathrm{q} = 0$), получим:

$$b_n = -3 a^2 k / R; \; D_n = z_0^{-2} [(k a^2 / R) / \sin(k a^2 / R)]^4. \quad (14)$$

При этом характеристики точности оценки μ_i, $i \neq n$ (по другим субапертурам) отличны от (14).

Из сопоставления (12) и (13) и из [3] следует, что квазиправдоподобный алгоритм (8) [2] даже при высокой апостериорной точности оценки может иметь характеристики существенно хуже потенциальных, что ограничивает возможность его использования в задачах оценки параметров фазовых флуктуаций поля. Алгоритм максимального правдоподобия (6), (7), несмотря на его большую сложность даже при умеренных N, обеспечивает точность измерения, сравнимую с потенциальной при отсутствии неинформативных параметров.

Таким образом, полученные результаты позволяют сделать обоснованный выбор между алгоритмами (6), (7) и (8) [2] в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценки и степени простоты технической реализации алгоритма.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Мартышевский Ю. В.* Анализ точности определения координат лазерного пучка телевизионной следящей системой // Радиоэлектроника.— 1990.— № 8.— С. 34—38. (Изв. высш. учеб. заведений).
2. Адаптация в информационных оптических системах / Н. Н. Матвеев, А. Н. Сафронов, Н. Н. Троицкий и др.; Под ред. Н. Д. Устинова.— М.: Радио и связь, 1984.— 334 с.
3. *Зюльков А. В.* Точность оценки пространственных параметров флуктуаций среды по полю, рассеянному малоразмерным объектом // Статистические модели и обработка случайных сигналов и полей.— Харьков: Изд-во ХИРЭ.— 1992.— Ч. 2.— С. 55—59.
4. *Куликов Е. И., Трифонов А. П.* Оценка параметров сигналов на фоне помех.— М.: Радио и связь, 1978.— 296 с.

Воронежский госуниверситет.

Поступила в редакцию 30.03.93.

УДК 621.391

СОКОЛОВ С. В., ПАВЛЕНКО П. П.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ИНВАРИАНТНОГО ПОГРУЖЕНИЯ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ МИНИМАКСНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

На основе метода инвариантного погружения решена задача оценивания стохастических процессов в условиях неопределенности распределения помехи измерения. Показано, что полученные уравнения являются обобщением известной схемы фильтрации по критерию максимума апостериорной плотности вероятности. Приведен пример, иллюстрирующий эффективность практического применения предложенного подхода.

Задача оценивания нелинейного стохастического процесса вида

$$\dot{x}_t = f(x, t) + \xi, \tag{1}$$

наблюдатель которого, в свою очередь, описывается уравнением

$$z_t = h(x, t) + V_t, \tag{2}$$