

Р- 6207/39/1-8
996/39/1-8

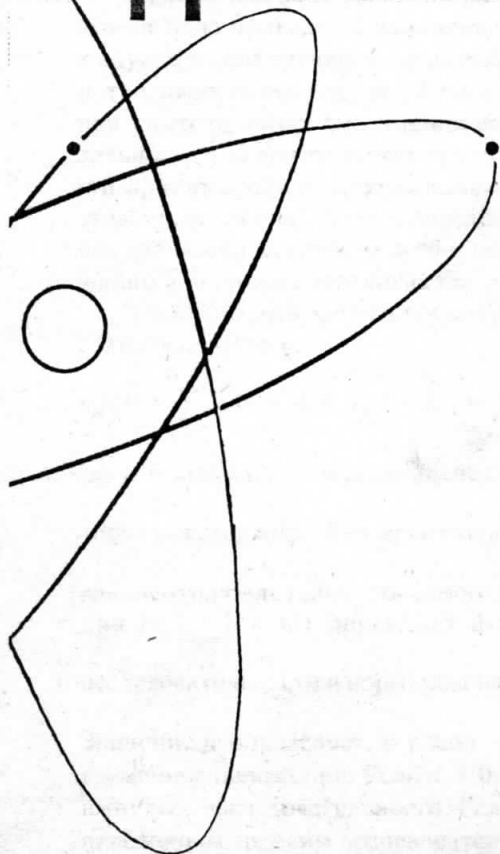
62



ISSN 0021-3470

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА



ТОМ 39

7-8

ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

1996

КВАЗИПРАВДОПОДОБНАЯ ОЦЕНКА ДАЛЬНОСТИ И СКОРОСТИ ПРИ ЗОНДИРОВАНИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ

Найдены потери в точности оценок за счет различия в форме интенсивностей зондирующего и принимаемого сигналов.

В системах оптической локации широко применяются последовательности оптических импульсов [1—3]. В [3] найдены характеристики совместно-эффективных оценок дальности и скорости, которые определяют потенциальные возможности оптической локации.

Однако реальные условия распространения света и формирования эхо-сигнала приводят к изменению параметров и формы интенсивности импульсов зондирующей последовательности [1, 2]. В результате форма интенсивности зондирующей последовательности, которая используется при синтезе алгоритма оценок максимального правдоподобия (ОМП) дальности и скорости может отличаться от реальной формы интенсивности принимаемой последовательности оптических импульсов. В связи с этим представляет интерес определить степень ухудшения качества оценок дальности и скорости за счет отличия формы интенсивности зондирующего и принимаемого сигналов.

Положим, что излучается последовательность оптических импульсов с интенсивностью

$$s_N(t) = \sum_{k=0}^{N-1} s[t - (k - \mu)\theta - \lambda] = \sum_{k=0}^{N-1} af\{|t - (k - \mu)\theta - \lambda|/\tau\}, \quad (1)$$

где $a = \max s(t)$ — максимальная интенсивность одного импульса, θ — период следования, λ — временное положение, $\tau = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt / a^2$ — эк-

вивалентная длительность одного импульса последовательности. Функция $f(x) \geq 0$ в (1) описывает форму одного импульса зондирующей последовательности и нормирована так, что $\max f(x) = 1$, $\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) dx = 1$.

Значение μ определяет, с какой точкой последовательности связано ее временное положение. Если $\mu = 0$, то λ — временное положение первого импульса последовательности. Если же $\mu = (N - 1) / 2$, то λ — временное положение середины последовательности.

В результате рассеяния зондирующей последовательности с интенсивностью (1) целью, интенсивность принимаемого сигнала будет иметь вид

$$s(t, R_0, V_0) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k [t - 2R_0/c - (k - \mu)\theta(1 + 2V_0/c)] = \\ = \sum_{k=0}^{N-1} a_k f_k \{ [t - 2R_0/c - (k - \mu)\theta(1 + 2V_0/c)] / \tau_k \}, \quad (2)$$

где $\tau_k = \int_{-\infty}^{\infty} s_k^2(t) dt / a_k^2$ — эквивалентная длительность принимаемого импульса, $a_k = \max s_k(t)$, а $f_k(x) \geq 0$ описывает форму интенсивности одного принимаемого импульса и нормирована так же, как $f(x)$ в (1). При этом в общем случае $a_k \neq a$, $f_k(x) \neq f(x)$ и $\tau_k \neq \tau$ [1, 2]. В (2) обозначено: R_0 — дальность, V_0 — скорость цели, c — скорость света, причем $V_0 \ll c$. Сигнал с интенсивностью (2) принимается в течение времени $T > N\theta$ на фоне оптического шума с интенсивностью ν . Следовательно, обработке доступна реализация пуассоновского процесса с интенсивностью $\nu + s(t, R_0, V_0)$ [1—3].

Скважность зондирующей последовательности (1) и принимаемой последовательности (2) полагаем не слишком малой, так что отдельные импульсы не перекрываются. Тогда для оптического сигнала с интенсивностью (1) логарифм функционала отношения правдоподобия с точностью до несущественного слагаемого описывается выражением [4]

$$L(R, V) = \sum_{k=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} \ln [1 + af \{ t - 2R/c - (k - \mu)\theta(1 + 2V/c) \} / \tau] / \nu] d\pi'(t). \quad (3)$$

Наблюдаемая реализация пуассоновского случайного процесса $\pi(t)$ в (3) содержит оптический сигнал с интенсивностью (2), которая отличается от (1). Поэтому оценки R и V дальности R_0 и скорости V_0 , определяемые как положение абсолютного (наибольшего) максимума функции (3) не являются ОМП. Эти оценки можно назвать квазиправдоподобными оценками (КПО) [5], поскольку они совпадают с ОМП при $a_k = a$, $\tau_k = \tau$, $f_k(x) = f(x)$, $k = 0, N-1$.

Для определения характеристик КПО дальности и скорости представим (3) в виде суммы сигнальной и шумовой функций [6]

$$L(R, V) = S(R, V) + N(R, V) + C,$$

$$S(R, V) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \int_{-\infty}^{\infty} f_k \{ |t - 2R_0/c - (k - \mu)\theta(1 + 2V_0/c)| / \tau_k \} \ln |1 + af \{ |t - 2R/c - (k - \mu)\theta(1 + 2V/c)| / \tau \} / v| dt,$$

$$C = v\tau N \int_{-\infty}^{\infty} \ln |1 + af(x)/v| dx. \quad (4)$$

Шумовая функция $N(R, V) = L(R, V) - M[L(R, V)]$ является реализацией случайного поля, причем

$$M[N(R, V)] = 0, B(R_1, R_2, V_1, V_2) = M[N(R_1, V_1)N(R_2, V_2)] =$$

$$= \sum_{k=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} [v + a_k f_k \{ |t - 2R_0/c - (k - \mu)\theta(1 + 2V_0/c)| / \tau_k \}] \times$$

$$\times \ln |1 + af \{ |t - 2R_1/c - (k - \mu)\theta(1 + 2V_1/c)| / \tau \} / v| \times$$

$$\times \ln |1 + af \{ |t - 2R_2/c - (k - \mu)\theta(1 + 2V_2/c)| / \tau \} / v| dt. \quad (5)$$

При выводе сигнальной функции (4) и корреляционной функции шумовой функции (5) предполагалось, что $|R - R_0| < c\theta/2$, $|V - V_0| < c$. Поэтому формулы (5), (6) описывают центральные пики соответствующих функций [6].

Так как по определению КПО функция $L(R, V)$ (3) при $R = R_0$, $V = V_0$ обращается в абсолютный максимум, КПО R и V являются решением системы уравнений

$$\frac{\partial}{\partial R} [S(R, V) + N(R, V)]_{\hat{R}, \hat{V}} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial V} [S(R, V) + N(R, V)]_{\hat{R}, \hat{V}} = 0. \quad (6)$$

При этом, если шумовая функция отсутствует, т. е. $N(R, V) \equiv 0$, то функция (3) достигает максимума в некоторой точке $(\hat{R}, \hat{V})$, причем в общем случае $\hat{R} \neq R_0$, $\hat{V} \neq V_0$. Систему уравнений для определения $\hat{R}$ и $\hat{V}$ можно записать как

$$\left[\frac{\partial S(R, V)}{\partial R} \right]_{\hat{R}, \hat{V}} = - \frac{2a}{c v} \sum_{k=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df(x)}{dx} \frac{a_k f_k(x\tau/\tau_k + \Delta_k)}{1 + af(x)/v} dx = 0,$$

$$\left. \frac{\partial S(R, V)}{\partial V} \right]_{R, V} - \frac{2a\theta}{c\tau} \sum_{k=0}^{N-1} (k-\mu) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df(x)}{dx} \frac{a_k f_k(x\tau/\tau_k + \Delta_k)}{1 + af(x)/v} dx = 0.$$

$$\Delta_k = 2 [(\bar{R} - R_0) + (k - \mu)(\bar{V} - V_0)] / c\tau_k \quad (7)$$

Поскольку $\max S(R, V) = S(\bar{R}, \bar{V})$, то отношение сигнал—шум ЦШ) получаем в виде [6] $z^2 = S^2(\bar{R}, \bar{V}) / B(\bar{R}, \bar{R}, \bar{V}, \bar{V})$. Полагая ОСШ таточно большим, для решения системы уравнений (6) воспользуемся годом малого параметра [6], в качестве которого используем величину $\frac{1}{z}$. Ограничиваясь рассмотрением первого приближения, находим смещение (систематическую ошибку) КПО дальности и скорости

$$b_q(R) = M[\hat{R} - R_0] = \bar{R} - R_0,$$

$$b_q(V) = M[\hat{V} - V_0] = \bar{V} - V_0, \quad (8)$$

а также дисперсии и коэффициент корреляции КПО

$$D_q(R) = M[(\hat{R} - \bar{R})^2] = (S_{RV}^2 B_V - 2 S_{RV} S_V B_{RV} + S_V^2 B_R) \times$$

$$\times (S_R S_V - S_{RV})^{-2},$$

$$D_q(V) = M[(\hat{V} - \bar{V})^2] = (S_R^2 B_V - 2 S_R S_{RV} B_{RV} + S_{RV}^2 B_R) \times$$

$$\times (S_R S_V - S_{RV})^{-2}, \quad (9)$$

$$\rho_q = M[(\hat{R} - \bar{R})(\hat{V} - \bar{V})] [D_q(R) D_q(V)]^{-1/2} = (S_R S_V B_{RV} -$$

$$- S_{RV} S_R B_V - S_{RV} S_V B_R + S_{RV}^2 B_{RV}) (S_R S_V - S_{RV})^{-2} \times$$

$$\times [D_q(R) D_q(V)]^{-1/2}.$$

здесь обозначено

$$S_R = \left[\frac{\partial^2 S(R, V)}{\partial R^2} \right]_{R, V} = \frac{4}{c^2 \tau} \sum_{k=0}^{N-1} A_k,$$

$$S_V = \left[\frac{\partial^2 S(R, V)}{\partial V^2} \right]_{R, V} = \frac{4\theta^2}{c^2 \tau} \sum_{k=0}^{N-1} (k-\mu)^2 A_k,$$

$$S_{RV} = \left[\frac{\partial^2 S(R, V)}{\partial R \partial V} \right]_{R, V} = \frac{4\theta}{c^2 \tau} \sum_{k=0}^{N-1} (k-\mu) A_k,$$

$$B_R = \left[\frac{\partial^2 B(R_1, R_2, V_1, V_2)}{\partial R_1 \partial R_2} \right]_{R, V} = \frac{4}{c^2 \tau} \sum_{k=0}^{N-1} B_k,$$

$$B_V = \left[\frac{\partial^2 B(R_1, R_2, V_1, V_2)}{\partial V_1 \partial V_2} \right]_{R, V} = \frac{4 \theta^2}{c^2 \tau} \sum_{k=0}^{N-1} (k - \mu)^2 B_k,$$

$$B_{RV} = \left[\frac{\partial^2 B(R_1, R_2, V_1, V_2)}{\partial R_1 \partial V_2} \right]_{R, V} = \frac{4 \theta}{c^2 \tau} \sum_{k=0}^{N-1} (k - \mu) B_k,$$

$$A_k = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ a \frac{d^2 f(x)}{dx^2} [\nu + a f(x)] - \left[a \frac{df(x)}{dx} \right]^2 \right\} \frac{a_k f_k(x \tau / \tau_k + \Delta_k)}{[\nu + a f(x)]^2} dx,$$

$$B_k = \int_{-\infty}^{\infty} \left[a \frac{df(x)}{dx} \right]^2 \frac{\nu + a_k f_k(x \tau / \tau_k + \Delta_k)}{[\nu + a f(x)]^2} dx. \quad (10)$$

Согласно (8) КПО дальности и скорости в общем случае смещенные. Однако, если форма интенсивности импульсов зондирующего (1) и принимаемого (2) сигналов описывается четными функциями, т. е.

$$f(x) = f(-x), f_k(x) = f_k(-x), k = \overline{0, N-1}, \quad (11)$$

то решения системы уравнений (7) совпадают с истинными значениями дальности и скорости. Следовательно, при выполнении (11) КПО дальности и скорости несмещенные, а их дисперсии можно найти из (9), положив в (10) $\Delta_k = 0, k = \overline{0, N-1}$.

Выражения для дисперсий несмещенных КПО существенно упрощаются, если форма и параметры интенсивности всех импульсов принимаемой последовательности (2) одинаковы, так что

$$a_0 = a_1 = \dots = a_{N-1}, \tau_0 = \tau_1 = \dots = \tau_{N-1}, \\ f_0(x) = f_1(x) = \dots = f_{N-1}(x). \quad (12)$$

Выражения (9) для дисперсий КПО дальности и скорости принимают вид

$$D_q(R) = \frac{c^2 \tau B_0}{4 A_0^2} \frac{N^2 - 1 + 12 [(N-1) / 2 - \mu]^2}{N(N^2 - 1)}, \quad (13)$$

$$D_q(V) = \frac{3 c^2 \tau B_0}{\theta^2 A_0^2 N(N^2 - 1)}. \quad (14)$$

Существенно упрощается также выражение для коэффициента корреляции КПО

$$\rho_q = \frac{(N-1)/2 - \mu}{\{(N^2 - 1)/12 + [(N-1)/2 - \mu]^2\}^{1/2}}. \quad (15)$$

В (13), (14) обозначено

$$A_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ a \frac{d^2 f(x)}{dx^2} [v + a f(x)] - \left[a \frac{df(x)}{dx} \right]^2 \right\} \frac{a_0 f_0(x\tau/\tau_0)}{[v + a f(x)]^2} dx,$$

$$B_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \left[a \frac{df(x)}{dx} \right]^2 \frac{v + a_0 f_0(x\tau/\tau_0)}{[v + a f(x)]^2} dx. \quad (16)$$

Для сравнения приведем характеристики ОМП дальности и скорости при выполнении (12). Используя результаты [3], для дисперсии ОМП дальности и скорости можем записать соответственно выражения

$$D_V(R) = \frac{c^2 \tau_0}{4 F(a_0)} \frac{N^2 - 1 + 12 [(N-1)/2 - \mu]^2}{N(N^2 - 1)}, \quad (17)$$

$$D_R(V) = \frac{3 c^2 \tau_0}{\theta^2 F(a_0) N(N^2 - 1)}, \quad (18)$$

где $F(a_0) = \int_{-\infty}^{\infty} [a_0 df_0(x)/dx]^2 [v + a_0 f_0(x)]^{-1} dx$. Коэффициент корреляции ОМП дальности и скорости совпадает при этом с коэффициентом корреляции КПО (15). Отметим также, что (17), (18) можно получить как частный случай (13), (14) соответственно, положив в (16) $a = a_0$, $\tau = \tau_0$, $f(x) = f_0(x)$.

Сравнение (9) и (17), (18) позволяет определить степень ухудшения качества оценок дальности и скорости за счет отличия формы интенсивности зондирующего и принимаемого сигналов. Рассмотрим подробнее случай, когда выполняются условия (11) и (12). Сопоставляя тогда (13), (14) и (17), (18) соответственно, можем охарактеризовать проигрыш в точности КПО по сравнению с ОМП отношением

$$g = \frac{D_q(R)}{D_V(R)} = \frac{D_q(V)}{D_R(V)} = \frac{\tau B_0 F(a_0)}{\tau_0 A_0^2}. \quad (19)$$

Необходимость в использовании последовательности оптических импульсов часто возникает при наличии пиковых ограничений мощности

отдельных импульсов [2, 3]. Поэтому представляет интерес анализ проигрыша в точности КПО (19) для слабых оптических импульсов, когда $a \ll \nu$ и $a_k \ll \nu$, $k = 0, N-1$. В этом случае выражение (19) принимает вид

$$g = \frac{1}{i} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{df(x)}{dx} \right]^2 dx \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{df_0(x)}{dx} \right]^2 dx \left[\int_{-\infty}^{\infty} f'(x) f'_0 \left(\frac{x\tau}{\tau_0} \right) dx \right]^{-2}, \quad (20)$$

где $f'(x) = df(x)/dx$, $f'_0(x) = df_0(x)/dx$. Согласно (20) для слабых оптических импульсов отличие максимальных интенсивностей отдельных импульсов зондирующей (1) и принимаемой (2) последовательности не влияет на точность оценки дальности и скорости. Если к тому же формы интенсивностей зондирующих и принимаемых импульсов совпадают, то к снижению точности КПО дальности и скорости приводит лишь отличие эквивалентных длительностей импульсов.

Рассмотрим несколько конкретных примеров, иллюстрирующих влияние отличия эквивалентных длительностей зондирующих и принимаемых импульсов на проигрыш в точности КПО дальности и скорости по сравнению с ОМП.

1. Оптические импульсы с интенсивностью, описываемой кривой Гаусса

$$f(x) = f_0(x) = \exp[-\pi x^2/2]. \quad (21)$$

Подставляя (21) в (20) для проигрыша в точности КПО, находим

$$g_1(\chi) = (1 + \chi^2)^3 / 8\chi^2, \quad \chi = \tau/\tau_0. \quad (22)$$

2. Оптические импульсы с интенсивностью, описываемой кривой Лоренца

$$f(x) = f_0(x) = [1 + (\pi x/2)^2]^{-1}. \quad (23)$$

Подставляя (23) в (20), имеем

$$g_2(\chi) = (1 + \chi)^6 / 64\chi^3. \quad (24)$$

3. Оптические импульсы с экспоненциальной формой интенсивности

$$f(x) = f_0(x) = \exp(-|x|). \quad (25)$$

Для (25) из (20) получаем

$$g_3(\chi) = (1 + \chi)^2 / 4\chi. \quad (26)$$

На рис. 1 приведены зависимости проигрыша в точности КПО дальности и скорости по сравнению с ОМП от отношения эквивалентных длительностей зондирующего и принимаемого импульса χ . Кривая 1 показывает зависимость (22) для импульсов с интенсивностью (21), кривая 2 — зависимость (24) и кривая 3 — зависимость (26). Из анализа рис. 1 следует, что проигрыш в точности КПО существенно зависит от формы интенсивности импульса и максимален для импульсов, форма интенсивности которых описывается кривой Гаусса (21).

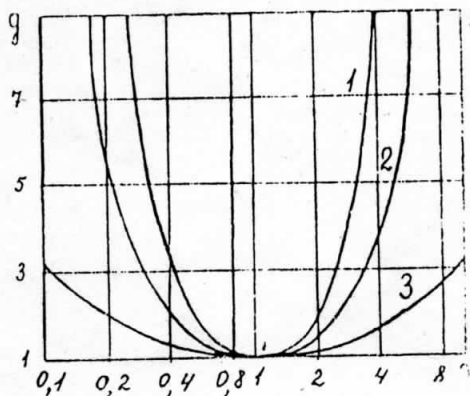


Рис. 1

В то же время, при сравнительно малых отличиях эквивалентных длительностей зондирующих и принимаемых импульсов проигрыш в точности КПО не очень велик. Так, при $0,5 \leq \chi \leq 2$ наибольший проигрыш в точности оценки дальности и скорости не превышает 3 дБ.

Приведенные результаты получены при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Долинин Н. А., Терпугов А. Ф. Статистические методы в оптической локации. — Томск: ТГУ, 1981. — 256 с.
2. Воробьев В. И. Оптическая локация для радиоинженеров. — М.: Радио и связь, 1983. — 176 с.
3. Трифонов А. П., Беспалова М. Б. Оценка дальности и скорости при зондировании исследователями оптических импульсов // Радиотехника. — 1993. — Т. 36. — № 1. — С. 17—25. (Изв. высш. учеб. заведений).
4. Большаков И. А., Ракошиц В. С. Прикладная теория случайных потоков. — М.: Сов. радио, 1978. — 248 с.
5. Мудров В. И., Кушко В. Л. Методы обработки измерений. — М.: Радио и связь, 1983. — 304 с.
6. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. — М.: Сов. радио, 1978. — 296 с.

Воронежский госуниверситет.

Поступила в редакцию 05.10.95.