

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

РАДИОТЕХНИКА и ЭЛЕКТРОНИКА

Главный редактор
Ю.В. Гуляев

Положим, что на поле T -образного белого шума с односторонней спектральной плотностью N , наблюдается неслучайность из M мануалов, каждая из которых описывается функцией $\mu_i, i = 1, 2, \dots, M$. Здесь $\lambda = (M_1, \dots, M_M)$ - вектор неинформативных параметров. Если информативные параметры имеют одинаковые значения для всех мануалов, то полученная неслучайность можно считать функцией f ("сигнальной") [1, 8, 9]. Тогда неслучайность может быть записана в виде [11]

Если поинформативные параметры I имеют разные значения в различных информационных состоятельности, то можно ее быстро функционировать ("информативность") [1, 8, 9]. Такая особенность "НАУКА" представлена в виде [1].



МАИК "НАУКА"

“НАУКА”

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ
ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.391

ХАРАКТЕРИСТИКИ ОЦЕНОК ВРЕМЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ
И ПЕРИОДА СЛЕДОВАНИЯ РАЗРЫВНЫХ ИМПУЛЬСОВ
ПРИ НАЛИЧИИ НЕИНФОРМАТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ

© 1996 г. А. П. Трифонов, М. Б. Беспалова

Поступила в редакцию 20.07.93 г.

Получены асимптотически точные формулы для характеристик оценок максимального правдоподобия временного положения и периода следования импульсов медленно и быстро флуктуирующих последовательностей, содержащих конечное число произвольных неинформативных параметров. Найдены дисперсии квазиправдоподобных оценок временного положения и периода следования при неизвестном числе импульсов последовательности.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] получены характеристики эффективности оценки основных параметров последовательности сверхширокополосных импульсов: временного положения и периода следования. При этом предполагали, что для отдельных импульсов последовательности выполняются обычные условия регулярности [2]. Однако реальные сверхширокополосные сигналы [3] достаточно часто имеют весьма короткие фронты, что позволяет успешно аппроксимировать их разрывными функциями времени [2–6]. В связи с этим рассмотрим оценку основных параметров последовательности разрывных импульсов, содержащих конечное число неинформативных параметров, т.е. неизвестных параметров, в оценке которых нет необходимости [7].

Полагаем, что на фоне гауссовского белого шума с односторонней спектральной плотностью N_0 наблюдается последовательность из N импульсов, каждый из которых описывается функцией $s(t, \vec{l})$. Здесь $\vec{l} = \|l_1, \dots, l_p\|$ – вектор неинформативных параметров. Если неинформативные параметры имеют одинаковые значения для всех импульсов последовательности, то назовем ее медленно флуктуирующей (“когерентной”) [1, 8, 9]. Такая последовательность может быть записана в виде [1]

$$s_N(t, \lambda_0, \theta_0, \vec{l}_0) = \sum_{k=0}^{N-1} s[t - (k + \mu)\theta_0 - \lambda_0, \vec{l}_0], \quad (1)$$

где λ – временное положение, θ – период следования. Параметр μ определяет точку последовательности, с которой связано ее временное положение λ [1].

Введем обозначение

$$\psi(\tau, \vec{l}) = \psi(\tau, \vec{l}, \vec{l}_0) - \psi(0, \vec{l}, \vec{l}_0)/2, \quad (2)$$

где

$$\psi(\tau, \vec{l}_1, \vec{l}_2) = \int_0^T s(t - \tau, \vec{l}_1) s(t, \vec{l}_2) dt / \int_0^T s^2(t, \vec{l}_0) dt \quad (3)$$

– нормированная сигнальная функция [9] (функция неопределенности [8]); T – время наблюдения.

Так как функцию $s(t, \vec{l})$ полагаем разрывной функцией времени, то [2, 10] при $|\tau| \rightarrow 0$

$$\psi(\tau, \vec{l}_0, \vec{l}_0) = 1 - \delta|\tau| + o(|\tau|), \quad (4)$$

$$\delta \equiv \delta(\vec{l}_0) = \lim_{\tau \rightarrow 0+} \{[1 - \psi(\tau, \vec{l}_0, \vec{l}_0)]/\tau\}. \quad (5)$$

Для p неинформативных параметров $\vec{l}$ потребуем выполнения обычных условий регулярности [2, 10] и ограничимся рассмотрением класса сигналов, для которых при $|\tau| \rightarrow 0$

$$\begin{aligned} [\partial \psi(\tau, \vec{l}) / \partial l_i]_{\vec{l}_0} &= o(|\tau|^{\alpha_0}), \quad [\partial^2 \psi(\tau, \vec{l}) / \partial l_i \partial l_j]_{\vec{l}_0} = \\ &= [\partial^2 \psi(0, \vec{l}) / \partial l_i \partial l_j]_{\vec{l}_0} + o(|\tau|^{\beta_0}), \quad i, j = \overline{1, p}, \quad (6) \end{aligned}$$

$$\alpha_0 > 1/2, \quad \beta_0 > 1/2.$$

Если неинформативные параметры $\vec{l}$ имеют разные значения в различных импульсах последовательности, то назовем ее быстро флуктуирующей (“некогерентной”) [1, 8, 9]. Такая последовательность может быть представлена в виде [1]

$$s_N(t, \lambda_0, \theta_0, \vec{L}_0) = \sum_{k=0}^{N-1} s[t - (k + \mu)\theta_0 - \lambda_0, \vec{l}_{0k}], \quad (7)$$

где $\vec{L} = \|\vec{l}_0, \vec{l}_1, \dots, \vec{l}_{N-1}\|$ — блочный (составной) вектор неинформативных параметров. Полагая, что для импульсов $s(t, \vec{l}_k)$, $k = 0, N-1$, быстро флуктуирующей последовательности (7) выполняются соотношения (2)–(6) при очевидной замене $\vec{l}, \vec{l}_i$ в этих формулах на $\vec{l}_k, \vec{l}_{ik}$ соответственно, $i = 0, 1, 2$, индексом “0” в (1)–(7) и далее отмечены истинные значения неизвестных параметров принимаемой последовательности.

1. МЕДЛЕННО ФЛУКТУИРУЮЩАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ

Согласно [2, 10], для расчета характеристики оценки максимального правдоподобия (ОМП) параметров λ и θ последовательности (1) необходимо исследовать сигнальную функцию всей последовательности:

$$S(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2, \vec{l}_1, \vec{l}_2) = \frac{2}{N_0} \int_0^T s_N(t, \lambda_1, \theta_1, \vec{l}_1) s_N(t, \lambda_2, \theta_2, \vec{l}_2) dt. \quad (8)$$

Считаем, что интервал наблюдения $[0, T]$ больше длительности всей последовательности (1), скважность последовательности не менее двух, так что отдельные импульсы не перекрываются, аргументы функции (8) удовлетворяют условию $|\lambda_1 - \lambda_2 + (\theta_1 - \theta_2)(k + \mu)| < \min(\theta_1, \theta_2)$ для всех $k = 0, N-1$. Тогда, подставляя (1) в (8), получим

$$S(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2, \vec{l}_1, \vec{l}_2) = z^2 \sum_{k=0}^{N-1} \psi[(k + \mu)(\theta_2 - \theta_1) + \lambda_2 - \lambda_1, \vec{l}_1, \vec{l}_2], \quad (9)$$

где

$$z^2 \equiv z^2(\vec{l}_0) = 2 \int_0^T s^2(t, \vec{l}_0) dt / N_0 \quad (10)$$

— отношение сигнал/шум (ОСШ) для одного импульса.

Пусть совместные ОМП параметров λ , θ и $\vec{l}$ имеют высокую апостериорную точность, что возможно при достаточно большом ОСШ $z_N^2 = Nz^2$ для всей последовательности (1). Тогда, для того чтобы определить характеристики ОМП, необходимо исследовать поведение сигнальной функции (9) в малой окрестности истинных значений $\lambda_0, \theta_0, \vec{l}_0$ неизвестных параметров [10].

При произвольном N расчет характеристик совместных ОМП параметров λ и θ сопряжен с существенными трудностями. Поэтому найдем вначале характеристики ОМП временного положения λ при априори известном периоде следования θ . Полагая с этой целью в (9) $\theta_1 = \theta_2 = \theta_0$, получаем, что при $|\lambda_2 - \lambda_1| \rightarrow 0$ для (9) выполняются соотношения, аналогичные (4)–(6). В результате, сигнальная функция (9) принимает вид $S(\lambda_1, \lambda_2, \theta_0, \vec{l}_1, \vec{l}_2) = z^2 N (1 - \delta|\lambda_1 - \lambda_2|) + o(|\lambda_1 - \lambda_2|)$, а дисперсию ОМП временного положения последовательности (1) запишем как [10]

$$\sigma_\lambda^2(\vec{l}_0) = 13/2 N^2 z^4 \delta^2. \quad (11)$$

При отсутствии неинформативных параметров дисперсия ОМП временного положения λ также определяется выражением (11). Следовательно, ОМП временного положения медленно флуктуирующей последовательности разрывных импульсов инвариантна к регулярным неинформативным параметрам в отличие от последовательности регулярных импульсов [1]. Кроме того, дисперсия ОМП временного положения последовательности разрывных импульсов (11) убывает как N^{-2} с ростом числа импульсов, в то время как в регулярном случае дисперсия ОМП временного положения убывает лишь как N^{-1} [1].

Найдем теперь характеристики ОМП периода следования θ при априори известном временном положении λ . Полагая с этой целью в (9) $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_0$, получаем, что при $|\theta_2 - \theta_1| \rightarrow 0$ для сигнальной функции (9) выполняются соотношения, аналогичные (4)–(6), а сама функция принимает вид

$$S(\lambda_0, \lambda_0, \theta_1, \theta_2, \vec{l}_1, \vec{l}_2) = z^2 [N - \delta|\theta_1 - \theta_2| A] + o(|\theta_1 - \theta_2|), \quad (12)$$

$$A = \sum_{k=0}^{N-1} |k + \mu| = [\mu + (N-1)/2]^2 + (N^2 - 1)/4 + \{|\mu|\}(1 - \{|\mu|\}),$$

где $\{x\}$ — дробная часть числа x . Используя (12) для дисперсии ОМП периода следования последовательности (1), получаем выражение [10]

$$\sigma_\theta^2(\vec{l}_0) = 13/2 A^2 z^4 \delta^2, \quad (13)$$

которое совпадает с дисперсией ОМП периода следования при отсутствии неинформативных параметров. Поэтому, как и для последовательности регулярных импульсов [1], ОМП периода следования последовательности разрывных импульсов инвариантна к регулярным неинформативным параметрам. Однако дисперсия ОМП периода следования разрывных импульсов (13) убывает как

N^{-4} с ростом числа импульсов, в то время как в регулярном случае дисперсия ОМП периода следования убывает лишь как N^{-3} [1].

Характеристики совместных ОМП временного положения λ и периода следования θ можно сравнительно просто найти лишь для минимальной последовательности, состоящей из двух импульсов, т.е. при $N = 2$. С этой целью перейдем к новым параметрам

$$\alpha = \mu\theta + \lambda, \quad \beta = (1 + \mu)\theta + \lambda, \quad (14)$$

которые представляют собой временные положения соответственно первого и последнего импульсов минимальной последовательности. В свою очередь

$$\lambda = \alpha(1 + \mu) - \beta\mu, \quad \theta = \beta - \alpha. \quad (15)$$

Пусть ОМП параметров $\alpha, \beta, (\lambda, \theta)$ и $\dot{l}$ имеют высокую апостериорную точность, что возможно при достаточно большом ОСШ для каждого импульса (10). Тогда, используя (2)–(6), сигнальную функцию (9) можем аппроксимировать выражением

$$S(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2, \dot{l}_1, \dot{l}_2) = S(\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2) = z^2 [S_0(\delta|\alpha_1 - \alpha_2|) + S_0(\delta|\beta_1 - \beta_2|)], \quad (16)$$

где

$$S_0(x) = \max(1 - |x|, 0). \quad (17)$$

Сигнальная функция (16) совпадает с корреляционной функцией логарифма функционала отношения правдоподобия (ФОР) [9]. Поэтому из (16) следует, что ОМП параметров α и β статистически не зависимы. Парциальные сигнальные функции в (16) для каждого из параметров α и β одинаковы и совпадают по форме с (4). Следовательно, ОМП параметров α и β имеют одинаковую дисперсию [2]:

$$\sigma_\alpha^2(\dot{l}_0) = \sigma_\beta^2(\dot{l}_0) = 13/2z^4\delta^2. \quad (18)$$

Используя (15) и (18), находим дисперсии совместных ОМП временного положения λ и периода следования θ минимальной медленно флуктуирующей последовательности:

$$D_\lambda(\dot{l}_0) = 13[(1 + \mu)^2 + \mu^2]/2z^4\delta^2, \quad (19)$$

$$D_\theta(\dot{l}_0) = 13/z^4\delta^2.$$

Для сравнения из (11) и (13) найдем дисперсии отдельных ОМП временного положения и периода следования последовательности (1). Полагая в (11), (13) $N = 2$ и считая, что $-1/2 \leq \mu \leq 0$, имеем

$$\sigma_\lambda^2(\dot{l}_0) = 13/8z^4\delta^2, \quad \sigma_\theta^2(\dot{l}_0) = 13/2z^4\delta^2. \quad (20)$$

Сопоставляя (19) и (20), получаем проигрыш в точности совместных ОМП параметров λ и θ по сравнению с отдельными оценками $\chi_\lambda = D_\lambda(\dot{l}_0)/\sigma_\lambda^2(\dot{l}_0) = 4[(1 + \mu)^2 + \mu^2]$, $\chi_\theta = D_\theta(\dot{l}_0)/\sigma_\theta^2(\dot{l}_0) = 2$.

2. БЫСТРО ФЛУКТУИРУЮЩАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ

Для последовательности (7) сигнальная функция определяется выражением [1, 8, 9]

$$S(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2, \dot{L}_1, \dot{L}_2) = \frac{2}{N_0} \int_0^T s_N(t, \lambda_1, \theta_1, \dot{L}_1) s_N(t, \lambda_2, \theta_2, \dot{L}_2) dt. \quad (21)$$

Опять считаем, что $T > N\theta$ и отдельные импульсы последовательности (7) не перекрываются. Подставляя (7) в (21), находим

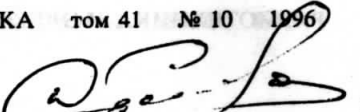
$$S(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2, \dot{L}_1, \dot{L}_2) = \sum_{k=0}^{N-1} z_k^2 \Psi[(k + \mu)(\theta_2 - \theta_1) + \lambda_2 - \lambda_1, \dot{l}_{1k}, \dot{l}_{2k}], \quad (22)$$

где z_k^2 – ОСШ для k -го импульса последовательности, определяемое выражением (10) при замене $\dot{l}_0$ на $\dot{l}_{0k}$. Пусть совместные ОМП параметров $\lambda, \theta, \dot{L}$ имеют высокую апостериорную точность, что возможно при достаточно большом ОСШ для каждого импульса z_k^2 . Тогда достаточно исследовать поведение сигнальной функции (22) в малой окрестности истинных значений $\lambda_0, \theta_0, \dot{L}_0$ неизвестных параметров [10].

Найдем вначале характеристики ОМП временного положения λ быстро флуктуирующей последовательности (7) при априори известном периоде следования θ . Полагая с этой целью в (22) $\theta_1 = \theta_2 = \theta_0$, получаем, что при $|\lambda_1 - \lambda_2| \rightarrow 0$ для сигнальной функции (22) выполняются соотношения, аналогичные (4)–(6), а сама функция принимает вид

$$S(\lambda_1, \lambda_2, \theta_0, \theta_0, \dot{L}_1, \dot{L}_2) = \sum_{k=0}^{N-1} z_k^2 (1 - \delta_k |\lambda_2 - \lambda_1|) + o(|\lambda_2 - \lambda_1|), \quad (23)$$

где δ_k определяется из (5) при замене $\dot{l}_0$ на $\dot{l}_{0k}$. Используя (23) для дисперсии ОМП временного по-

6 и. 

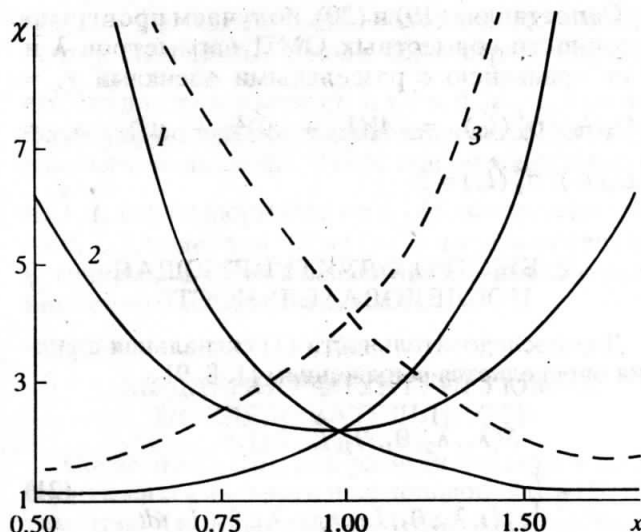


Рис. 1. Проигрыш в точности совместных оценок.

ложения последовательности (7), получаем выражение [10]

$$\sigma_{\lambda}^2(\vec{L}_0) = 13/2 \left(\sum_{k=0}^{N-1} z_k^2 \delta_k \right)^2, \quad (24)$$

которое совпадает с дисперсией ОМП временного положения при отсутствии неинформативных параметров.

Найдем теперь характеристики ОМП периода следования θ последовательности (7) при априори известном ее временном положении. Полагая с этой целью в (22) $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_0$, получаем, что при $|\theta_1 - \theta_2| \rightarrow 0$ для сигнальной функции (22) выполняются соотношения, аналогичные (4)–(6), а сама функция принимает вид

$$S(\lambda_0, \lambda_0, \theta_1, \theta_2, \vec{L}_1, \vec{L}_2) = \sum_{k=0}^{N-1} z_k^2 (1 - |\theta_2 - \theta_1| \delta_k |k + \mu|) + o(|\theta_2 - \theta_1|).$$

Отсюда для дисперсии ОМП периода повторения последовательности (7) получаем выражение [10]

$$\sigma_{\theta}^2(\vec{L}_0) = 13/2 \left(\sum_{k=0}^{N-1} |k + \mu| z_k^2 \delta_k \right)^2, \quad (25)$$

которое совпадает с дисперсией ОМП периода следования при отсутствии неинформативных параметров.

Определим характеристики совместных ОМП временного положения λ и периода следования θ минимальной быстро флуктуирующей последовательности, состоящей из двух импульсов, т.е.

полагая в (7) $N = 2$. Для этого перейдем к новым параметрам (14) и будем считать, что ОМП параметров $\alpha, \beta(\lambda, \theta)$ и $\vec{L}$ имеют высокую апостериорную точность. Используя (2)–(6) при $|\alpha_1 - \alpha_2| \rightarrow 0$, $|\beta_1 - \beta_2| \rightarrow 0$ сигнальную функцию (22) можем аппроксимировать выражением

$$S(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2, \vec{L}_1, \vec{L}_2) = S(\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2) = z_0^2 S_0(\delta_0 |\alpha_1 - \alpha_2|) + z_1^2 S_0(\delta_1 |\beta_1 - \beta_2|), \quad (26)$$

где $S_0(x)$ определяется из (17).

Аналогично (16) из (26) следует, что совместные ОМП параметров α и β статистически не зависимы. Учитывая форму парциальных сигнальных функций в (26) для дисперсий ОМП параметров α и β можем записать [2] выражение

$$\sigma_{\alpha}^2(\vec{L}_0) = 13/2 z_0^4 \delta_0^2, \quad \sigma_{\beta}^2(\vec{L}_0) = 13/2 z_1^4 \delta_1^2. \quad (27)$$

Используя (15) и (27), получаем дисперсии совместных ОМП временного положения λ и периода следования θ минимальной быстро флуктуирующей последовательности:

$$D_{\lambda}(\vec{L}_0) = 13[z_0^4 \delta_0^2 \mu^2 + z_1^4 \delta_1^2 (1 + \mu)^2] / 2 z_0^4 z_1^4 \delta_0^2 \delta_1^2,$$

$$D_{\theta}(\vec{L}_0) = 13(z_0^4 \delta_0^2 + z_1^4 \delta_1^2) / 2 z_0^4 z_1^4 \delta_0^2 \delta_1^2.$$

Найдем из (24) и (25) дисперсии отдельных ОМП временного положения и периода следования минимальной быстро флуктуирующей последовательности. Полагая в (24), (25) $N = 2$ и считая форму обоих импульсов одинаковой: $\delta_0 = \delta_1 = \delta_2$, имеем $\sigma_{\lambda}^2(\vec{L}_0) = 13/2(z_0^2 + z_1^2)\delta^2$, $\sigma_{\theta}^2(\vec{L}_0) = 13/2(|\mu|z_0^2 + |1 + \mu|z_1^2)^2\delta^2$.

На рис. 1 представлены зависимости проигрышей в точности совместных ОМП по сравнению с отдельными $\chi_{\lambda}(x) = D_{\lambda}(\vec{L}_0) / \sigma_{\lambda}^2(\vec{L}_0)$ (штриховые линии) и $\chi_{\theta}(x) = D_{\theta}(\vec{L}_0) / \sigma_{\theta}^2(\vec{L}_0)$ (сплошные линии) от $x = z_1/z_0$. Кривые 1 и 3 для $\mu = 0; -1$; кривая 2 для $\mu = -1/2$, когда $\chi_{\lambda}(x) = \chi_{\theta}(x)$.

3. БЫСТРО ФЛУКТУИРУЮЩАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ИМПУЛЬСОВ С НЕИЗВЕСТНЫМИ АМПЛИТУДАМИ

Характеристики ОМП временного положения λ и периода следования θ быстро флуктуирующей последовательности (7) получены в разд. 2 для случая, когда ОМП всех неизвестных параметров каждого импульса имеют высокую апостериорную точность, т.е. когда ОСШ для каждого импульса достаточно велико. Однако часто встречается ситуация, когда ОСШ для каждого импульса относительно малы, но ОСШ для всей

последовательности достаточно велико, чтобы оценить параметры λ и θ с высокой апостериорной точностью. В такой ситуации найти структуру приемника и характеристики ОМП удастся довольно просто для быстро флуктуирующей последовательности разрывных импульсов с неизвестными амплитудами. Итак, пусть (7) имеет вид

$$s_N(t, \lambda_0, \theta_0, \vec{a}_0) = \sum_{k=0}^{N-1} a_{0k} s_1[t - (k + \mu)\theta_0 - \lambda_0], \quad (28)$$

где $s_1(t)$ – сигнал с единичной амплитудой. Как и ранее, считаем сигнал $s_1(t)$ разрывным по времени, так что его нормированная сигнальная функция (3) удовлетворяет условию (4). Запишем логарифм ФОП для всех неизвестных параметров последовательности (28):

$$L(\lambda, \theta, \vec{a}) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k [2L_k(\lambda, \theta) - a_k E_1] / N_0. \quad (29)$$

Здесь

$$L_k(\lambda, \theta) = \int_0^T x(t) s_1[t - (k + \mu)\theta - \lambda] dt,$$

$E_1 = \int_0^T s_1^2(t) dt$ – энергия одного импульса с единичной амплитудой.

Для того чтобы исключить влияние неизвестных амплитуд импульсов последовательности (28), надо заменить их неизвестные значения на ОМП [9]. Максимизируя с этой целью (29) по всем $a_k, k = \overline{0, N-1}$, имеем

$$L(\lambda, \theta) = \sup_{\vec{a}} L(\lambda, \theta, \vec{a}) = \sum_{k=0}^{N-1} L_k^2(\lambda, \theta) / E_1 N_0. \quad (30)$$

В результате, ОМП временного положения λ и периода следования θ последовательности (28) определяются по положению абсолютного (наибольшего) максимума функционала (30).

Для расчета характеристик ОМП представим (30) в виде суммы сигнальной и шумовой функций [9]: $L(\lambda, \theta) = S(\lambda, \theta) + N(\lambda, \theta) - N/2$,

$$\begin{aligned} S(\lambda, \theta) &= \langle L(\lambda, \theta) \rangle - N/2 = \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} z_k^2 \psi^2[(k + \mu)(\theta - \theta_0) + \lambda - \lambda_0] / 2. \end{aligned} \quad (31)$$

Шумовая функция $N(\lambda, \theta) = L(\lambda, \theta) - \langle L(\lambda, \theta) \rangle$ является реализацией случайного поля, причем

$$\begin{aligned} \langle N(\lambda, \theta) \rangle &= 0, B(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2) = \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} \psi[(k + \mu)(\theta_2 - \theta_1) + \lambda_2 - \lambda_1] \times \\ &\times \{ \psi[(k + \mu)(\theta_2 - \theta_1) + \lambda_2 - \lambda_1] / 2 + \\ &+ z_k^2 \psi[(k + \mu)(\theta_1 - \theta_0) + \lambda_1 - \lambda_0] \times \\ &\times \psi[(k + \mu)(\theta_2 - \theta_0) + \lambda_2 - \lambda_0] \}, \end{aligned} \quad (32)$$

где $\psi(\tau)$ определяется из (3), а $z_k^2 = 2a_{0k}^2 E_1 / N_0$ – ОСШ для k -го импульса. Сигнальная функция (31) достигает максимума при $\lambda = \lambda_0$ и $\theta = \theta_0$. Следовательно, ОСШ для всей последовательности (28) равно [9]

$$\begin{aligned} z_N^2 &= S^2(\lambda_0, \theta_0) / B(\lambda_0, \lambda_0, \theta_0, \theta_0) = \\ &= \left(\sum_{k=0}^{N-1} z_k^2 \right)^2 / 2 \left(N + 2 \sum_{k=0}^{N-1} z_k^2 \right) = Nz_m^4 / 2(1 + 2z_m^2), \end{aligned} \quad (33)$$

$$z_m^2 = \sum_{k=0}^{N-1} z_k^2 / N \quad (34)$$

– среднее ОСШ для одного импульса последовательности (28). Пусть ОСШ для всей последовательности (33) достаточно велико, так что ОМП параметров λ, θ имеют высокую апостериорную точность.

Найдем вначале характеристики ОМП временного положения быстро флуктуирующей последовательности импульсов с неизвестными амплитудами (28). Полагая с этой целью в (31) и (32) $\theta_1 = \theta_2 = \theta = \theta_0$, обозначая $\Delta = \max(|\lambda - \lambda_0|, |\lambda_1 - \lambda_0|, |\lambda_2 - \lambda_0|, |\lambda_2 - \lambda_1|)$ и используя (3), находим асимптотические представления для (31) и (32) при $\Delta \rightarrow 0$:

$$S(\lambda, \theta_0) = z_\Sigma^2 (1/2 - \delta|\lambda - \lambda_0|) + o(\Delta), \quad (35)$$

$$\begin{aligned} B(\lambda_1, \lambda_2, \theta_0, \theta_0) &= N(1/2 - \delta|\lambda_1 - \lambda_2|) + \\ &+ z_\Sigma^2 \{ 1 - 2\delta[\max(\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2) - \\ &- \min(\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2)] \} + o(\Delta), \end{aligned} \quad (36)$$

где $z_\Sigma^2 = \sum_{k=0}^{N-1} z_k^2$ – суммарное ОСШ для последовательности (28).

При помощи метода локально-марковской аппроксимации [2] из (35), (36) получаем выраже-

ние для дисперсии ОМП временного положения последовательности (28):

$$\begin{aligned}\sigma_{\lambda}^2(\vec{a}_0) &= 13(1 + N/z_{\Sigma}^2)/2z_{\Sigma}^4\delta^2 = \\ &= 13(1 + z_m^{-2})/2N^2z_m^4\delta^2,\end{aligned}\quad (37)$$

где z_m^2 — среднее ОСШ для одного импульса (34). Если амплитуды импульсов последовательности (28) априори известны, то дисперсия ОМП временного положения λ определяется формулой (24), где следует полагать $\delta_0 = \delta_1 = \dots = \delta_{N-1} = \delta$. Сопоставляя (24) и (37), находим проигрыш в точности ОМП вследствие незнания амплитуд импульсов последовательности (28):

$$\chi_{\lambda} = \sigma_{\lambda}^2(\vec{a}_0)/\sigma_{\lambda}^2 = (1 + z_m^{-2})^2.$$

Найдем теперь дисперсию ОМП периода следования θ при априори известном временном положении λ последовательности (28). Полагая с этой целью в (31), (32) $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda = \lambda_0$, обозначая $\Delta = \max(|\theta - \theta_0|, |\theta_1 - \theta_0|, |\theta_2 - \theta_0|, |\theta_2 - \theta_1|)$ и используя (3), находим асимптотические представления для (31), (32) при $\Delta \rightarrow 0$:

$$S(\lambda_0, \theta) = z_{\Sigma}^2/2 - \delta|\theta - \theta_0| \sum_{k=0}^{N-1} |k + \mu| z_k^2 + o(\Delta), \quad (38)$$

$$\begin{aligned}B(\lambda_0, \lambda_0, \theta_1, \theta_2) &= N/2 - \delta|\theta_2 - \theta_1|A + \\ &+ z_{\Sigma}^2 - 2\delta[\max(\theta_0, \theta_1, \theta_2) - \min(\theta_0, \theta_1, \theta_2)] \times\end{aligned}\quad (39)$$

$$\times \sum_{k=0}^{N-1} |k + \mu| z_k^2 + o(\Delta).$$

При помощи метода локально-марковской аппроксимации [2] из (38), (39) получаем выражение для дисперсии ОМП периода следования последовательности (28):

$$\sigma_{\theta}^2(\vec{a}_0) = \frac{13}{2\delta^2 \left(\sum_{k=0}^{N-1} |k + \mu| z_k^2 \right)^2} \left(1 + \frac{A}{\sum_{k=0}^{N-1} |k + \mu| z_k^2} \right)^2. \quad (40)$$

Если амплитуды импульсов последовательности (28) априори известны, то дисперсия ОМП периода следования θ определяется формулой (25), где следует полагать $\delta_0 = \delta_1 = \dots = \delta_{N-1} = \delta$. Сопоставляя (25) и (40), находим проигрыш в точности

ОМП вследствие незнания амплитуд импульсов последовательности (28):

$$\chi_{\theta} = \sigma_{\theta}^2(\vec{a}_0)/\sigma_{\theta}^2 = \left(1 + A / \sum_{k=0}^{N-1} |k + \mu| z_k^2 \right)^2.$$

Ранее всюду предполагали, что число N импульсов принимаемой последовательности априори известно. Однако в ряде практических приложений статистической радиофизики и радиотехники необходимо оценивать временное положение и период следования при априори неизвестном числе импульсов в последовательности. Как при синтезе, так и анализе соответствующих оптимальных алгоритмов встречаются серьезные трудности. В связи с этим представляет интерес использование квазиоптимальных алгоритмов приема последовательности с неизвестным числом импульсов.

Рассмотрим возможность использования алгоритма (30) как квазиправдоподобного при приеме последовательности из v импульсов с неизвестными амплитудами. При этом число N , от которого зависит структура алгоритма (30), представляет собой ожидаемое (предполагаемое) число импульсов в принимаемой последовательности.

Итак, пусть на вход приемника (30) поступает последовательность (28), содержащая теперь v импульсов, причем в общем случае $v \neq N$. Найдем характеристики квазиправдоподобных оценок (КПО) временного положения λ и периода следования θ в этом случае. Примем вначале, что $v < N$. Тогда дисперсии КПО получим, полагая в (37), (40) $z_k = 0$ при $k > v - 1$. Если же $v > N$, то формулы (37), (40) не изменяются. Эти два случая можно объединить, обозначая $\gamma = \min(v, N)$. При этом выражения для дисперсий КПО принимают вид

$$\sigma_{q\lambda}^2(\vec{a}_0) = \frac{13}{2\delta^2 \left(\sum_{k=0}^{\gamma-1} z_k^2 \right)^2} \left(1 + \frac{N}{\sum_{k=0}^{\gamma-1} z_k^2} \right)^2, \quad (41)$$

$$\sigma_{q\theta}^2(\vec{a}_0) = \frac{13}{2\delta^2 \left(\sum_{k=0}^{\gamma-1} |k + \mu| z_k^2 \right)^2} \left(1 + \frac{A}{\sum_{k=0}^{\gamma-1} |k + \mu| z_k^2} \right)^2. \quad (42)$$

Сопоставляя (41), (42) с (37), (40) при $N = v$, можем найти проигрыш в точности КПО по сравнению с ОМП вследствие незнания числа импульсов последовательности. Найдем этот проигрыш для случая, когда выбрано значение $\mu = 0$, т.е. временное положение последовательности совпадает с временным положением первого импульса;

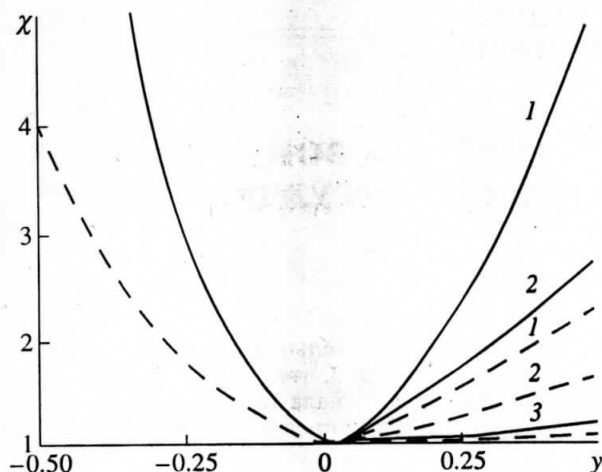


Рис. 2. Проигрыш в точности квазиправдоподобных оценок.

ОСШ для всех импульсов одинаковы, т.е. $z_0^2 = z_1^2 = \dots = z_{N-1}^2 = z^2$; как ожидаемое N , так и истинное число импульсов последовательности велико: $N \gg 1$ и $\nu \gg 1$.

На рис. 2 показаны зависимости проигрышей в точности КПО по сравнению с ОМП $\chi_\lambda(y) = \sigma_{q\lambda}^2(\vec{a}_0)/\sigma_\lambda^2(\vec{a}_0)$ (штриховые линии) и $\chi_\theta(y) = \sigma_{q\theta}^2(\vec{a}_0)/\sigma_\theta^2(\vec{a}_0)$ (сплошные линии) от $y = (N - \nu)/\nu$. Кривые 1–3 соответствуют $z = 0.2; 1; 5$. Согласно

рис. 2, предполагаемое число импульсов последовательности (28) следует выбирать таким, при котором $y > 0$ ($N > \nu$). При этом с ростом ОСШ проигрыш в точности КПО убывает. Если же $y < 0$ ($N < \nu$), то проигрыш имеет максимальное значение и не зависит от ОСШ для каждого импульса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трифонов А.П., Беспалова М.Б. // РЭ. 1992. Т. 37. № 6. С. 1014.
2. Трифонов А.П., Шинаков Ю.С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986.
3. Астанин Л.Ю., Костылев А.А. Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений. М.: Радио и связь, 1989.
4. Хармут Х.Ф. Несинусоидальные волны в радиолокации и радиосвязи. М.: Радио и связь, 1985.
5. Nasser J.M. // IEEE Trans. 1990. V. EC-32. № 2. P. 153.
6. Глебович Г.В., Андриянов А.В., Введенский Ю.В. и др. Исследование объектов с помощью пикосекундных импульсов / Под ред. Глебовича Г.В. М.: Радио и связь, 1984.
7. Шинаков Ю.С. // РЭ. 1974. Т. 19. № 3. С. 542.
8. Фалькович С.Е. Оценка параметров сигнала. М.: Сов. радио, 1970.
9. Куликов Е.И., Трифонов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978.
10. Трифонов А.П., Бутейко В.К. // РЭ. 1991. Т. 36. № 2. С. 319.