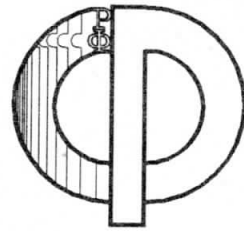


176

ISSN 0021-3462

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ



РАДИОФИЗИКА

1998

ТОМ 41

8

ИЗДАНИЕ НИЖЕГОРОДСКОГО УНИВЕРСИТЕТА/
И НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО
РАДИОФИЗИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 621.391

ОПТИМАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ МОМЕНТА ПОЯВЛЕНИЯ ИМПУЛЬСНОГО СИГНАЛА СО СЛУЧАЙНОЙ СУБСТРУКТУРОЙ

А. П. Трифонов, О. В. Чернояров

Синтезирован алгоритм оптимального оценивания момента появления импульсного сигнала со случайной субструктурой, наблюдаемого на фоне гауссовского белого шума. Выполнен сравнительный анализ байесовского и максимально-правдоподобного измерителей момента появления. Приведены результаты статистического моделирования алгоритмов оценки.

ВВЕДЕНИЕ

Во многих практических приложениях статистической радиофизики необходимо определять момент появления импульсного сигнала. В [1] рассмотрен байесовский алгоритм оценивания момента появления квазидетерминированного импульса известной формы, наблюдаемого на фоне гауссовского белого шума. Методами статистического моделирования установлена его работоспособность и достаточно высокая эффективность. Однако в реальных условиях генерации, распространения и приёма радиоволн структура радиоимпульса может существенно искажаться вследствие влияния помех и случайных воздействий среды распространения [2–4]. Поэтому актуальной представляется задача синтеза и анализа алгоритмов оценивания момента появления импульсного сигнала со случайной субструктурой. В [3] рассмотрена оценка максимального правдоподобия (ОМП) момента появления импульсного сигнала со случайной субструктурой.

Там же найдены асимптотические (при неограниченном увеличении отношения сигнал/шум (ОСШ)) характеристики ОМП с учётом аномальных ошибок. В то же время известно, что применение байесовского подхода [1, 5, 6] в задачах обработки сигналов может обеспечить более высокую эффективность, чем максимально-правдоподобные (МП) алгоритмы. В связи с этим вызывает интерес синтез и анализ байесовского измерителя момента появления случайного импульсного сигнала. Ниже показано, что в рамках байесовского подхода [1, 5, 6] можно получить достаточно простой и эффективный алгоритм оценивания момента появления радиоимпульса со случайной субструктурой.

1. ОЦЕНКА МОМЕНТА ПОЯВЛЕНИЯ ИМПУЛЬСНОГО СИГНАЛА СО СЛУЧАЙНОЙ СУБСТРУКТУРОЙ

Пусть на интервале времени $[0; T]$ наблюдается аддитивная смесь импульсного сигнала со случайной субструктурой $s(t, \lambda_0)$ и помехи $n(t)$

$$x(t) = s(t, \lambda_0) + n(t). \quad (1)$$

Здесь момент появления $\lambda_0 \in [\Lambda_1, \Lambda_2]$ предполагается случайной величиной с априорной плотностью вероятности $W(\lambda)$.

Следуя [2-4], под импульсным сигналом со случайной субструктурой будем понимать отрезок реализации случайного процесса достаточно большой длительности τ

$$s(t, \lambda_0) = \xi(t) I[(t - \lambda_0)/\tau]. \quad (2)$$

В (2) обозначено: $I(\cdot)$ — индикатор единичной длительности, а $\xi(t)$ — реализация стационарного центрированного гауссовского случайного процесса. Спектральную плотность процесса $\xi(t)$, описывающего случайную субструктуру импульсного сигнала, представим как [7]

$$G(\omega) = \frac{\gamma}{2} \left[g\left(\frac{\vartheta - \omega}{\Omega}\right) + g\left(\frac{\vartheta + \omega}{\Omega}\right) \right], \quad \vartheta \gg \Omega. \quad (3)$$

Здесь γ — величина, Ω — ширина полосы частот, ϑ — центральная частота спектральной плотности. Функция $g(x)$ описывает форму спектральной плотности и нормирована так, что $\max g(x) = 1$, $\int_{-\infty}^{\infty} g^2(x) dx = 1$.

Полагаем, что случайный импульсный сигнал (2) полностью находится внутри интервала наблюдения, т. е. $0 \leq \Lambda_1 - \tau/2 < \Lambda_2 + \tau/2 \leq T$. Помеху $n(t)$ в (1), аналогично [1, 3], аппроксимируем гауссовским белым шумом с односторонней спектральной плотностью N_0 . На основе наблюдаемой реализации (1) необходимо оценить случайный момент появления радиоимпульса со случайной субструктурой (2).

Будем считать, что длительность τ импульсного сигнала (2) значительно больше времени корреляции процесса $\xi(t)$, т. е. $\mu = \tau\Omega/2\pi \gg 1$. Тогда в соответствии с [3, 4] логарифм функционала отношения правдоподобия имеет вид

$$L(\lambda) = M(\lambda)/N_0 - (\tau\Omega/2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} \ln[1 + qg(x)] dx, \\ M(\lambda) = \int_{\lambda-\tau/2}^{\lambda+\tau/2} y^2(t) dt, \quad (4)$$

Обозначим: $m = (\Lambda_2 - \Lambda_1)/\tau$ — приведённая длина априорного интервала возможных значений момента появления случайного сигнала [6]. Очевидно, m определяет количество неперекрывающихся сигналов (2), которые могут быть размещены в интервале $[\Lambda_1, \Lambda_2]$. Если $m \gg 1$, то, согласно [5, 6], условное рассеяние ОМП $\hat{\lambda}$ (6) определяется приближённой формулой

$$V(\hat{\lambda}|\lambda_0) = P_0 V_0(\hat{\lambda}|\lambda_0) + (1 - P_0) \left[\frac{\Lambda_2^2 + \Lambda_2 \Lambda_1 + \Lambda_1^2}{3} - (\Lambda_2 + \Lambda_1)\lambda_0 + \lambda_0^2 \right], \quad (7)$$

точность которой возрастает с увеличением m . Здесь P_0 — вероятность, а $V(\hat{\lambda}|\lambda_0)$ — условное рассеяние надёжной оценки соответственно. Под надёжной понимается оценка $\hat{\lambda}$, для которой $|\hat{\lambda} - \lambda_0| < \tau$ [5, 6].

Иногда вместо вероятности надёжной оценки P_0 удобнее использовать вероятность аномальной ошибки $P_a = 1 - P_0 = P[|\hat{\lambda} - \lambda_0| > \tau]$ [5, 6]. Особенно это целесообразно для задач, в которых необходимо обеспечить достаточно малый уровень нормальных ошибок при фиксированном значении P_a . Величина вероятности аномальной ошибки как характеристики оценки момента появления случайного импульсного сигнала (2) представляет при этом самостоятельный интерес [6].

Воспользовавшись результатами [3], можем записать

$$P_0 \approx 2\Psi z \exp\left(\frac{\Psi^2 z^2}{2} + \Psi z^2\right) \int_{\kappa}^{\infty} \exp\left[-\frac{mx}{\kappa\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\kappa^2}\right)\right] \times \\ \times \left\{ \exp(-\Psi zx) \Phi[x - z(\Psi + 1)] - \right. \\ \left. - \exp[3\Psi^2 z^2/2 + \Psi z(z - 2x)] \Phi[x - z(2\Psi + 1)] \right\} dx, \quad (8)$$

$$P_a \approx 2\Psi z \exp\left(\frac{\Psi^2 z^2}{2} + \Psi z^2\right) \int_{\kappa}^{\infty} \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{mx}{\kappa\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\kappa^2}\right)\right] \right\} \times \\ \times \left\{ \exp(-\Psi zx) \Phi[x - z(\Psi + 1)] - \right. \\ \left. - \exp[3\Psi^2 z^2/2 + \Psi z(z - 2x)] \Phi[x - z(2\Psi + 1)] \right\} dx, \quad (9)$$

$$V_0(\hat{\lambda}|\lambda_0) = \frac{13\tau^2}{2\Psi^2 z^4}, \quad (10)$$

где

$$\Psi = \frac{2}{\kappa^2 + 1}, \quad \kappa^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g^2(x) dx}{[1 + qg(x)]^2}, \quad z^2 = \mu q^2 \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g^2(x) dx}{[1 + qg(x)]} \right\}^2 \quad (11)$$

ОСШ для МП алгоритма [3, 4], а $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt$ — интеграл вероятности [7]. Точность формул (7)–(9) возрастает с увеличением μ , z , m , а формулы (10) — с увеличением μ и z .

Усредняя (7) по возможным значениям параметра λ_0 с априорной плотностью вероятности $W(\lambda)$, получаем безусловное рассеяние ОМП $\hat{\lambda}$:

$$V(\hat{\lambda}) = P_0 V_0(\hat{\lambda}) + (1 - P_0) [(\Lambda_2^2 + \Lambda_2 \Lambda_1 + \Lambda_1^2)/3 - (\Lambda_2 + \Lambda_1) \lambda_{\text{pr}} + \lambda_{\text{pr}}^2 + D_{\text{pr}}]. \quad (12)$$

Здесь $V_0(\hat{\lambda})$ — безусловное рассеяние надёжной ОМП, совпадающее с условным рассеянием $V_0(\hat{\lambda}|\lambda_0)$ (10), а λ_{pr} и D_{pr} — априорные среднее значение и дисперсия момента появления соответственно.

На рис. 2 сплошными линиями нанесены зависимости нормированного условного рассеяния $\tilde{V}_c(q) = 12V(\hat{\lambda}|\lambda_0)/(\Lambda_2 - \Lambda_1)^2$ ОМП $\hat{\lambda}$ с учётом аномальных ошибок от величины q (5) при $\lambda_0 = (\Lambda_2 + \Lambda_1)/2$. На рис. 3 сплошными линиями изображены аналогичные зависимости нормированного безусловного рассеяния $\tilde{V}_u(q) = 6V(\hat{\lambda})/(\Lambda_2 - \Lambda_1)^2$, рассчитанные по формулам (8)–(12) для равномерной априорной плотности вероятности момента появления сигнала

$$W(\lambda) = \begin{cases} 1/(\Lambda_2 - \Lambda_1), & \Lambda_1 \leq \lambda \leq \Lambda_2; \\ 0, & \lambda < \Lambda_1, \lambda > \Lambda_2. \end{cases} \quad (13)$$

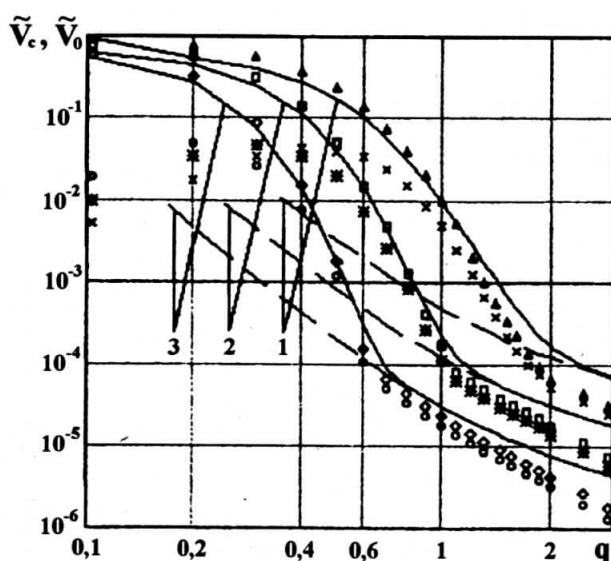


Рис. 2.

Штриховыми линиями на рис. 2, 3 показаны соответствующие зависимости нормированного условного $\tilde{V}_{0c}(q) = 12V_0(\hat{\lambda}|\lambda_0)/(\Lambda_2 - \Lambda_1)^2$ и безусловного $\tilde{V}_{0u}(q) = 6V_0(\hat{\lambda})/(\Lambda_2 - \Lambda_1)^2$ рассеяния (10) надёжной ОМП. Наконец,

на рис. 4 приведены теоретические зависимости вероятности аномальной ошибки P_a от величины q , рассчитанные по формуле (9). При расчёте графиков полагалось, что $g(x) = I(x)$ и $m = 20$. Кривые 1 на рис. 2–4 соответствуют $\mu = 50$, 2 — $\mu = 100$, 3 — $\mu = 200$.

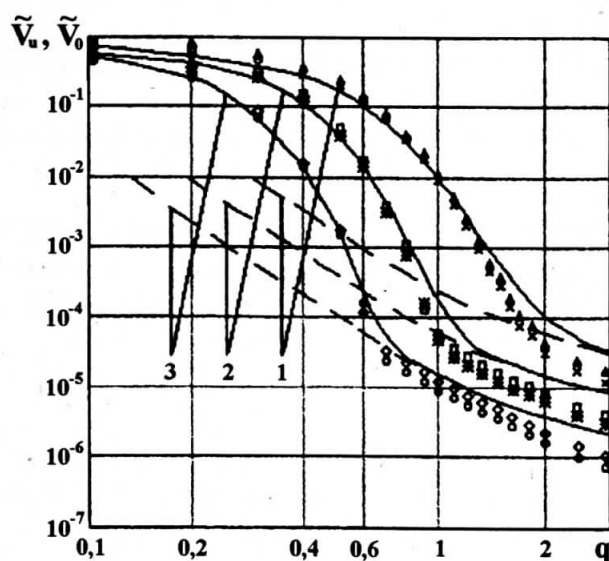


Рис. 3.

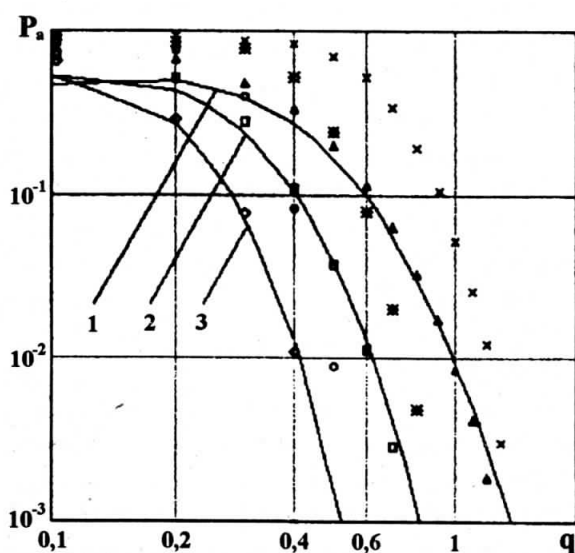


Рис. 4.

Видно, что при недостаточно больших ОСШ (11) существенную роль начинают играть пороговые эффекты, связанные с относительно частым

появлением аномальных ошибок. Вследствие этого условное $V(\hat{\lambda}|\lambda_0)$ (7) и безусловное $V(\hat{\lambda})$ (12) рассеяния ОМП $\hat{\lambda}$ с учётом аномальных ошибок резко возрастают по сравнению с соответствующими условным $V_0(\hat{\lambda}|\lambda_0)$ и безусловным $V_0(\hat{\lambda})$ рассеяниями (10) надёжной ОМП $\hat{\lambda}$. Значит, точность ОМП момента появления случайного импульсного сигнала (2) существенно ухудшается.

Байесовский алгоритм оценивания при квадратичной функции потерь минимизирует средний квадрат ошибки (рассеяние) оценки. Согласно [1, 5, 6], байесовская оценка (БО) момента появления запишется как

$$\lambda_B = \frac{\int_{\Lambda_1}^{\Lambda_2} \lambda W(\lambda) \exp[L(\lambda)] d\lambda}{\int_{\Lambda_1}^{\Lambda_2} W(\lambda) \exp[L(\lambda)] d\lambda} = \frac{\int_{\Lambda_1}^{\Lambda_2} \lambda W(\lambda) \exp[M(\lambda)/N_0] d\lambda}{\int_{\Lambda_1}^{\Lambda_2} W(\lambda) \exp[M(\lambda)/N_0] d\lambda}, \quad (14)$$

где $M(\lambda)$ определяется из (4), а $W(\lambda)$ — априорная плотность вероятности параметра λ_0 .

В большинстве случаев байесовские измерители параметров сигналов достаточно сложно реализуемы аппаратно. Они, как правило, являются многоканальными, причём для полностью оптимальной реализации число каналов должно быть бесконечным [5, 6]. Однако, как следует из [1] и (14), одним из немногих исключений является байесовский измеритель момента появления импульсного сигнала известной формы или со случайной субструктурой. Это существенно облегчает аппаратную реализацию байесовского алгоритма оценки, структурная схема которого изображена на рис. 1, откуда следует исключить блок 6. Остальные блоки обозначены: 7 — нелинейный элемент с экспоненциальной характеристикой; 8 — генератор линейно-изменяющегося напряжения. Величина сигнала на выходе делителя в момент времени $\Lambda_2 + \tau/2$ является байесовской оценкой λ_B (14). Очевидно, что структура байесовского измерителя момента появления несколько сложнее структуры МП измерителя. Отметим также, что байесовский измеритель момента появления случайного импульсного сигнала может быть достаточно просто получен из байесовского измерителя момента появления квазидетерминированного импульса известной формы. Для этого в последнем, согласно (14) и [1], необходимо перед согласованным фильтром включить блок, состоящий из фильтра с передаточной функцией $H(\omega)$ и квадратора. Следовательно, наличие случайной субструктуры приводит лишь к незначительному усложнению структуры байесовского алгоритма оценки для квазидетерминированного сигнала.

Теоретический анализ байесовского измерителя выполнить не удаётся. Кроме того, приведённые выше выражения для рассеяния (7), (12) и вероятности аномальной ошибки (9) ОМП $\hat{\lambda}$ являются лишь асимптотически

точными с увеличением параметров μ , z , m . При конечных значениях этих параметров определить погрешность найденных формул аналитическими методами пока не представляется возможным. В связи с этим исследование работоспособности байесовского и МП алгоритмов, а также определение границ применимости асимптотических выражений для характеристик ОМП момента появления были выполнены методами статистического моделирования на ЭВМ.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

При моделировании полагалось, что процесс, описывающий случайную субструктуру импульсного сигнала, имеет прямоугольную спектральную плотность, т.е. $g(x) = I(x)$. Для сокращения затрат машинного времени использовалось представление отклика $y(t)$ узкополосного фильтра с передаточной функцией $H(\omega)$ (4) через его низкочастотные квадратуры [7]. С учётом условия узкополосности (3) процесса $\xi(t)$ это позволило формировать решающую статистику $M(\lambda)$ (4) в виде суммы двух независимых случайных процессов

$$M(\lambda) = [M_1(\lambda) + M_2(\lambda)]/2, \quad (15)$$

$$M_i(\lambda) = \int_{\lambda-\tau/2}^{\lambda+\tau/2} y_i^2(t) dt, \quad y_i(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_i(t') h_0(t-t') dt',$$

$$x_i(t) = \xi_i(t)I[(t-\lambda_0)/\tau] + n_i(t), \quad i = 1, 2.$$

Здесь $\xi_i(t)$ и $n_i(t)$ — статистически независимые центрированные гауссовские случайные процессы со спектральными плотностями $G_\xi(\omega) = \gamma I(\omega/\Omega)$ и $G_n(\omega) = N_0$, соответственно. Функция $h_0(t)$ выбирается таким образом, чтобы её спектр удовлетворял условию $|H_0(\omega)|^2 = I(\omega/\Omega)$.

В процессе моделирования на интервале $[\bar{\Lambda}_1, \bar{\Lambda}_2]$, $\bar{\Lambda}_i = \Lambda_i/\tau$, $i = 1, 2$ с шагом Δ формировались отсчёты реализаций случайных процессов $y_i(t)$ (15). Это позволило получить ступенчатую аппроксимацию нормированной решающей статистики $M(\lambda)/N_0$ (4) в виде

$$\tilde{M}(l) = \frac{1}{2} \sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} (y_{1k}^2 + y_{2k}^2) \Delta. \quad (16)$$

Здесь $k_{\min} = \text{int}\{(l-1/2)/\Delta\}$, $k_{\max} = \text{int}\{(l+1/2)/\Delta\}$; $l = \lambda/\tau$ — нормированное текущее значение момента появления; $\text{int}\{\cdot\}$ — целая часть числа. При $\Delta = 0,05/\mu$ относительная среднеквадратическая погрешность ступенчатой аппроксимации (16) непрерывной реализации функционала

(15) не превышала 10%. Отсчёты процессов y_{ik} , $i = 1, 2$, формировались на основе последовательности независимых гауссовских чисел методом скользящего суммирования [4, 8]:

$$y_{ik} = \frac{1}{\sqrt{\Delta}} \sum_{s=k-p}^{k+p} \alpha_{is} H_{ks} + \sum_{s=S_1}^{S_2} \xi_{is} H_{ks}, \quad (17)$$

$$\xi_{is} = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{q}{\Delta}} \sum_{n=0}^{2p} H_{np} \beta_{i, n+s+1}.$$

Здесь $S_1 = \max(S_{\min}, k-p)$; $S_2 = \min(S_{\max}, k+p)$; $S_{\min} = \text{int}\{(l_0 - 1/2)/\Delta\}$; $S_{\max} = \text{int}\{(l_0 + 1/2)/\Delta\}$; $l_0 = \lambda_0/\tau$; α_{is} , β_{is} — независимые гауссовские случайные числа с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями; $H_{ks} = \sin[2\pi\mu\Delta(k-s)]/[\pi(k-s)]$.

Число слагаемых в суммах (17) выбиралось так, чтобы относительное отклонение дисперсии сформированного отсчёта от дисперсии моделируемого процесса не превышало 5%. Это соответствует значению $p = 50$. Формирование независимых гауссовских чисел с параметрами $(0, 1)$ осуществлялось на основе стандартного датчика равномерно распределённых в интервале $[0, 1]$ независимых случайных чисел методом Корниша-Фишера [9].

По полученной на основе формул (16), (17) реализации процесса $M(l)$, согласно (6) и (14), определялись нормированные оценки $\hat{l} = \hat{\lambda}/\tau$ и $l_B = \lambda_B/\tau$, соответственно:

$$\hat{l} = \arg \sup \tilde{M}(l), \quad l \in [\tilde{\Lambda}_1, \tilde{\Lambda}_2],$$

$$l_B = \frac{\sum_{i=0}^{\tilde{m}} (\tilde{\Lambda}_1 + i\Delta) W(\tilde{\Lambda}_1 + i\Delta) \exp[\tilde{M}(\tilde{\Lambda}_1 + i\Delta)]}{\sum_{i=0}^{\tilde{m}} W(\tilde{\Lambda}_1 + i\Delta) \exp[\tilde{M}(\tilde{\Lambda}_1 + i\Delta)]},$$

где $\tilde{m} = \text{int}\{m/\Delta\}$.

Экспериментальные характеристики нормированных ОМП $\hat{l}$ и БО l_B находились следующим образом. Пусть при некотором фиксированном значении l_0 сформировано N оценок $\hat{l}_1, \hat{l}_2, \dots, \hat{l}_N$ и $l_{B1}, l_{B2}, \dots, l_{BN}$ для N различных реализаций $M(l)$. Тогда условные рассеяния ОМП и БО определяются соответственно как

$$V(\hat{l}|l_0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{l}_i - l_0)^2, \quad V(l_B|l_0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (l_{Bi} - l_0)^2. \quad (18)$$

При нахождении безусловных характеристик оценок в каждой из N реализаций наблюдаемых данных (1) измеряемый параметр l_0 являлся значением случайной величины, описываемой плотностью вероятности $W(l)$,

соответствующей $W(\lambda)$. По сформированным наборам оценок $\hat{l}_i, l_{Bi}$, $i = \overline{1, N}$, аналогично (18) вычислялись безусловные рассеяния ОМП и БО

$$V(\hat{l}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\hat{l}_i - l_{0i})^2, \quad V(l_B) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (l_{Bi} - l_{0i})^2.$$

Здесь l_{0i} — значения случайной величины с плотностью вероятности $W(l)$. Кроме того, находились оценки безусловных вероятностей аномальных ошибок

$$P_{aM} = P[|\hat{l} - l_0| > 1] \approx n_1/N, \quad P_{aB} = P[|l_B - l_0| > 1] \approx n_2/N.$$

Здесь n_1, n_2 — число зафиксированных аномальных ошибок для ОМП и БО, соответственно.

Некоторые результаты статистического моделирования при $W(l) = 1/(\bar{\Lambda}_2 - \bar{\Lambda}_1)$ (13), $\bar{\Lambda}_1 = 0$, $\bar{\Lambda}_2 = m = 20$ представлены на рис. 2–4. На рис. 2 для случая $\lambda_0 = (\Lambda_1 + \Lambda_2)/2$ нанесены экспериментальные значения нормированного условного рассеяния $\hat{V}_c$ ОМП $\hat{\lambda}$ с учётом аномальных ошибок при $\mu = 50$ (треугольники), $\mu = 100$ (прямоугольники) и $\mu = 200$ (ромбики), а также значения нормированного условного рассеяния БО λ_B момента появления при $\mu = 50$ (крестики), $\mu = 100$ (звёздочки), $\mu = 200$ (кружочки). На рис. 3 треугольниками (при $\mu = 50$), прямоугольниками (при $\mu = 100$) и ромбиками (при $\mu = 200$) показаны экспериментальные значения нормированного безусловного рассеяния $\hat{V}_u$ ОМП $\hat{\lambda}$, а крестиками (при $\mu = 50$), звёздочками (при $\mu = 100$) и кружочками (при $\mu = 200$) — экспериментальные значения нормированного безусловного рассеяния БО λ_B . При этом случайный момент появления λ_0 импульсного сигнала (2) имел априорную плотность вероятности (13). Наконец, на рис. 4 приведены экспериментальные значения безусловной вероятности аномальной ошибки P_{aM} ОМП и P_{aB} БО. Обозначения рис. 4 такие же, как на рис. 2, 3. Каждое экспериментальное значение на рис. 2–4 получено в результате обработки не менее 10^4 реализаций решающей статистики $\hat{M}(l)$. При этом с вероятностью 0,9 границы доверительных интервалов отклоняются от экспериментальных значений не более чем на $10 \div 15\%$.

Как следует из рис. 2, 3, теоретические зависимости условного (7) и безусловного (12) рассеяний ОМП $\hat{\lambda}$ с учётом аномальных ошибок удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные данные по крайней мере при $\mu \geq 50$, $z \geq 0,5$ и $m \geq 20$. С уменьшением q , когда ОСШ $z \leq 5 \div 7$, вероятность P_a аномальных ошибок значительно возрастает и приближается к 1. Это приводит к скачкообразному (по сравнению со случаем надёжной оценки) увеличению рассеяния оценки момента появления. С ростом q , когда $z > 5 \dots 7$, рассеяние $\hat{V}_{c,u}$ сходится к рассеянию $\hat{V}_0$ и оценка становится надёжной с вероятностью, близкой к 1. При $q > 2 \dots 3$

теоретические зависимости $V(\hat{\lambda}|\lambda_0)$ (7), $V(\hat{\lambda})$ (12) отклоняются от экспериментальных значений. Это объясняется тем, что формула (10) для рассеяния $V_0(\hat{\lambda}|\lambda_0)$ надёжной оценки момента появления получена в работе [3] в пренебрежении ошибками оценивания порядка времени корреляции случайной субструктуры импульсного сигнала (2). Следовательно, когда относительное рассеяние ОМП убывает до величины порядка μ^{-2} , погрешность формулы (10) становится значительной.

Сопоставление результатов моделирования байесовского и МП измерителей показывает, что условное рассеяние БО всегда меньше условного рассеяния ОМП и стремится к нулю не только при $q \rightarrow \infty$, но и при $q \rightarrow 0$. Последнее связано с тем, что истинное значение момента появления случайного импульсного сигнала (2) совпадает в данном случае с его априорным средним $\lambda_{\text{пр}}$, а БО сходится к величине $\lambda_{\text{пр}}$ с уменьшением q в среднеквадратическом [5].

Безусловное рассеяние БО в пороговой области (при $1 \leq z \leq 5$) практически совпадает с соответствующим рассеянием ОМП $\hat{\lambda}$. Однако при $z \geq 5 \dots 7$ рассеяние БО становится меньше рассеяния ОМП, причём $V(\lambda_{\text{Б}})/V(\hat{\lambda}) \approx 0,8$. Если же ОСШ z весьма мало ($z \leq 1$), то $V(\lambda_{\text{Б}})/V(\hat{\lambda}) \approx 0,5$. Таким образом, точность ОМП $\hat{\lambda}$ в общем случае несколько уступает точности БО $\lambda_{\text{Б}}$. В то же время использование МП измерителя позволяет заметно снизить вероятность аномальной ошибки при $z \geq 1$.

Приведённые результаты получены при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для определения момента появления импульсного сигнала со случайной субструктурой можно использовать как байесовский, так и МП алгоритмы оценки. Аппаратурная реализация МП измерителя является более простой по сравнению с байесовским. Кроме того, ОМП инвариантна по отношению к априорной плотности вероятности оцениваемого параметра, которая в общем случае может быть неизвестна наблюдателю. В то же время при наличии полной априорной информации байесовский алгоритм обеспечивает предельно достижимую точность оценки.

Таким образом, полученные результаты позволяют в зависимости от объёма имеющейся априорной информации и требований, предъявляемых к простоте аппаратной реализации и точности получаемой оценки, сделать обоснованный выбор между байесовским и МП измерителями момента появления импульсного сигнала со случайной субструктурой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ванжа А. В., Силаев А. М. //Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1995. Т. 38. № 12. С. 1257.
2. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. — М.: Наука, 1981.
3. Трифонов А. П., Захаров А. В. //Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника, 1986. Т. 29. № 4. С. 36.
4. Трифонов А. П., Нечаев Е. П., Парфенов В. И. Обнаружение стохастических сигналов с неизвестными параметрами. — Воронеж: Изд-во ВГУ, 1991.
5. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. — М.: Сов. радио, 1978.
6. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1986.
7. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. — М.: Радио и связь, 1982.
8. Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. — М.: Сов. радио, 1971.
9. Ермаков С. М., Михайлов Г. А. Статистическое моделирование. — М.: Наука, 1982.

Государственный университет,
г. Воронеж, Россия

Поступила в редакцию
30 декабря 1997 г.

**OPTIMAL ESTIMATION OF TIME OCCURRENCE OF PULSE SIGNAL
WITH RANDOM SUBSTRUCTURE**

A. P. Trifonov, O. V. Chernoyarov

The algorithm of the optimal estimation of time occurrence of the pulse signal with random substructure observed on the background of white Gaussian noise has been synthesized. The comparative analysis of Bayes and maximum likelihood meters of the time occurrence has been made. The results of the statistical computer modeling of estimation algorithms have been presented.