



ISSN 0021-3470

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ТОМ 40

3-4

ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

1997

ТРИФОНОВ А. П., БЕСПАЛОВА М. Б.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБНАРУЖЕНИЯ ЦЕЛИ ПРИ ЗОНДИРОВАНИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ

Найдены структура и характеристики обнаружителя максимального правдоподобия цели с неизвестными дальностью и скоростью. Рассмотрена зависимость эффективности обнаружения от параметров последовательности оптических импульсов.

Вопросы применения последовательностей оптических импульсов в задачах локации рассматривались в [1—3] и др. При этом характеристики обнаружения получены для неподвижной цели с известными координатами. Найдем здесь характеристики обнаружения цели с априори неизвестными дальностью и радиальной скоростью.

Положим, что излучается последовательность оптических импульсов с интенсивностью

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} s_k [t - (k - \mu)\theta - \lambda] = \sum_{k=0}^{N-1} a_k f \{ [t - (k - \mu)\theta - \lambda] / \tau \}, \quad (1)$$

где a_k — максимальная интенсивность одного импульса, θ — период следования, λ — временное положение последовательности,

$$\tau = \int_{-\infty}^{\infty} s_k^2(t) dt [\max s_k^2(t)]^{-1}$$

— эквивалентная длительность одного импульса последовательности. Функция $f(x) \geq 0$ в (1) описывает форму интенсивности одного импульса

последовательности и нормирована так, что $\max f(x) = 1$, $\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) dx = 1$.

Значение μ определяет с какой точкой последовательности связано ее временное положение. Если $\mu = 0$, то λ — временное положение первого импульса последовательности. Если же $\mu = (N - 1) / 2$, то λ — временное положение середины последовательности.

В результате рассеяния зондирующей последовательности с интенсивностью (1) целью, интенсивность принимаемого сигнала будет иметь вид

$$s(t, R_0, V_0) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k f \{ [t - 2R_0/c - (k - \mu)\theta(1 + 2V_0/c)] / \tau \}. \quad (2)$$

Здесь R_0 — дальность, V_0 — радиальная скорость цели, c — скорость света, причем неизвестная дальность принимает значения из интервала

$[R_{\min}, R_{\max}]$, неизвестная скорость — из интервала $[-V_{\max}/2, V_{\max}/2]$, таких, что

$$V_{\max} \ll c, R_{\max} - R_{\min} \leq c\theta/2. \quad (3)$$

Пусть сигнал с интенсивностью (2) наблюдается на фоне оптического шума с интенсивностью ν и интервал наблюдения $[0, T]$ больше длительности всей последовательности, т. е. $T > N\theta$. Тогда обработке доступна реализация $\pi(t)$ пуассоновского процесса с интенсивностью $\nu + s(t, R_0, V_0)$ — при наличии цели и с интенсивностью ν — при ее отсутствии. Скважность последовательности (2) полагаем не слишком малой ($\theta/\tau > 2 \dots 3$), так что отдельные импульсы не перекрываются. В этом случае логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОР) с точностью до несущественной постоянной определяется формулой [1, 4]

$$L(R, V) = \sum_{k=0}^{N-1} \int_0^T \ln [1 + a_k f \{ [t - 2R/c + (k - \mu)\theta \times \\ \times (1 + 2V/c)] \tau^{-1} \} / \nu] d\pi(t). \quad (4)$$

Согласно [5], обнаружитель максимального правдоподобия должен вырабатывать логарифм ФОР (4) и определять величину его наибольшего максимума

$$L_m = \sup L(R, V), R \in [R_{\min}, R_{\max}], \\ V \in [-V_{\max}/2, V_{\max}/2].$$

Решение о наличии цели принимается, если $L_m > h$ и решение о ее отсутствии, если $L_m < h$. Порог h выбирается в зависимости от используемого критерия оптимальности обнаружения [5].

Приближенные выражения для характеристик обнаружения цели с неизвестными дальностью и скоростью удается найти, если допустима гауссовская аппроксимация распределения логарифма ФОР. Распределение логарифма ФОР (4) можно аппроксимировать гауссовским распределением, если [6]

$$m = N\nu\tau \gg 1. \quad (5)$$

Полагая, что выполняется (3) и (5), найдем два первых момента логарифма ФОР при отсутствии цели. Производя усреднение, получаем

$$\langle L(R, V) \rangle = m_N = \nu\tau \sum_{k=0}^{N-1} \varphi_1(a_k), \quad (6)$$

$$K_N(R_1, R_2, V_1, V_2) = \langle [L(R_1, V_1) - m_N] [L(R_2, V_2) - m_N] \rangle =$$

$$= \nu \tau \sum_{k=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} \ln [1 + a_k f(x) / \nu] \ln [1 + a_k f\{x - 2[R_2 - R_1 +$$

$$+ (k - \mu) \theta(V_2 - V_1) / c \tau\} / \nu] dx, \quad (7)$$

$$\sigma_N^2 = K_N(R, R, V, V) = \nu \tau \sum_{k=0}^{N-1} \varphi_2(a_k), \quad (8)$$

$$\varphi_n(a) = \int_{-\infty}^{\infty} \{\ln [1 + a f(x) / \nu]\}^n dx, \quad n = 1, 2. \quad (9)$$

Как следует из (6), (7) в рассматриваемом случае дальность и скорость являются неэнергетическими параметрами [7]. Поэтому, если только размеры априорной области возможных значений дальности и скорости не слишком малы, приближенное выражение для вероятности ошибки 1-го рода (ложной тревоги) α можно записать в виде [5]

$$\alpha \approx \begin{cases} 1 - \exp[-\xi u \exp(-u^2/2) (2\pi)^{-3/2}], & u \geq 1 \\ 1, & u < 1. \end{cases} \quad (9)$$

Здесь $u = (h - m_N) / \sigma_N$ — нормированный порог, а

$$\xi = (R_{\max} - R_{\min}) V_{\max} \sqrt{\det K_N} / \sigma_N^2 \quad (10)$$

— приведенный объем априорной области возможных значений дальности и скорости. В (10) введена матрица

$$K_N = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 K_N}{\partial R_1 \partial R_2} & \frac{\partial^2 K_N}{\partial R_1 \partial V_2} \\ \frac{\partial^2 K_N}{\partial R_2 \partial V_1} & \frac{\partial^2 K_N}{\partial V_1 \partial V_2} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

в которой производные корреляционной функции (7) вычисляются при $R_1 = R_2, V_1 = V_2$. Подставляя (7) в (11), выполняя дифференцирование и вычисляя определитель матрицы (11), для (10) получаем выражение

$$\xi = 4 \theta (R_{\max} - R_{\min}) V_{\max} \times$$

$$\times \left\{ \sum_{k=0}^{N-1} F(a_k) \sum_{k=0}^{N-1} k^2 F(a_k) - \left[\sum_{k=0}^{N-1} k F(a_k) \right]^2 \right\}^{1/2} \times \quad (12)$$

$$\times \left[c^2 \tau^2 \nu \sum_{k=0}^{N-1} \varphi_2(a_k) \right]^{-1},$$

$$F(a) = a^2 \int_{-\infty}^{\infty} [df(x)/dx]^2 [1 + af(x)/\nu]^{-2} dx. \quad (12)$$

Отметим, что точность приближенной формулы (9) для вероятности ложной тревоги возрастает с увеличением m (5), нормированного порога u и приведенного объема ζ (12) [5, 6].

Найдем теперь вероятность ошибки 2-го рода (пропуск цели) β . При наличии цели представим логарифм ФОП (4) в виде суммы сигнальной и шумовой функций [7]: $L(R, V) = S(R, V) + N(R, V) + m_N$,

$$S(R, V) = \langle L(R, V) \rangle - m_N = \tau \sum_{k=0}^{N-1} a_k \int_{-\infty}^{\infty} f \{ x - 2 [R - R_0 + (k - \mu) \theta (V - V_0)] / c \tau \} \ln [1 + a_k f(x) / \nu] dx. \quad (13)$$

Шумовая функция $N(R, V) = L(R, V) - \langle L(R, V) \rangle$ является реализацией случайного поля, причем $\langle N(R, V) \rangle = 0$,

$$K_s(R_1, R_2, V_1, V_2) = \langle N(R_1, V_1) N(R_2, V_2) \rangle =$$

$$= \tau \sum_{k=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} [\nu + a_k f \{ x - [2 R_0 / c + (k - \mu) \theta (1 + 2 V_0 / c)] / \tau \}] \times$$

$$\times \ln [1 + a_k f \{ x - [2 R_1 / c + (k - \mu) \theta (1 + 2 V_1 / c)] / \tau \}] / \nu \ln [1 +$$

$$+ a_k f \{ x - [2 R_2 / c + (k - \mu) \theta (1 + 2 V_2 / c)] / \tau \}] / \nu dx.$$

Нетрудно убедиться, что сигнальная функция (13) для всей последовательности (2) достигает максимума при $R = R_0$, $V = V_0$, так что

$$S_m = \max S(R, V) = S(R_0, V_0) = \tau \sum_{k=0}^{N-1} \psi_1(a_k).$$

Следовательно, выходное отношение сигнал—шум (ОСШ) будет равно [7]

$$z_N^2 = S_m^2 / \sigma_s^2 = \tau \left[\sum_{k=0}^{N-1} \psi_1(a_k) \right]^2 / \sum_{k=0}^{N-1} [\nu \varphi_2(a_k) + \psi_2(a_k)], \quad (14)$$

где

$$\sigma_s^2 = K_s(R_0, R_0, V_0, V_0) = \tau \sum_{k=0}^{N-1} [\nu \varphi_2(a_k) + \psi_2(a_k)], \quad (15)$$

$$\psi_n(a) = a \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \{\ln [1 + a f(x) / \nu]\}^n dx, \quad n = 1, 2.$$

Установленные свойства логарифма ФОП (4) при наличии цели позволяют на основе результатов [5] записать приближенное выражение для вероятности пропуска цели

$$\beta \approx \exp [-\zeta u \exp(-u^2/2) (2\pi)^{-3/2} | \Phi(u/\chi - z_N) |] \quad (16)$$

при $u \geq 1$ и $\beta \approx 0$ при $u < 1$. Здесь

$$\chi^2 = \sigma_s^2 / \sigma_N^2 = 1 + \sum_{k=0}^{N-1} \psi_2(a_k) / \nu \sum_{k=0}^{N-1} \varphi_2(a_k), \quad (17)$$

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt / \sqrt{2\pi} \quad (18)$$

— интеграл вероятности. Точность приближенной формулы (16) возрастает с увеличением m , u , ζ и z_N [5, 6].

Рассмотрим, как влияет незнание дальности и скорости на эффективность обнаружения цели. Для этого приведем характеристики обнаружения цели, дальность и скорость которой априори известны [3]

$$\alpha_0 = 1 - \Phi(u), \quad \beta_0 = \Phi(u/\chi - z_N). \quad (19)$$

Сопоставляя (9), (16) и (19) можно оценить проигрыш в эффективности обнаружения цели из-за незнания ее дальности и скорости. Однако сделать это при произвольных u и z_N удастся только численными методами.)

Поэтому ограничимся практически интересным случаем, когда вероятность ложной тревоги мала ($\alpha \leq 0,1$), а ОСШ z_N (14) достаточно велико. Полагая в (9) и (16) $u \gg 1$ и $z_N \gg 1$ получаем упрощенные выражения для) вероятностей ложной тревоги и пропуска цели

$$\alpha \approx \zeta u \exp(-u^2/2) (2\pi)^{-3/2}, \quad \beta = \beta_0. \quad (20)$$

Отсюда следует, что вероятность пропуска цели асимптотически инвариантна к незнанию дальности и скорости цели. Сопоставим значения вероятностей ложной тревоги (19) и (20). Учитывая, что (20) справедливо при 5) больших u и используя асимптотическое выражение для (18) при $x \gg 1$, имеем, что

€

$$\alpha / \alpha_0 \approx \xi u^2 / 2\pi = \xi \ln(\xi / \alpha) / \pi \quad (21)$$

при $\beta = \beta_0$ и $\alpha \rightarrow 0$. Следовательно, относительные потери в эффективности обнаружения возрастают с увеличением приведенного объема (12) априорной области возможных значений дальности и скорости цели и с уменьшением требуемого уровня ложных тревог. Поскольку применение оптических импульсов обеспечивает высокое разрешение [1, 2], то проигрыш в эффективности обнаружения может быть значительным.

Полученные здесь выражения для логарифма ФОП и характеристик обнаружения несколько упрощаются, если максимальная интенсивность каждого оптического импульса мала по сравнению с интенсивностью шума так, что

$$a_k / \nu \ll 1, \quad k = \overline{0, N-1}. \quad (22)$$

Выражение для логарифма ФОП (4) в этом случае принимает вид

$$L(R, V) \approx \sum_{k=0}^{N-1} a_k \int_0^T f\{[t - 2R/c - (k - \mu)\theta(1 + 2V/c)]/\tau\} d\pi(t)/\nu,$$

а параметры (6), (8), (15), (17) переписываются как

$$m_N = \tau \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx \sum_{k=0}^{N-1} a_k, \quad \chi \approx 1, \quad (23)$$

$$\sigma_N^2 \approx z_N^2 \approx \sigma_s^2 = \tau \sum_{k=0}^{N-1} a_k^2 / \nu.$$

Приведенный объем (12) при выполнении (22) определяется выражением

$$\xi = \frac{4\theta(R_{\max} - R_{\min})V_{\max}\sigma(k)}{c^2\tau^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{df(x)}{dx} \right]^2 dx, \quad (24)$$

$$\sigma^2(k) = \sum_{k=0}^{N-1} (k - \langle k \rangle)^2 P(k), \quad (25)$$

$$\langle k \rangle = \sum_{k=0}^{N-1} k P(k), \quad P(k) = a_k^2 / \sum_{k=0}^{N-1} a_k^2.$$

Согласно определению $P(k) \geq 0$ и $\sum_{k=0}^{N-1} P(k) = 1$. Поэтому величину (25) можно интерпретировать как дисперсию случайной величины $k \in$

$\{0, N-1\}$, причем вероятность значения k равна $P(k)$. Из (24) следует, что приведенный объем при выполнении (22) не зависит от интенсивности оптического шума ν и возрастает с увеличением дисперсии (25). Таким образом, проигрыш в эффективности обнаружения (21) возрастает с увеличением дисперсии (25) распределения $P(k)$.

Дальнейшее упрощение полученных выражений возможно, если максимальные интенсивности слабых оптических импульсов (22) одинаковы, т. е.

$$a_0 = a_1 = \dots = a_{N-1}. \quad (26)$$

Это соответствует распределению $P(k) = 1/N$ и значению дисперсии (25) $\sigma^2(k) = (N^2 - 1)/12$. В результате параметры (23) и приведенный объем (29) примут вид

$$m_N = N\tau a_0 \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx, \quad \sigma_N^2 \approx z_N^2 \approx \sigma_s^2 = N\tau a_0^2 / \nu,$$

$$\zeta = \frac{2\theta(R_{\max} - R_{\min})V_{\max}}{c^2 \tau^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{df(x)}{dx} \right]^2 dx \sqrt{\frac{N^2 - 1}{3}}.$$

Отсюда следует, что при выполнении (22), (26) приведенный объем не зависит от максимальной интенсивности одного импульса a_0 и возрастает с увеличением числа импульсов в последовательности (4). Последнее объясняется повышением разрешающей способности по скорости зондирующего сигнала (1) с увеличением числа импульсов. В результате с увеличением числа импульсов последовательности (4) возрастает проигрыш (21) в эффективности обнаружения цели из-за незнания ее дальности и скорости. Приведенные результаты получены при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Долинин Н. А., Терпугов А. Ф. Статистические методы в оптической локации. — Томск: ТГУ, 1982. — 256 с.
2. Воробьев В. И. Оптическая локация для радиоинженеров. — М.: Радио и связь, 1983. — 176 с.
3. Куриша А. А. Квантовая оптика и оптическая локация. — М.: Сов. радио, 1973. — 134 с.
4. Большаков И. А., Ракошиц В. С. Прикладная теория случайных потоков. — М.: Сов. радио, 1978. — 248 с.
5. Трифонов А. П. Обнаружение сигналов с неизвестными параметрами // Теория обнаружения сигналов. — М.: Радио и связь, 1984. — С. 12—89.
6. Марченко Б. Г. Метод стохастических интегральных представлений и его приложения в радиотехнике. — Киев: Наукова думка, 1973. — 192 с.
7. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. — М.: Сов. радио, 1978. — 296 с.

Воронежский госуниверситет.

Поступила в редакцию 02.02.96.