Том 42, Номер 4 Апрель 1997
ISSN 0033-8494

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

РАДИОТЕХНИКА и ЭЛЕКТРОНИКА

Главный редактор
Ю.В. Гуляев

МАИК "НАУКА" "НАУКА"

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 1997, том 42, № 4, с. 451–456

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.396

ЭФФЕКТИВНОСТЬ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ И ИЗМЕРЕНИЯ ДАЛЬНОСТИ И СКОРОСТИ ЦЕЛИ

© 1997 г. А. П. Трифонов, М. Б. Беспалова

Поступила в редакцию 14.07.96 г.

Найдены вероятности ошибок при обнаружении цели с неизвестными дальностью и скоростью. С учетом аномальных ошибок получены асимптотические выражения для характеристик совместных оценок максимального правдоподобия дальности и скорости. Определены параметры последовательности сверхширокополосных сигналов, которые обеспечивают минимальные ошибки оценивания.

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1–3] и др. рассмотрены возможности применения сверхкоротких (субнаносекундных) импульсов и их последовательностей в радиолокации. Показано, что такие сигналы позволяют обнаруживать и сопровождать малозаметные цели в диапазоне дальностей от единиц до сотни километров при значениях скорости от единиц м/с. Короткоимпульсные сигналы и их последовательности представляют собой частный случай сверхширокополосных сигналов (СШПС), использование которых имеет свою специфику и позволяет в принципе расширить возможности радиолокации. В связи с чем рассмотрим потенциальные характеристики обнаружения цели и измерения ее дальности и скорости при зондировании последовательностью СШПС.

Аналогично [4], зондирующую последовательность СШПС запишем как

$$\tilde{s}(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{s}_k[t-(k-\mu)\theta-\lambda] = \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{a}_k \tilde{s}[t-(k-\mu)\theta-\lambda], \qquad (1)$$

где функция $\tilde{s}(\cdot)$ описывает форму одного импульса, $\tilde{a}_k$ – его амплитуда, θ – период следования, а λ – временное положение последовательности. Параметр μ определяет точку последовательности, с которой связано ее временное положение λ. Так, при $\mu = 0$ величина λ представляет собой временное положение первого импульса последовательности, при $\mu = (N-1)/2$ – временное положение середины последовательности (1), а при $\mu = (N-1)$ – временное положение последнего импульса. Полагаем, что зондирующая последовательность (1) рассеивается целью с дальностью R_0 и радиальной скоростью V_0, причем

$$R_0 \in [R_{\min}, R_{\max}], \quad V_0 \in [-V_{\max}/2, V_{\max}/2], \qquad (2)$$

$$V_{\max} \ll c, \qquad (3)$$

где c – скорость света. Тогда принимаемый сигнал можно записать в виде [3, 5]

$$s(t, R_0, V_0) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k[t-2R_0/c - (k-\mu)\theta(1+2V_0/c)] = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \times f\{[t-2R_0/c-(k-\mu)\theta(1+2V_0/c)]/\tau\}. \qquad (4)$$

Здесь a_k – амплитуда, $\tau = \int_{-\infty}^{\infty} s_k^2(t)dt / \max s_k^2(t)$ – эквивалентная длительность одного импульса, которая, как и в [1–3], не превышает долей наносекунды. Функции $s_k(\cdot)$ и $f(\cdot)$ описывают форму одного импульса, причем в общем случае функция $s_k(\cdot)$ отличается от $\tilde{s}_k(\cdot)$ в (1) [2]. Функция $f(\cdot)$ нормирована так, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x)dx = 1, \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 0, \quad \max f(x) = 1. \qquad (5)$$

Сигнал (4) принимается на фоне гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0.

Для регулярного случая [6–8] ниже найдены характеристики обнаружения цели с неизвестными дальностью и скоростью, а также характеристики оценок дальности и скорости с учетом аномальных ошибок.

1. НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА СИГНАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ

Согласно [5, 7–9] для расчета характеристик обнаружения и оценки необходимо найти сигнальную функцию

$$\hat{S}(R_1, R_2, V_1, V_2) = = 2\int_0^T s(t, R_1, V_1)s(t, R_2, V_2)dt/N_0. \quad (6)$$

Считаем, что интервал наблюдения $[0, T]$ больше длительности всей последовательности (4) и скважность $Q = \theta/\tau$ достаточно велика ($Q \gg 1$), так что отдельные импульсы не перекрываются. Тогда, подставляя (4) в (6), получаем $\hat{S}(R_1, R_2, V_1, V_2) = z^2S(R_1, R_2, V_1, V_2)$, где

$$z^2 = 2\tau\sum_{k=0}^{N-1} a_k^2/N_0 \quad (7)$$

– отношение сигнал/шум (ОСШ) для всей последовательности (4), а

$$S(R_1, R_2, V_1, V_2) = = \sum_{k=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1} \varepsilon_k\varepsilon_n S_{kn}(R_1, R_2, V_1, V_2) \quad (8)$$

– нормированная сигнальная функция [9]. Здесь обозначено

$$\varepsilon_k = a_k/\sum_{k=0}^{N-1} a_k^2, \quad S_{kn}(R_1, R_2, V_1, V_2) = = S_f\{2(R_2 - R_1)/c\tau + (n-k)Q + + 2Q[nV_2 - kV_1 - \mu(V_2 - V_1)]/c\}; \quad (9)$$

$$S_f(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)f(x-y)dx$$

– нормированная сигнальная функция при оценке положения функции $f(\cdot)$ (5).

Найдем интервалы однозначного измерения дальности и скорости. Полагая в (8) $V_1 = V_2 = V_0$ и учитывая (3), получаем сечение сигнальной функции по дальности

$$S(R_1, R_2) = \sum_{k=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1} \varepsilon_k\varepsilon_n \times \times S_f[2(R_2 - R_1)/c\tau - (k-n)Q]. \quad (10)$$

Согласно (5) сигнальная функция (9)

$$S_f(y) \simeq 0, \quad |y| \geq 1. \quad (11)$$

Следовательно, при $R_2 - R_1 \geq 0$ функция (10) перепишется как

$$S(R_1, R_2) = S_f[2(R_2 - R_1)/c\tau - jQ] \sum_{k=0}^{N-1-j} \varepsilon_k\varepsilon_{k+j} \quad (12)$$

при $|2(R_2 - R_1)/c\tau - jQ| \leq 1$ и

$$S(R_1, R_2) \simeq 0 \quad (13)$$

при $|2(R_2 - R_1)/c\tau - jQ| \geq 1$, $j = \overline{0, N-1}$.

Из (12) и (13) имеем, что ближайший к центральному боковой максимум сечения сигнальной функции (8) по дальности расположен в точках $\pm c\theta/2$ и имеет относительную величину

$$\sum_{k=0}^{N-2} \varepsilon_k\varepsilon_{k+1}.$$

Поэтому как и при зондировании последовательностью узкополосных радиоимпульсов [5], интервал возможных значений дальности (2) должен удовлетворять условию

$$R_{\max} - R_{\min} \leq c\theta/2. \quad (14)$$

Примем теперь в (8) $R_1 = R_2 = R_0$ и рассмотрим сечение нормированной сигнальной функции по скорости

$$S(V_1, V_2) = \sum_{k=0}^{N-1}\sum_{n=0}^{N-1} \varepsilon_k\varepsilon_n S_f\{Q[n-k+ + 2(nV_2 - kV_1 + \mu V_1 - \mu V_2)/c]\}. \quad (15)$$

Согласно (3) при $k \neq n$ в аргументе функции в правой части (15)

$$2|nV_2 - kV_1 - \mu(V_2 - V_1)|c^{-1} \ll |n-k|.$$

Пренебрегая поэтому в (15) соответствующими членами и учитывая (11), имеем $S_f[Q(n-k)] \simeq 0$, $n \neq k$. В результате слагаемые суммы в (15) отличны от нуля только при $n = k$ так, что

$$S(V_1, V_2) = \sum_{k=0}^{N-1} P(k)S_f[2Q(k-\mu)(V_2 - V_1)/c], \quad (16)$$

где

$$P(k) = a_k^2/\sum_{k=0}^{N-1} a_k^2 \quad (17)$$

и характеризует распределение суммарной мощности последовательности (4) по отдельным импульсам.

Таким образом, при выполнении (3) у сечения (15), (16) сигнальной функции (8) по скорости боковых максимумов нет. Это обстоятельство выгодно отличает последовательность СШПС от последовательности узкополосных радиоимпульсов [5]. В результате, зондирование последовательностью СШПС обеспечивает однозначность измерения для всех реальных значений скорости цели.

Предположим далее, что размеры области возможных значений дальности и скорости (2) не превосходят размеров области однозначного измерения дальности и скорости, так что выполняются (3) и (14). Тогда для рассеянного сигнала (4) нормированную сигнальную функцию (8) можно переписать в виде

$$S(R_1, R_2, V_1, V_2) = \sum_{k=0}^{N-1} P(k) S_f[2(R_2 - R_1)/c\tau + + 2Q(k-\mu)(V_2 - V_1)/c]. \tag{18}$$

Так как отдельные импульсы последовательности (4) предполагаются сверхширокополосными, то при выполнении (3), (14) у сигнальной функции (18) не будет заметных боковых максимумов [1–4].

Найдем разрешающую способность по дальности и скорости для последовательности СШПС (4). Определим разрешающую способность (размеры области высокой корреляции) как полуширину соответствующего сечения нормированной сигнальной функции, отсчитываемую на половинном уровне [5, 7, 8]. Тогда разрешающая способность по дальности может быть найдена из уравнения $S(R_0, R_0 + \Delta R, V_0, V_0) = 1/2$. Приближенное решение этого уравнения получаем, аппроксимируя сечение сигнальной функции параболой [7, 8]

$$\Delta R = [\partial^2 S(R_1, R_2, V_0, V_0)/\partial R_1 \partial R_2]^{-1/2}_{R_1 = R_2} = = c\tau/2d, \tag{19}$$

$$d^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [df(x)/dx]^2 dx. \tag{20}$$

Для приближенного значения разрешающей способности по скорости ΔV аналогичным образом получаем

$$\Delta V = [\partial^2 S(R_0, R_0, V_1, V_2)/\partial V_1 \partial V_2]^{-1/2}_{V_1 = V_2} = = c\tau/2\theta d\sqrt{M_2(\mu)} = \Delta R/\theta\sqrt{M_2(\mu)}. \tag{21}$$

Здесь $M_n(\mu) = \sum_{k=0}^{N-1} P(k)(k-\mu)^n$ – момент n-го порядка дискретной случайной величины $k \in [0, N-1]$ относительно точки μ [10]. При этом предполагается, что вероятность значения k численно равна величине $P(k)$ (17), которая характеризует распределение суммарной мощности последовательности (4) по отдельным импульсам. Момент второго порядка относительно некоторой точки μ является минимальным [10], когда

$$\mu = M_1(0) = \sum_{k=0}^{N-1} kP(k). \tag{22}$$

При этом

$$\min M_2(\mu) = M_2(\mu) - M_1^2(\mu) = = \sum_{k=0}^{N-1} [k - M_1(0)]^2 P(k) = \sigma^2(k), \tag{23}$$

где $\sigma^2(k)$ – дисперсия распределения (17). Если выполняется (22), разрешающая способность по скорости определяется выражением

$$\Delta V = \Delta R/\theta\sigma(k). \tag{24}$$

Как следует из (19), (21), (24) характер распределения $P(k)$ (17) влияет только на величину разрешающей способности по скорости ΔV.

Для последовательности СШПС (4) уменьшение длительности τ одного импульса приводит к улучшению разрешающей способности как по дальности (19), так и по скорости (20), (24). Кроме того, разрешающая способность по скорости улучшается с увеличением периода следования θ.

Если, как это указано в работах [2, 3], эквивалентная длительность импульса не превосходит наносекунды, то разрешающая способность по дальности (19) не хуже 5–15 см. Соответственно, при частоте следования импульсов 10^2–10^3 Гц и использовании 10–10^2 импульсов, разрешающая способность по скорости (21) не хуже 0.8–2 м/с.

2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБНАРУЖЕНИЯ ЦЕЛИ С НЕИЗВЕСТНЫМИ ДАЛЬНОСТЬЮ И СКОРОСТЬЮ

Согласно [7], обнаружитель максимального правдоподобия должен вырабатывать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП)

$$L(R, V) = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} a_k \int_0^T x(t) \times \times f\left[\frac{t - 2R/c - (k-\mu)\theta(1 + 2V/c)}{\tau}\right] dt, \tag{25}$$

где реализация наблюдаемых данных при наличии цели – $(x(t) = s(t, R_0, V_0) + n(t)$, а при ее отсутствии – $x(t) = n(t)$. Решение о наличии цели принимается, если $L_m > h$, и решение о ее отсутствии, если $L_m < h$. Порог h выбирается в зависимости от используемого критерия оптимальности, а $L_m = \sup L(R, V)$,

$$R \in [R_{\min}, R_{\max}], \quad V \in [-V_{\max}/2, V_{\max}/2].$$

Из установленных свойств сигнальной функции (18) следует, что неизвестные дальность и скорость цели являются неэнергетическими параметрами. Поэтому асимптотически точное выражение для вероятности ошибки 1-го рода (ложной тревоги) α можно записать в виде [7]

$$\alpha \simeq \begin{cases} 1-\exp[-\xi u \exp(-u^2/2)(2\pi)^{-3/2}], & u \geq 1 \\ 1, & u < 1. \end{cases} \tag{26}$$

Здесь $u = h/z$ – нормированный порог,

$$\xi = \xi_R \xi_V \sqrt{1-\rho^2} \tag{27}$$

– приведенный объем априорной области возможных значений дальности и скорости (2), причем

$$\begin{aligned} \xi_R &= (R_{\max} - R_{\min})/\Delta R, \\ \xi_V &= V_{\max}/\Delta V \end{aligned} \tag{28}$$

и определяют соответственно число элементов разрешения по дальности и скорости, а

$$\rho = -M_1(\mu)/\sqrt{M_2(\mu)}. \tag{29}$$

Подставляя (28) и (29) в (27) перепишем приведенный объем как

$$\begin{aligned} \xi &= (R_{\max} - R_{\min}) V_{\max} \theta \sigma(k)/\Delta R^2 = \\ &= 4d^2 (R_{\max} - R_{\min}) V_{\max} \theta \sigma(k)/c^2 \tau^2. \end{aligned} \tag{30}$$

Следовательно, приведенный объем возрастает с увеличением дисперсии (23) распределения (17).

Отметим, что точность приближенной формулы (26) для вероятности ложной тревоги возрастает с увеличением u и ξ [7].

Найдем теперь вероятность ошибки 2-го рода (пропуска цели) β. Используя результаты [7] получаем

$$\begin{aligned} \beta \simeq z \exp\left[-\frac{\xi u}{(2\pi)^{3/2}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)\right] \times \\ \times \int_{-\infty}^{u} \exp\left(\frac{3z^2}{2} - zx\right) \Phi(x-2z)\, dx, \end{aligned} \tag{31}$$

при $u \geq 1$, и $\beta \simeq 0$ при $u < 1$. Здесь

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \exp(-t^2/2)\, dt/\sqrt{2\pi} \tag{32}$$

– интеграл вероятности. Точность приближенной формулы (31) возрастает с увеличением u, z и ξ.

3. ХАРАКТЕРИСТИКИ СОВМЕСТНЫХ ОЦЕНОК ДАЛЬНОСТИ И СКОРОСТИ ЦЕЛИ

При наличии цели оценки максимального правдоподобия (ОМП) $\hat{R}$ и $\hat{V}$ неизвестных дальности R_0 и скорости V_0 цели определяются как положение наибольшего максимума логарифма ФОП (25) [9]. Положим, что R_0 и V_0 распределены равномерно в априорной области (2). Тогда, учитывая установленные свойства сигнальной функции (18), можем записать асимптотически (с ростом z и ξ) точные выражения [8] для безусловных смещений и рассеяний ОМП $b(\hat{R}) = \langle \hat{R} - R_0 \rangle = 0$, $b(\hat{V}) = \langle \hat{V} - V_0 \rangle = 0$,

$$\begin{aligned} B(\hat{R}) &= \langle (\hat{R} - R_0)^2 \rangle = P_0 D(\hat{R}) + \\ &+ (1 - P_0)(R_{\max} - R_{\min})^2/6, \end{aligned} \tag{33}$$
$$B(\hat{V}) = \langle (\hat{V} - V_0)^2 \rangle = P_0 D(\hat{V}) + (1 - P_0) V_{\max}^2/6.$$

Здесь вероятность надежной оценки [8]

$$\begin{aligned} P_0 = z \int_1^{\infty} \exp\left[\frac{3z^2}{2} - zx - \frac{\xi x}{(2\pi)^{3/2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right] \times \\ \times \Phi(x - 2z)\, dx, \end{aligned} \tag{34}$$

а $D(\hat{R})$ и $D(\hat{V})$ – дисперсии надежных ОМП дальности и скорости. Под надежной ОМП [8, 9] понимаем оценки, найденные в предположении, что $|\hat{R} - R_0| < \Delta R$, $|\hat{V} - V_0| < \Delta V$.

Дисперсии надежных ОМП можно найти, обращая информационную матрицу Фишера [6, 8, 9]

$$\mathbf{I} = z^2 \begin{Vmatrix} \dfrac{\partial^2 S}{\partial R_1 \partial R_2} & \dfrac{\partial^2 S}{\partial R_1 \partial V_2} \\ \dfrac{\partial^2 S}{\partial R_2 \partial V_1} & \dfrac{\partial^2 S}{\partial V_1 \partial V_2} \end{Vmatrix}, \tag{35}$$

где сигнальная функция определяется из (18), а все производные вычисляются при $R_1 = R_2$, $V_1 = V_2$. Подставляя (18) в (35), выполняя дифференцирование и обращая матрицу (35), получаем дисперсии надежных ОМП дальности и скорости

$$\begin{aligned} D(\hat{R}) &= \Delta R^2/z^2(1-\rho^2) = c^2\tau^2/4d^2z^2(1-\rho^2), \\ D(\hat{V}) &= \Delta V^2/z^2(1-\rho^2) = \\ &= \Delta R^2/z^2\theta^2 M_2(\mu)(1-\rho^2) = \Delta R^2/z^2\theta\sigma^2(k) = \\ &= c^2\tau^2/4d^2\theta^2 z^2 \sigma^2(k). \end{aligned} \tag{36}$$

Здесь коэффициент корреляции ρ надежных ОМП дальности и скорости определяется из (29).

Формула (34) для вероятности надежной оценки довольно громоздка и расчет по ней возможен только численными методами. Поэтому найдем простую верхнюю границу для вероятности аномальных ошибок $P_a = 1 - P_0$. Воспользовавшись неравенством $1 - \exp(-x) \le x$ при $x > 0$ из (34) имеем, аналогично [8]

$$P_a \le P_a^* = z\xi_R\xi_V\sqrt{1-\rho^2}\exp(-z^2/4)/12\pi^{3/2}. \quad (37)$$

Если $P_a^* \le 0.05\ldots0.1$, то для приближенного расчета нормированных безусловных рассеяний ОМП можно использовать упрощенный вариант формул (33)

$$B_R = B(\hat{R})/(R_{\max} - R_{\min})^2 =$$

$$= [\xi_R^2 z^2(1-\rho^2)]^{-1} + P_a^*/6; \quad (38)$$

$$B_V = B(\hat{V})/V_{\max}^2 = [\xi_V^2 z^2(1-\rho^2)]^{-1} + P_a^*/6.$$

Наконец, если ОСШ z (7) настолько велико, что можно считать $P_0 \approx 1$ и пренебречь аномальными ошибками, то безусловные рассеяния ОМП (33), (38) совпадают с дисперсиями надежных ОМП (36).

Рассмотрим зависимость дисперсий надежных ОМП от параметров последовательности СШПС (4). Из (36) следует, что точность совместных надежных ОМП дальности и скорости возрастает с уменьшением длительности τ одного импульса. Кроме того, точность измерения скорости возрастает с увеличением периода следования СШПС.

Дисперсии совместных надежных ОМП (36) зависят также от выбора параметра μ в (4) и от распределения (17) суммарной мощности последовательности (4) по отдельным импульсам. Если параметр μ выбрать согласно (22), то $\rho = 0$ (29) и дисперсия надежной ОМП дальности принимает минимальное значение.

$$D_{\min}(\hat{R}) = \Delta R^2/z^2. \quad (39)$$

Положим, что, как это часто бывает [1, 5], ограничена пиковая мощность отдельного СШПС последовательности. Согласно (36) дисперсия совместных надежных ОМП убывает с ростом ОСШ (7). Следовательно, минимальная дисперсия оценок будет при максимальном ОСШ. Это возможно, если мощности всех импульсов последовательности будут выбраны равными максимально возможной пиковой мощности, что соответствует распределению $P(k) = 1/N$. Тогда, при выполнении (22) для дисперсии оценки скорости получаем

$$D_p(\hat{V}) = 12\Delta R^2/z^2(N^2-1)\theta^2, \quad (40)$$

а дисперсия оценки дальности совпадает с (39). Разрешающая способность по скорости (24) при этом примет вид $\Delta V_p = 2\Delta R\sqrt{3}/\theta\sqrt{N^2-1}$.

Положим теперь, что ограничена суммарная энергия последовательности, а на пиковую мощность отдельных импульсов ограничений нет. Согласно (36) дисперсия ОМП скорости обратно пропорциональна дисперсии (23) случайной дискретной величины k с распределением вероятностей $P(k)$ (17). Известно [10], что распределение $P(k)$, $k \in [0, N-1]$ при выполнении (22) обладает максимальной дисперсией, если вся его масса сосредоточена в конечных точках интервала возможных значений случайной величины. Следовательно, дисперсия (23) случайной величины k будет максимальной, если положить

$$P(0) = 1/2, \quad P(1) = 0, \ldots,$$
$$P(N-2) = 0, \quad P(N-1) = 1/2. \quad (41)$$

Подставляя (41) в (23) и (36), получаем минимальную дисперсию оценки скорости при использовании импульсов с ограниченной суммарной энергией

$$D_s(\hat{V}) = 4\Delta R^2/z^2\theta^2(N-1)^2, \quad (42)$$

а дисперсия оценки дальности по-прежнему совпадает с (39). При распределении (41) мощности последовательности импульсов (4), выражение (24) для разрешающей способности по скорости примет вид

$$\Delta V_s = 2\Delta R/\theta(N-1). \quad (43)$$

Сопоставляя (40) и (42), получим $D_p(\hat{V})/D_s(\hat{V}) = 3(N-1)/(N+1)$, откуда следует, что выигрыш в точности оценки скорости отсутствует при $N = 2$ и увеличивается до 3 при $N \gg 1$. Таким образом, при совместной оценке дальности и скорости и отсутствии ограничений на пиковую мощность, минимальную дисперсию надежных ОМП обеспечивает СШПС в виде двух импульсов, разнесенных на время $T_s = \theta(N-1)$.

Воспользовавшись этим обозначением, перепишем (42) и (43) как $D_s(\hat{V}) = 4\Delta R^2/z^2T_s^2$, $\Delta V_s = 2\Delta R/T_s$. Кроме повышения точности оценки, СШПС из двух импульсов, согласно (14), обеспечивает наибольший интервал однозначного измерения дальности:

$$R_{\max} - R_{\min} \le cT_s/2.$$

Рассмотрим далее возможность оптимизации основных параметров (τ и θ) последовательности (4) с учетом аномальных ошибок оценивания и приближенного характера полученных выражений. Полагая, что основной интерес представляют рассеяние ОМП (33), оптимальные параметры последовательности (4) будем искать из условия

$$\min B(\hat{R}), \quad \min B(\hat{V}). \tag{44}$$

Считаем, что значение ОСШ (7), при котором оптимизируются параметры последовательности (4) не слишком мало и размеры априорной области (2) возможных значений дальности и скорости фиксированы. Тогда от параметров τ и θ последовательности (4) зависят только величины ξ (30) и ξ_R, ξ_V (28). Следовательно, изменение параметров τ и θ последовательности (4) приводит лишь к изменению приведенного объема априорной области возможных значений дальности и скорости. При каждом фиксированном значении ОСШ z^2 увеличение ξ_R и ξ_V сначала приводит к уменьшению рассеяний соответствующих оценок (33) (когда преобладают нормальные ошибки), а затем – к увеличению рассеяний (когда преобладают аномальные ошибки). Следовательно, при каждом фиксированном ОСШ z^2 должны существовать некоторые значения $\xi_{R\min}$ и $\xi_{V\min}$, которые обеспечивают минимальные значения рассеяний совместных ОМП дальности и скорости. Определить аналитически $\xi_{R\min}$ и $\xi_{V\min}$, а также (44) на основе (33) затруднительно, вследствие относительно сложной зависимости P_0 (34) от ξ. Поэтому считаем ОСШ настолько большим, что можно использовать (37), (38). Тогда, решая систему уравнений $[\partial B_R/\partial\xi_R] = 0$, $[\partial B_V/\partial\xi_V] = 0$, находим, что (44) выполняется, если

$$\xi_{R\min} = \xi_{V\min} = 2\sqrt{3}\exp(z^2/16)[\pi/z^2(1-\rho^2)]^{3/8}. \tag{45}$$

В свою очередь, согласно (28), эти соотношения выполняются, если разрешающая способность по дальности (19) и по скорости (21) удовлетворяет условию

$$\frac{\Delta R_{\min}}{R_{\max}-R_{\min}} = \frac{\Delta V_{\min}}{V_{\max}} = \frac{z^{3/4}(1-\rho^2)^{3/8}}{2\pi^{3/8}\sqrt{3}}\exp\left(-\frac{z^2}{16}\right). \tag{46}$$

Отметим, что выбор разрешающей способности по дальности $\Delta R < \Delta R_{\min}$ и по скорости $\Delta V < \Delta V_{\min}$ приводит к увеличению рассеяния ОМП вследствие увеличения вклада аномальных ошибок. Для обеспечения оптимальной разрешающей способности (46), необходимо, как это следует из (19) и (21), выбирать длительность импульса и период следования равными соответственно

$$\tau_{\min} = \frac{d(R_{\max}-R_{\min})z^{3/4}(1-\rho^2)^{3/8}}{c\pi^{3/8}\sqrt{3}}\exp\left(-\frac{z^2}{16}\right), \tag{47}$$

$$\theta_{\min} = (R_{\max}-R_{\min})/V_{\max}\sqrt{M_2(\mu)}.$$

Значит, с изменением ОСШ и величин априорных интервалов $[R_{\min}, R_{\max}]$, $[-V_{\max}/2, V_{\max}/2]$ должны изменяться длительность импульсов последовательности (4) и их период следования. Подставляя (45) в (37), (38) получаем минимальные нормированные рассеяния ОМП дальности и скорости

$$\min_{\tau,\theta} B_R = \min_{\tau,\theta} B_V = \exp(-z^2/8)/4\pi^{3/4}\sqrt{z}. \tag{48}$$

Выбор параметров последовательности (4) в соответствии с (47) приводит к тому, что с ростом ОСШ рассеяния ОМП дальности и скорости убывают экспоненциально (48), т.е. значительно быстрее, чем рассеяния надежных ОМП (36) при фиксированных параметрах последовательности (4).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Астанин Л.Ю., Костылев А.А.* Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений. М.: Радио и связь, 1989.
2. *Бункин Б.В., Кашин В.А.* // Радиотехника. 1995. № 4/5.
3. *Nasser J.M.* // IEEE Trans. 1990. V. EC-32. № 2. P. 153.
4. *Трифонов А.П., Беспалова М.Б.* // РЭ. 1992. Т. 37. № 6. С. 1014.
5. Теоретические основы радиолокации / Под ред. В.Е. Дулевича. М.: Сов. радио, 1978.
6. *Ибрагимов И.А., Хасьминский Р.З.* Асимптотическая теория оценивания. М.: Наука, 1979.
7. *Трифонов А.П.* Обнаружение сигналов с неизвестными параметрами // Теория обнаружения сигналов. М.: Радио и связь, 1984. С. 12.
8. *Трифонов А.П., Шинаков Ю.С.* Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986.
9. *Куликов Е.И., Трифонов А.П.* Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978.
10. *Кендалл М., Стьюарт А.* Теория распределений. М.: Наука, 1966.