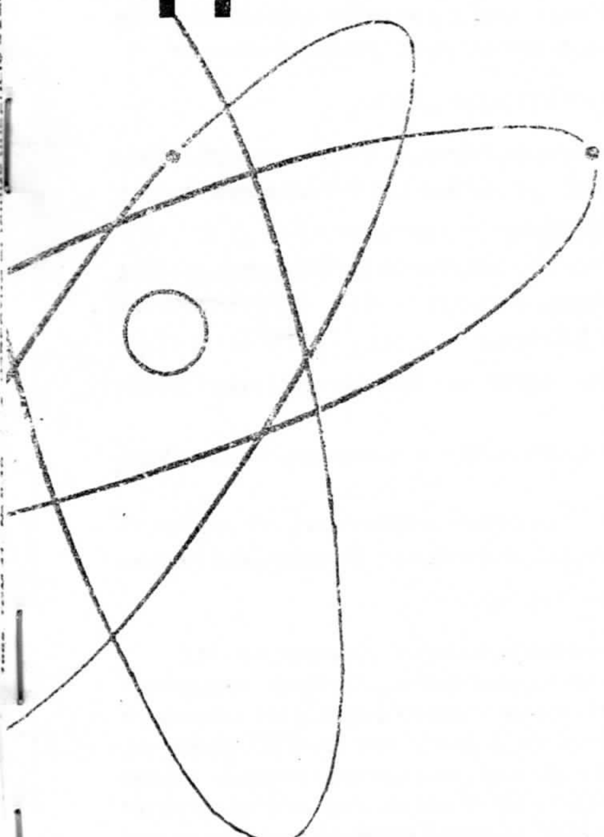
ISSN 0021-3470

НТУУ "КПІ"
100
1898·1998

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА



ТОМ 41
9-10

ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

1998

УДК 621.391

ТРИФОНОВ А. П., ЗАХАРОВ А. В., ЧЕРНОЯРОВ О. В.

ПОРОГОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КВАЗИПРАВДОПОДОБНОЙ ОЦЕНКИ ВРЕМЕНИ ПРИХОДА СЛУЧАЙНОГО РАДИОИМПУЛЬСА

Найдены характеристики оценки времени прихода радиоимпульса с неточно известной длительностью при наличии аномальных ошибок. Приведены результаты статистического моделирования алгоритма оценки.

Задача оценки времени прихода импульсных сигналов имеет широкие приложения в связи, радио- и гидролокации, системах синхронизации и т. п. Такие сигналы не только наблюдаются на фоне случайных помех, но и сами часто являются случайными. Примерами случайного радиоимпульса могут служить отраженный локационный сигнал, радиосигнал, искаженный модулирующей помехой, сигналы в радио- и оптической астрономии [1—3] и др.

Рассмотрим оценку времени прихода λ_0 случайного радиоимпульса

$$s(t, \lambda_0, \tau_0) = I[(t-\lambda_0)/\tau_0]\,\xi(t), \tag{1}$$

наблюдаемого на фоне аддитивного гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0. Здесь $I(x) = 1$ при $|x| \le 1/2$, $I(x) = 0$ при $|x| > 1/2$, τ_0 — длительность импульса, а$\xi(t)$ — узкополосный центрированный стационарный гауссовский случайный процесс. Спектральную плотность процесса $\xi(t)$ представим в виде $G(\omega) = (\gamma/2)\{g[(\nu-\omega)/\Omega] + g[(\nu+\omega)/\Omega]\}$, где γ — величина, Ω — ширина полосы частот, ν — центральная частота спектральной плотности, а функция $g(x)$ описывает форму спектральной плотности и нормирована так, что $\max g(x) = 1$, $\int\limits_{-\infty}^{\infty} g^2(x)\,dx = 1$.

Полагаем, что длительность импульса (1) значительно больше времени корреляции узкополосного случайного процесса $\xi(t)$, т. е.

$$\mu = \tau_0\,\Omega/2\pi >> 1,\ \ \Omega << \nu. \tag{2}$$

В [4] исследована оценка максимального правдоподобия (ОМП) времени прихода импульса (1) с учетом аномальных ошибок при условии, что остальные параметры импульса априори известны. Однако в ряде практических задач длительность импульса известна не точно. Ниже найдены характеристики оценки времени прихода импульса (1) с неточно известной длительностью, а также приведены результаты теоретического и экспериментального (методом статистического моделирования на ЭВМ) исследования пороговых эффектов.

При выполнении (2) логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП) $L(\lambda, \tau)$ для наблюдаемой реализации $x(t) = s(t, \lambda_0, \tau_0) + n(t)$ как функция неизвестных времени прихода и длительности радиоимпульса (1) имеет вид [4]:

$$L(\lambda, \tau) = M(\lambda, \tau) / N_0 - (\tau \Omega / 2\pi) \int_{-\infty}^{\infty} \ln [1 + q g(x)]\, dx, \tag{3}$$

$$M(\lambda, \tau) = \int_{\lambda - \tau/2}^{\lambda + \tau/2} y^2(t)\, dt, \tag{4}$$

где $q = \gamma / N_0$, а $y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t') h(t - t')\, dt'$— отклик фильтра с импульсной переходной функцией $h(t)$ на реализацию наблюдаемых данных $x(t)$, причем передаточная функция $H(\omega)$ этого фильтра удовлетворяет условию:$|H(\omega)|^2 = f[(\nu - \omega)/\Omega] + f[(\nu + \omega)/\Omega]$, $f(x) = qg(x) / [1 + qg(x)]$. Обозначим $[\Lambda_1, \Lambda_2]$ — априорный интервал возможных значений неизвестного времени прихода λ_0. Тогда ОМП λ_m времени прихода импульса (1) с априори известной длительностью определяется как положение глобального максимума функционала $M(\lambda, \tau_0)$ (4) при $\lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2]$, т. е. $\lambda_m = \arg \sup\limits_{\lambda} M(\lambda, \tau_0)$ [4].

При неточно известной длительности импульса τ_0 вместо ОМП λ_m можно использовать квазиправдоподобную оценку (КПО)

$$\lambda_q = \arg \sup_{\lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2]} M^*(\lambda), \quad M^*(\lambda) = M(\lambda, \tau^*) = \int_{\lambda - \tau^*/2}^{\lambda + \tau^*/2} y^2(t)\, dt, \tag{5}$$

где τ^* — фиксированное ожидаемое (прогнозируемое) значение длительности τ_0, причем в общем случае $\tau^* \neq \tau_0$. При $\tau^* = \tau_0$ КПО λ_q (5) переходит в ОМП λ_m.

Введем в рассмотрение безразмерный параметр $l = \lambda/\tau_0$, обозначим $l_0 = \lambda_0/\tau_0$ и представим функционал $M^*(\lambda)$ (5) в виде суммы $M^*(\lambda) = S(l) + N(l)$. Здесь $S(l) = \langle M^*(l\tau_0) \rangle$ — сигнальная,

$N(l) = M^*(l\,\tau_0) - \langle M^*(l\,\tau_0) \rangle$ — шумовая функции, а усреднение выполняется по реализациям $x(t)$ при фиксированном λ_0 [5]. Если выполняется (2), то

$$S(l) = AC(l, l_0) + S_0, \tag{6}$$

$$A = \mu q^2 N_0 \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left\{ g^2(x) / [1 + q\, g(x)] \right\} dx,$$

$$S_0 = \mu q N_0 (1+\delta) \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left\{ g(x) / [1 + qg(x)] \right\} dx,$$

$$C(l, l_0) = \left\{ \begin{array}{ll} 1 + \min(0; \delta), & |l - l_0| \le |\delta| / 2; \\ 1 + \delta/2 - |l - l_0|, & |l - l_0| \in (|\delta|/2; 1 + \delta/2]; \\ 0, & |l - l_0| > 1 + \delta/2, \end{array} \right\},$$

где $\delta = (\tau^* - \tau_0)/\tau_0$ — относительное отклонение ожидаемого значения длительности импульса (1) от ее истинного значения. Шумовая функция $N(l)$ является реализацией асимптотически (при $\mu \to \infty$) гауссовского центрированного случайного процесса с корреляционной функцией

$$\langle N(l_1) N(l_2) \rangle = B_1 R_1(l_1, l_2) + B_2 R_2(l_0, l_1, l_2), \tag{7}$$

$$B_1 = \mu q^2 N_0^2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{g^2(x)\, dx}{[1 + qg(x)]^2},\; B_2 = \mu q^3 N_0^2 \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{g^3(x)\,[2 + qg(x)]\, dx}{[1 + qg(x)]^2},$$

$$R_1(l_1, l_2) = \left\{ \begin{array}{ll} 1 + \delta - |l_1 - l_2|, & |l_1 - l_2| \le 1 + \delta; \\ 0, & |l_1 - l_2| > 1 + \delta; \end{array} \right\},$$

$$R_2(l_0, l_1, l_2) = \max \{0; \min[l_0 + 1/2; l_1 + (1+\delta)/2; l_2 + (1+\delta)/2] -$$
$$- \max[l_0 - 1/2; l_1 - (1+\delta)/2; l_2 - (1+\delta)/2]\}.$$

Из (6) следует, что сигнальная функция $S(l)$ имеет плоскую вершину протяженностью $|\delta|$, расположенную на интервале $\Gamma_0 \equiv [l_0 - |\delta|/2; l_0 + |\delta|/2]$. В частности, сигнальная функция максимальна при $l = l_0$, следовательно выходное отношение сигнал/шум (ОСШ) [5] для квазиправдоподобного алгоритма (5) запишется в виде:

$$z_q^2(\delta) = \frac{[S(l_0) - S_0]^2}{\langle N^2(l_0)\rangle} = \frac{A^2 [1 + \min(0;\delta)]^2}{B_1(1+\delta) + B_2 [1 + \min(0;\delta)]},$$

причем, $z_q^2(\delta) >> 1$ при выполнении (2), $q > 0$ и $\delta > -1$.

Найдем характеристики нормированной КПО $l_q = \lambda_q / \tau_0$ временного положения импульса (1). В процессе анализа все оценки целесообразно разбить на два класса: надежные и аномальные [5]. Оценка l_q является надежной, если она находится в пределах интервала $\Gamma_S \equiv [l_0 - 1 - \delta/2; l_0 + 1 + \delta/2]$, где сигнальная функция (6) отлична от S_0. Если же КПО l_q находится вне интервала Γ_S, т. е. $l_q \in \Gamma_N = \Gamma \setminus \Gamma_S$, $\Gamma \equiv [\Lambda_1/\tau_0; \Lambda_2/\tau_0]$, то оценка и соответствующая ошибка оценивания называются аномальными [5].

Установленные свойства функционала $M^*(\lambda)$ (5) позволяют на основе метода локально-марковской аппроксимации, аналогично [6, 7], найти асимптотически точное (при $z_q^2(\delta) \to \infty$, $\mu \to \infty$) выражение для функции распределения $F_0(l) = P(l_q < l)$ надежной оценки l_q:

$$F_0(l) = \begin{cases} \varphi(l_0 - l - |\delta|/2), & l < l_0 - |\delta|/2; \\ \arccos[2(l_0 - l)/|\delta|]/\pi, & |l - l_0| \le |\delta|/2; \\ 1 - \varphi(l - l_0 - |\delta|/2), & l > l_0 + |\delta|/2; \end{cases} \tag{8}$$

$$\varphi(l) = \frac{2z}{\kappa_2} \int_0^\infty \left\{ \exp\left(-\frac{2zx}{\kappa_2}\right) \Phi\left(\frac{x - zl}{\sqrt{\kappa_2 l}}\right) + \Phi\left(\frac{x + zl}{\sqrt{\kappa_2 l}}\right) - 1 \right\} \times$$

$$\times \left\{ 2\Phi\left(\frac{x}{\sqrt{\kappa_1 |\delta|}}\right) - 1 - \exp\left(\frac{2z^2\kappa_1}{\kappa_2^2}|\delta|\right) \left[\exp\left(-\frac{2zx}{\kappa_2}\right) \times \right.\right.$$

$$\left.\left. \times \Phi\left(\frac{x - 2z\kappa_1|\delta|/\kappa_2}{\sqrt{\kappa_1|\delta|}}\right) - \exp\left(\frac{2zx}{\kappa_2}\right)\left(1 - \Phi\left(\frac{x + 2z\kappa_1|\delta|/\kappa_2}{\sqrt{\kappa_1|\delta|}}\right)\right)\right]\right\} dx,$$

$$\kappa_1 = \begin{cases} 2, & \delta < 0; \\ 2B_1/(B_1 + B_2), & \delta > 0; \end{cases} \quad \kappa_2 = \frac{2B_1 + B_2}{B_1 + B_2},$$

где

$$z^2 = \max_\delta z_q^2(\delta) = z_q^2(0) = \mu q^2 \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{g^2(x)\,dx}{[1 + q\,g(x)]} \right\}^2 \tag{9}$$

— ОСШ при априори известной длительности радиоимпульса, а $\Phi(x)=\int\limits_{-\infty}^{x}\exp(-t^2/2)\,dt/\sqrt{2\pi}$ — интеграл вероятности. Выражение (8) получено, аналогично [6], в предположении, что время корреляции $1+\delta$ шумовой функции $N(l)$ превосходит ширину $|\delta|$ плоской вершины сигнальной функции $S(l)$ (6), т. е.

$$|\delta|>-1/2\,. \tag{10}$$

Из (8) следует, что функция распределения надежной КПО времени прихода радиоимпульса (1) имеет существенно негауссовский характер, хотя решающая статистика $M^*(\lambda)$ (5) является асимптотически гауссовской.

Используя (8), находим асимптотические выражения для условных (при фиксированном l_0) смещения $b_0=\langle l_q-l_0\rangle$ и рассеяния $V_0=\left\langle (l_q-l_0)^2\right\rangle$ надежной КПО l_q:

$$b_0=0\,,\;\; V_0=\frac{\delta^2}{8}+\exp\left(\frac{2z^2\kappa_1|\delta|}{\kappa_2^2}\right)\left[1-\Phi\left(\frac{2z}{\kappa_2}\sqrt{\kappa_1|\delta|}\right)\right]\left[\frac{13\kappa_2^2}{4z^4}+\frac{|\delta|}{z^2}\times\right.$$
$$\left.\times\left(\frac{3\kappa_2}{2}-8\kappa_1\right)+\frac{4\kappa_1}{\kappa_2^2}\delta^2\left(3\kappa_1-\kappa_2\right)+\frac{8z^2\kappa_1^2}{\kappa_2^3}|\delta|^3\left(1-\frac{4\kappa_1}{3\kappa_2}\right)\right]+\sqrt{\frac{|\delta|\kappa_1}{2\pi}}\;\times$$
$$\times\left[4z\delta^2\frac{\kappa_1}{\kappa_2^2}\left(\frac{4\kappa_1}{3\kappa_2}-1\right)+\frac{|\delta|}{z}\left(3-\frac{22\kappa_1}{3\kappa_2}\right)+\frac{13\kappa_2}{2z^3}\right], \tag{11}$$

точность которых возрастает с увеличением μ (2) и z^2 (9). Полагая в (11) $\delta=0$, получаем рассеяние $V_{0m}=\langle (l_m-l_0)^2\rangle=13\kappa_2^2/8\,z^4$ нормированной надежной ОМП $l_m=\lambda_m/\tau_0$ времени прихода сигнала (1) с априори известной длительностью [4]. Согласно (11) предельное (при $z^2\to\infty$) значение рассеяния V_0 надежной оценки l_q равно $\delta^2/8$. Следовательно, рассеяние КПО (5) даже при очень малых случайных искажениях импульса (1) ограничено снизу постоянной величиной $(\tau^*-\tau_0)^2/8$, и при $\delta=0$ КПО (5) не является состоятельной.

Рассмотрим теперь пороговые (т. е. с учетом аномальных ошибок) характеристики КПО (5). Аномальные ошибки возможны, если приведенная длина [5, 7] $m=(\Lambda_2-\Lambda_1)/\tau_0$ априорного интервала Γ возможных значений времени прихода l_0 значительно больше протяженности интервала Γ_S надежной оценки, т. е.

$$m > 1 . \tag{12}$$

Обозначим $P_0 = P[l_q \in \Gamma_S]$ — вероятность надежной оценки, $W_0(l) = dF_0(l)/dl$ и $W_a(l)$ — плотности вероятностей надежной и аномальной КПО l_q соответственно. Так как надежные и аномальные решения об оценке являются несовместимыми событиями, то плотность вероятности КПО l_q с учетом аномальных ошибок можно представить в виде $W(l) = P_0 W_0(l) + (1 - P_0) W_a(l)$. Здесь при выполнении (12) можно использовать аппроксимацию: $W_a(l) = 1/m$ при $l \in \Gamma$ и $W_a(l) = 0$ при $l \notin \Gamma$ [5]. Тогда условные (при фиксированном l_0) смещение и рассеяние оценки l_q с учетом аномальных ошибок запишутся в виде:

$$\begin{gathered} b = \langle l_q - l_0 \rangle = P_0\, b_0 + (1 - P_0)\, b_a = (1 - P_0)\, b_a , \\ V = \langle (l_q - l_0)^2 \rangle = P_0\, V_0 + (1 - P_0)\, V_a , \end{gathered} \tag{13}$$

где b_0 и V_0 — условные смещение и рассеяние надежной оценки, которые определяются из (11), а b_a и V_a — условные смещение и рассеяние аномальной оценки, причем при выполнении (12) $b_a = (\Lambda_2 + \Lambda_1)/2\tau_0 - l_0$, $V_a = [(\Lambda_2^2 + \Lambda_2 \Lambda_1 + \Lambda_1^2)/3\tau_0^2 - l_0(\Lambda_2 + \Lambda_1)/\tau_0 + l_0^2]$ [5].

Вероятность надежной оценки при $\tau^* = \tau_0$ найдена в [4]. Поэтому ограничимся рассмотрением случая $\tau^* \neq \tau_0$ $(\delta \neq 0)$. Согласно определению [5] $P_0 = P[H_S > H_N]$, где H_S и H_N — величины глобальных максимумов функционала $M^*(\lambda)$ (5) на интервалах надежной Γ_S и аномальной **оценок** Γ_N соответственно. При выполнении (12) случайные величины H_S и H_N приближенно статистически независимы, поэтому [5]

$$P_0 \approx \int_{-\infty}^{\infty} F_N(u)\, d F_S(u) , \tag{14}$$

где $F_N(u) = P(H_N < u)$ и $F_S = P(H_S < u)$ — функции распределения случайных величин H_N и H_S соответственно. Будем считать, что ОСШ (9) достаточно велико, поэтому для расчета вероятности (14) достаточно найти аппроксимации подынтегральных функций $F_N(u)$ и $F_S(u)$, асимптотически точные при $u \to \infty$ [5].

Согласно (6), (7), если $l \in \Gamma_N$, то $S(l) = S_0$, а шумовая функция $N(l)$ является асимптотически (при $\mu \to \infty$) гауссовским стационарным центрированным случайным процессом с корреляционной функцией $\langle N(l_1) N(l_2) \rangle = B_1 R_1(l_1, l_2)$. Поэтому при выполнении (2)

$$F_N(u) = P\left[\sup_{l \in \Gamma_N} M^*(l\tau_0) < u\right] = P\left[\sup_{l \in \Gamma_N} N(l) < u - S_0\right] =$$
$$= P\left\{\sup_{l \in \Gamma_N} r\,[\,l/(1+\delta)\,] < \zeta_N(u)\right\},$$

где $\zeta_N(u) = (u - S_0)/\sqrt{B_1(1+\delta)}$, а $r(l)$ — стационарный центрированный гауссовский случайный процесс с корреляционной функцией $K(l) = \max\,[\,0\,;\,1 - |\,l\,|\,]$. Когда выполняется (12)

$$F_N(u) \approx P\left\{\sup_{l \in \Gamma} r\,[\,l/(1+\delta)\,] < \zeta_N(u)\right\}. \qquad (15)$$

Воспользовавшись в (15) асимптотической (при $m \to \infty$, $u \to \infty$) аппроксимацией функции распределения $F(u) = P\left[\sup_{l \in \Gamma} r(l) < u\right]$, приведенной в [8], находим:

$$F_N(u) = \begin{cases} \exp\left\{-\dfrac{m\,\zeta_N(u)}{(1+\delta)\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\dfrac{\zeta_N^2(u)}{2}\right]\right\}, & u \geq S_0 + \sqrt{B_1}\,(1+\delta)\,; \\ 0\,, & u < S_0 + \sqrt{B_1}\,(1+\delta)\,. \end{cases} \qquad (16)$$

Точность этого выражения возрастает с увеличением u, m и μ.

Положим теперь $l \in \Gamma_S$. Согласно (8) при $\tau^* \neq \tau_0$ и $z^2 \to \infty$ надежная КПО l_q принимает значения из интервала $\Gamma_0 \equiv [\,l_0 - |\delta\,|/2\,;\,l_0 + |\delta\,|/2\,]$ с вероятностью, стремящейся к 1. На этом интервале: $S(l) = S(l_0) = A\,[1 + \min(0\,;\,\delta)\,] + S_0$, а шумовая функция $N(l)$ является асимптотически гауссовским стационарным центрированным случайным процессом с корреляционной функцией $\langle N(l_1)\,N(l_2)\rangle = B_1\,R_1(l_1, l_2) + B_2$ при $\delta \geq 0$ и $\langle N(l_1)\,N(l_2)\rangle = (B_1 + B_2)\,R_1(l_1, l_2)$ при $\delta < 0$. Поэтому при $z^2 >> 1$ и выполнении (2):

$$F_S(u) = P\left\{ \sup_{l \in \Gamma_S} M^*(l\tau_0) < u \right\} \approx P\left\{ \sup_{l \in \Gamma_0} M^*(l\tau_0) < u \right\} =$$

$$= P\left[\sup_{l \in [0; m_S]} r(l) < \zeta_S(u) \right], \tag{17}$$

$$\zeta_S(u) = \left\{ u - A\left[1 + \min(0\,;\,\delta)\right] - S_0 \right\} / \sigma,$$

$$\sigma^2 = \begin{cases} (B_1 + B_2)(1+\delta), & \delta < 0\,; \\ B_1(1+\delta) + B_2, & \delta \ge 0\,; \end{cases} m_S = \begin{cases} |\delta| / (1+\delta), & \delta < 0\,; \\ B_1 |\delta| / [B_1(1+\delta) + B_2], & \delta \ge 0\,. \end{cases}$$

Используя [9] можно найти вероятность непревышения порога u реализацией процесса $r(l)$ на интервале длительностью $\rho \le 1$:

$$P\left[\sup_{l \in [0;\rho]} r(l) < u \right] = \Psi_0(u, \rho) = \int_{-\infty}^{u} \Phi\left[\frac{u - x(1-\rho)}{\sqrt{\rho(2-\rho)}} \right] \exp\left(-\frac{x^2}{2} \right) \frac{dx}{\sqrt{2\pi}} - \frac{\rho\, u}{\sqrt{2\pi}} \times$$

$$\times \exp\left(-\frac{u^2}{2} \right) \Phi\left(u \sqrt{\frac{\rho}{2-\rho}} \right) - \frac{\sqrt{\rho(2-\rho)}}{2\pi} \exp\left(-\frac{u^2}{2-\rho} \right). \tag{18}$$

При выполнении (10) в (17) величина $m_S < 1$. Воспользовавшись (18), находим асимптотическую аппроксимацию функции (17)

$$F_S(u) \approx \Psi_0\left[\zeta_S(u), m_S\right], \tag{19}$$

точность которой возрастает с увеличением μ и z. Подставляя (16), (19) в (14), при $\delta \ne 0$ окончательно получаем

$$P_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_1^{\infty} \exp\left[-\frac{m\,x}{(1+\delta)\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2} \right) \right] \left\{ \left[2 + m_S \zeta^2(x) - m_S \right] \times \right.$$

$$\times \exp\left(-\frac{\zeta^2(x)}{2} \right) \Phi\left[\zeta(x) \sqrt{\frac{m_S}{2-m_S}} \right] + \sqrt{\frac{m_S(2-m_S)}{2\pi}}\ \zeta(x) \times$$

$$\left. \times \exp\left[-\frac{\zeta_2(x)}{2-m_S} \right] \right\} dx, \tag{20}$$

$$\zeta(x) = \begin{cases} \left[x - A\sqrt{(1+\delta)/B_1} \right] / \sqrt{1 + B_2/B_1}, & \delta < 0\,; \\ \left[x - A/\sqrt{B_1(1+\delta)} \right] / \sqrt{1 + B_2/B_1(1+\delta)}, & \delta \ge 0\,, \end{cases}$$

где m_S определяется из (17), а коэффициенты A, B_1, B_2 — из (6), (7). Точность приближенного выражения (20) возрастает с увеличением m, μ (2) и z (9).

На рис. 1, 2 сплошными линиями нанесены зависимости нормированного рассеяния $\tilde{V} = 12V / m^2$ КПО l_q с учетом аномальных ошибок, а на рис. 3, 4 — вероятности $P_a = P[l_q \in \Gamma_N] = 1 - P_0$ аномальной ошибки, рассчитанные по формулам (13), (20) при $g(x) = I(x)$, $\lambda_0 = (\Lambda_2 + \Lambda_1)/2$, $m = 20$ и $\delta = 0{,}1$ (рис. 1, 3), либо $\delta = -0{,}1$ (рис. 2, 4). Штриховыми линиями на рис. 1, 2 показаны соответствующие зависимости нормированного рассеяния $\tilde{V}_0 = 12V_0 / m^2$ (11) надежной КПО. Кривые *1* на рис. 1—4 соответствуют $\mu = 50$, *2* — $\mu = 100$, *3* — $\mu = 200$. Из рис. 1—4 следует, что с уменьшением q, когда ОСШ $z \le 5...7$, вероятность P_a аномальных ошибок значительно возрастает и приближается к 1. Это приводит (по сравнению со случаем надежной оценки) к скачкообразному увеличению рассеяния КПО. С ростом q, когда $z > 5...7$, рассеяние $\tilde{V}$ сходится к рассеянию $\tilde{V}_0$, и оценка становится надежной с вероятностью, близкой к 1. Из (13), (20) и рис. 1, 2 следует, что минимальное (пороговое) значение параметра q, при котором влиянием аномальных ошибок на точность КПО еще можно пренебречь, уменьшается с увеличением μ и возрастает с увеличением m.

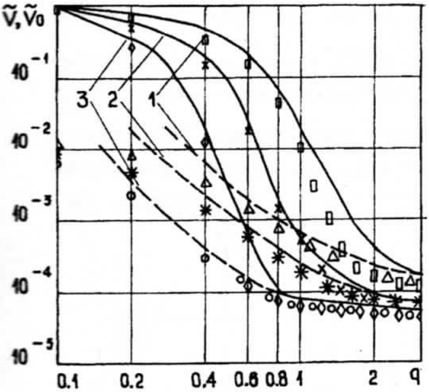


Рис. 1

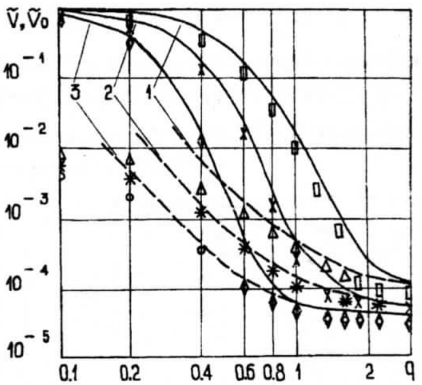


Рис. 2

С целью экспериментальной проверки работоспособности квазиправдоподобного алгоритма оценки (5) и установления границ применимости асимптотически точных формул (11), (13), (20) для характеристик КПО выполнялось статистическое моделирование алгоритма (5) на ЭВМ. При моделировании форма спектральной плотности процесса $\xi(t)$ предполагалась прямоугольной, так что $g(x) = I(x)$. Для сокращения затрат машинного времени использовалось представление отклика $y(t)$ узкополосного фильтра с импульсной переходной функцией $h(t)$ (4) через его низкочастотные квадратуры. С учетом условия узкополосности (2) это позволило сформировать решающую статистику $M^*(\lambda)$ (4) в виде суммы двух независимых случайных процессов

$$M^*(\lambda) = C\,[\,L_1(\lambda) + L_2(\lambda)]\,,\; L_i(\lambda) = \int\limits_{\lambda-\tau^*/2}^{\lambda+\tau^*/2} y_i^2(t)\,dt\,,\; i = 1, 2,$$

$$y_i(t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x_i(t')\,h_0(t-t')\,dt',\; x_i(t) = I\,[(t-\lambda_0)/\tau_0\,]\,\xi_i(t) + n_i(t)\,.$$

Здесь C — несущественная постоянная, $\xi_i(t)$ и $n_i(t)$ — статистически независимые центрированные гауссовские случайные процессы со спектральными плотностями $G_0(\omega) = \gamma\, I(\omega/\Omega)$ и N_0 соответственно, а спектр $H_0(\omega)$ функции $h_0(t)$ удовлетворяет условию: $|H_0(\omega)|^2 = I(\omega/\Omega)$. В процессе моделирования с шагом $\Delta t = 0{,}05/\mu$ формировались отсчеты случайных процессов $y_i(t)$, а затем для всех $\lambda \in [\Lambda_1\,;\Lambda_2\,]$ с шагом $\Delta\lambda = 0{,}01\tau_0$ — отсчеты случайного процесса $M^*(\lambda)$, и согласно (5) вычислялась оценка времени прихода случайного радиоимпульса. При этом среднеквадратическая погрешность ступенчатой аппроксимации непрерывных реализаций $M^*(\lambda)$ на основе сформированных дискретных отсчетов не превышала 10%.

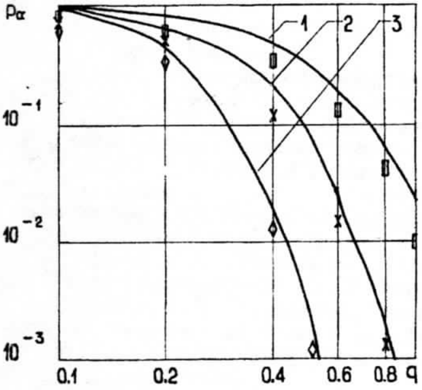


Рис. 3

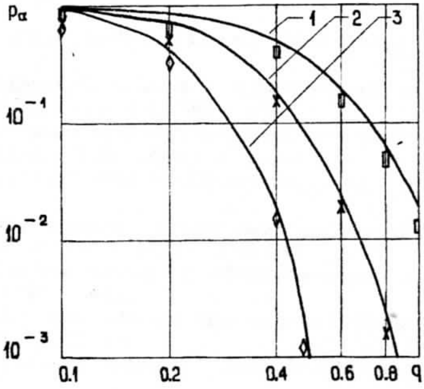


Рис. 4

Некоторые результаты статистического моделирования при $\lambda_0 = (\Lambda_2 + \Lambda_1)/2$, $m = 20$ и $\delta = 0{,}1$ показаны на рис. 1, 3, а при $\delta = -0{,}1$ — на рис. 2, 4. На рис. 1, 2 нанесены экспериментальные значения нормированного рассеяния $\tilde{V}$ КПО l_a с учетом аномальных ошибок при $\mu = 50$ (квадратики), $\mu = 100$ (крестики) и $\mu = 200$ (ромбики), а также значения $\tilde{V}_0$ нормированного рассеяния надежной оценки при $\mu = 50$ (треугольники), $\mu = 100$ (звездочки) и $\mu = 200$ (кружочки). На рис. 3, 4 квадратиками (при $\mu = 50$), крестиками (при $\mu = 100$) и ромбиками (при $\mu = 200$) показаны экспериментальные значения вероятности $P_a = 1 - P_0$ аномальной ошибки. Каждое экспериментальное значение получено в результате обработки не менее 10^4 реализаций $M^*(\lambda)$. Поэтому с вероятностью 0,9 границы доверительных интервалов отклоняются от экспериментальных значений не более, чем на 10...15 %. Из рис. 1—4 следует, что теоретические зависимости для характеристик КПО с учетом аномальных ошибок удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные данные по крайней мере при $\mu \ge 50$, $z \ge 0{,}5$. При $z < 1{,}5...2$ теоретические зависимости для рассеяния $\tilde{V}_0$ надежной КПО заметно отклоняются от экспериментальных, поскольку найдены без учета конечной длительности интервала Γ_S надежной оценки [5—7].

Приведенные результаты получены при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Ван Трис Г.* Теория обнаружения, оценок и модуляции.— М.: Сов. радио, 1977.— 664 с.

2. *Ахманов С. А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С.* Введение в статистическую радиофизику и оптику.— М.: Наука, 1981.— 640 с.

3. Вопросы статистической теории радиолокации. П. А. Бакут, И. А. Большаков, Б. М. Герасимов и др.; Под ред. Г. П. Тартаковского.— М.: Сов. радио, 1963.— 426 с.

4. *Трифонов А. П., Захаров А. В.* Прием сигнала с неизвестной задержкой при наличии модулирующей помехи // Радиоэлектроника.— 1986.— Т.29.— № 4.— С. 36—41.

5. *Куликов Е. И., Трифонов А. П.* Оценка параметров сигналов на фоне помех.— М.: Сов. радио, 1978.— 296 с.

6. *Трифонов А. П., Галун С. А.* Требования к точности тактовой синхронизации при использовании ШИМ // Радиоэлектроника.— 1980.— Т. 23.— № 7.— С. 37—43.

7. *Трифонов А. П., Шинаков Ю. С.* Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех.— М.: Радио и связь, 1986.— 264 с.

8. *Трифонов А. П.* Обнаружение сигналов с неизвестными параметрами // Теория обнаружения сигналов.— М.: Радио и связь, 1984.— С.12—89.

9. *Shepp L. A.* Radon-Nicodym derivatives of Gaussian measures // Ann. Math. Statist.— 1966.— V. 37.— P.321—354.

Воронежский госуниверситет.

Поступила в редакцию 02.09.97.