

Оценка амплитуды прямоугольного узкополосного радиоимпульса с неизвестными длительностью и начальной фазой

УДК 621.396

А. П. ТРИФОНОВ, Ю. Э. КОРЧАГИН, М. Б. БЕСПАЛОВА, М. В. ТРИФОНОВ

## ОЦЕНКА АМПЛИТУДЫ ПРЯМОУГОЛЬНОГО УЗКОПОЛОСНОГО РАДИОИМПУЛЬСА С НЕИЗВЕСТНЫМИ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ\*

*Воронежский государственный университет,  
Россия, Воронеж, 394006, Университетская пл., д. 1*

**Аннотация.** В работе исследованы алгоритмы оценки амплитуды радиосигнала с огибающей прямоугольной формы и с неизвестными длительностью и начальной фазой. Выполнены синтез и анализ квазиравдоподобного квазикогерентного алгоритма оценки, согласно которому вместо неизвестных длительности и начальной фазы используются некоторые ожидаемые их значения. Исследован проигрыш в точности оценки амплитуды вследствие априорного незнания длительности и начальной фазы. Синтезирован квазиравдоподобный некогерентный алгоритм оценки амплитуды с адаптацией начальной фазы и найдены его статистические характеристики: смещение и рассеяние оценки. Получены зависимости проигрыша в точности оценки вследствие априорного незнания длительности сигнала. Выполнены синтез и анализ максимально правдоподобного алгоритма оценки амплитуды, согласно которому вместо неизвестных длительности и начальной фазы используются их оценки максимального правдоподобия. Исследован выигрыш в точности максимально правдоподобной оценки по сравнению с квазиравдоподобными. Показано, что априорное незнание длительности сигнала асимптотически при больших отношениях сигнал/шум не влияет на точность максимально правдоподобной оценки амплитуды.

**Ключевые слова:** оценка амплитуды; неизвестные длительность и фаза; характеристики оценок амплитуды радиосигнала

Задача оценки амплитуды сигнала, наблюдаемого на фоне шума, представляет интерес для многих практических приложений радиоэлектроники и неоднократно рассматривалась в литературе [1–9]. В [1] рассмотрена оценка амплитуды детерминированного сигнала при условии, что все остальные параметры априори известны, найдены характеристики оценки амплитуды. В [2] исследована оценка максимального правдоподобия (МП) амплитуды сигнала, содержащего неизвестные неэнергетические параметры, а также совместные оцен-

ки амплитуды и длительности прямоугольного импульса.

Однако широкое применение в радиоэлектронике находят также сигналы с высокочастотным заполнением (радиосигналы). Поэтому оказывается актуальной задача оценки амплитуды радиосигнала с неизвестными длительностью и начальной фазой высокочастотного заполнения. Ниже рассмотрены алгоритмы оценки амплитуды узкополосного радиоимпульса с прямоугольной формой огибаю-

\* Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда (проект 15-11-10022).

щей и неизвестными длительностью и начальной фазой.

Пусть на интервале времени  $[0, T]$  доступна наблюдению реализация

$$\xi(t) = s(t, \tau_0, a_0, \varphi_0) + n(t) \quad (1)$$

аддитивной смеси полезного сигнала

$$s(t, \tau_0, a_0, \varphi_0) = \begin{cases} a_0 \cos(\omega t - \varphi_0), & 0 \leq t \leq \tau_0, \\ 0, & t < 0, t > \tau_0, \end{cases} \quad (2)$$

и гауссовского белого шума  $n(t)$  с односторонней спектральной плотностью  $N_0$ . Здесь  $\tau_0$ ,  $a_0$ ,  $\varphi_0$  — неизвестные длительность, амплитуда и начальная фаза принимаемого сигнала соответственно. Полагаем, что длительность сигнала принимает значения из априорного интервала

$$\tau_0 \in [T_1, T_2]. \quad (3)$$

Располагая наблюдаемой реализацией  $\xi(t)$ , необходимо сформировать оценку амплитуды полезного сигнала (2), считая длительность и начальную фазу неинформативными параметрами [2], в оценке которых нет необходимости.

Для синтеза алгоритма оценки амплитуды воспользуемся методом МП [1, 2], согласно которому оценка амплитуды при априори известных длительности  $\tau_0$  и начальной фазе  $\varphi_0$  совпадает с положением абсолютного (наибольшего) максимума логарифма функционала отношения правдоподобия (ФОР):

$$a_{0m} = \arg \sup_a L(\tau_0, a, \varphi_0).$$

При неизвестных длительности, амплитуде и начальной фазе логарифм ФОР зависит от трех неизвестных параметров [1, 2]:

$$L(\tau, a, \varphi) = \quad (4)$$

$$= \frac{2a}{N_0} \int_0^\tau [\xi(t) - a \cos(\omega t - \varphi) / 2] \cos(\omega t - \varphi) dt.$$

Следовательно, имеется априорная параметрическая неопределенность относительно длительности и начальной фазы. В качестве одного из возможных способов преодоления этой неопределенности воспользуемся квази-правдоподобным (КП) алгоритмом оценки, согласно которому вместо неизвестных длительности  $\tau$  и начальной фазы  $\varphi$  в выражении (4) используются их некоторые ожидаемые значения  $\tau^*$  и  $\varphi^*$  соответственно. Таким образом, применяется когерентная обработка, но длительность и начальная фаза ожидаемого и принимаемого радиосигналов могут не совпадать. Поэтому будем называть такой алгоритм оценки амплитуды КП квазикогерентным.

Квазикогерентная КП оценка представляет собой положение максимума решающей статистики:

$$L_{\tau\varphi}^*(a) = L(\tau^*, a, \varphi^*) = \quad (5)$$

$$= \frac{2a}{N_0} \int_0^{\tau^*} [\xi(t) - a \cos(\omega t - \varphi^*) / 2] \cos(\omega t - \varphi^*) dt,$$

$$\hat{a} = \arg \sup_a L_{\tau\varphi}^*(a). \quad (6)$$

Оценка (6) может быть найдена аналитически. Для этого приравняем производную функции (5) по  $a$  нулю:

$$\left. \frac{dL(a, \tau^*, \varphi^*)}{da} \right|_{a=\hat{a}} = \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau^*} \xi(t) \cos(\omega t - \varphi^*) dt -$$

$$- \frac{2\hat{a}}{N_0} \int_0^{\tau^*} \cos^2(\omega t - \varphi^*) dt = 0$$

и решим полученное уравнение относительно  $\hat{a}$ :

$$\hat{a} = \frac{2}{\tau^*} \int_0^{\tau^*} \xi(t) \cos(\omega t - \varphi^*) dt. \quad (7)$$

Оценка амплитуды прямоугольного узкополосного радиоимпульса с неизвестными длительностью и начальной фазой

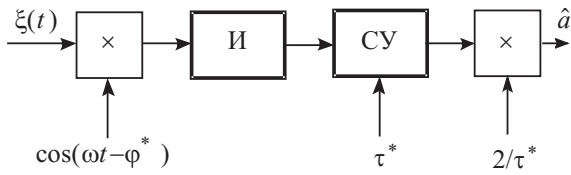


Рис. 1

Здесь и далее в силу узкополосности радиосигнала, отброшены интегралы от функций, осциллирующих с удвоенной частотой  $2\omega$ . Выражение (7) определяет структуру приемного устройства. Его блок-схема изображена на рис. 1, где И — интегратор на интервале времени  $[0, t]$ , СУ — стробирующее устройство, фиксирующее значения сигнала в момент времени  $\tau^*$ .

Выполним анализ квазикогерентного КП алгоритма оценки амплитуды. Согласно (7) оценка  $\hat{a}$  является гауссовской случайной величиной. Подставляя в (7) реализацию наблюдаемых данных (1) и выполняя усреднение находим статистические характеристики квазикогерентной КП оценки — смещение и рассеяние:

$$B_{\tau\varphi} = \langle \hat{a} - a_0 \rangle = a_0 \left( \left[ 1 - \eta(\delta_\tau) + \frac{\eta(\delta_\tau)}{1 + \delta_\tau} \right] \cos(\Delta\varphi) - 1 \right), \quad (8)$$

$$V_{\tau\varphi} = \langle (\hat{a} - a_0)^2 \rangle = \frac{a_0^2}{z_0^2(1 + \delta_\tau)} + a_0^2 \left( \left[ 1 - \eta(\delta_\tau) + \frac{\eta(\delta_\tau)}{1 + \delta_\tau} \right] \cos(\Delta\varphi) - 1 \right)^2, \quad (9)$$

где  $\Delta\varphi = \varphi^* - \varphi_0$  — расстройка начальной фазы,  $z_0^2 = a_0^2 \tau_0 / N_0$  — отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе приемника МП,

$$\eta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

— функция Хевисайда,

$$\delta_\tau = (\tau^* - \tau_0) / \tau_0 \quad (10)$$

— величина, характеризующая отклонение ожидаемой длительности сигнала от ее истинного значения. Будем называть ее расстройкой длительности. Согласно (8) в общем случае  $B_{\tau\varphi} \neq 0$  даже в отсутствие шума, следовательно, квазикогерентная КП оценка амплитуды (6) несостоятельна.

Если начальная фаза априори известна, то  $\Delta\varphi = 0$ , и выражения для смещения (8) и рассеяния (9) оценки (6) имеют вид:

$$B_\tau = -a_0 \delta_\tau \eta(\delta_\tau) / (1 + \delta_\tau), \quad (11)$$

$$V_\tau = \frac{a_0^2}{z_0^2(1 + \delta_\tau)} + a_0^2 \frac{\delta_\tau^2 \eta(\delta_\tau)}{(1 + \delta_\tau)^2}. \quad (12)$$

Смещение (11) и рассеяние (12) совпадают с аналогичными выражениями [3] для КП оценки амплитуды сигнала без высокочастотного заполнения с неизвестной длительностью. При равенстве ожидаемой длительности и ее истинного значения  $\tau^* = \tau_0$ ,  $\delta_\tau = 0$  квазикогерентная КП оценка амплитуды (6) обладает смещением:

$$B_\varphi = a_0 (\cos(\Delta\varphi) - 1)$$

и рассеянием

$$V_\varphi = a_0^2 / z_0^2 + a_0^2 (\cos(\Delta\varphi) - 1)^2. \quad (13)$$

Если ожидаемые значения начальной фазы и длительности равны их истинным значениям  $\varphi^* = \varphi_0$ ,  $\tau^* = \tau_0$ , то квазикогерентная КП оценка  $\hat{a}$  (6) совпадает с МП оценкой амплитуды при априори известных начальной фазе и длительности:

$$a_{0m} = \frac{2}{\tau_0} \int_0^{\tau_0} \xi(t) \cos(\omega t - \varphi_0) dt. \quad (14)$$

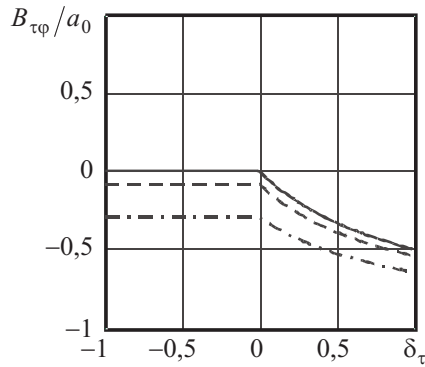


Рис. 2

Смещение и рассеяние оценки (14) имеют вид:

$$\begin{aligned} B_{0m} &= 0, \\ V_{0m} &= a_0^2 / z_0^2 \end{aligned} \quad (15)$$

и совпадают с аналогичными выражениями [1].

Введем в рассмотрение величину  $\chi = V_{\tau\phi} / V_{0m}$ , характеризующую увеличение рассеяния (9) квазикогерентной КП оценки амплитуды (6) вследствие априорного незнания начальной фазы и длительности по сравнению с рассеянием (15) МП оценки амплитуды (14) при априори известных начальной фазе и длительности сигнала:

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{V_{\tau\phi}}{V_{0m}} = \frac{1}{1 + \delta_\tau} + \\ &+ z_0^2 \left( \left[ 1 - \eta(\delta_\tau) + \frac{\eta(\delta_\tau)}{1 + \delta_\tau} \right] \cos(\Delta\phi) - 1 \right)^2. \end{aligned} \quad (16)$$

На рис. 2 приведены зависимости нормированного смещения  $B_{\tau\phi} / a_0$  (8) от  $\delta_\tau$  (10) при различных расстройках начальной фазы. Сплошная кривая соответствует  $\Delta\phi = 0$ , штриховая —  $\Delta\phi = \pi/8$ , штрих-пунктирная —  $\Delta\phi = \pi/4$ . Истинное значение длительности сигнала выбрано посередине априорного интервала  $\tau_0 = (T_1 + T_2) / 2$ , тогда

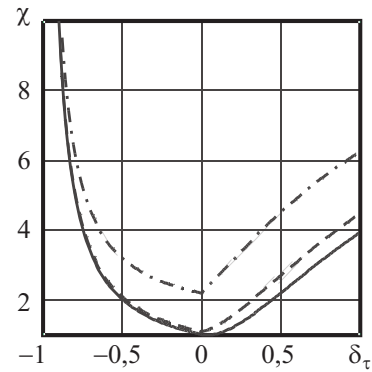


Рис. 3

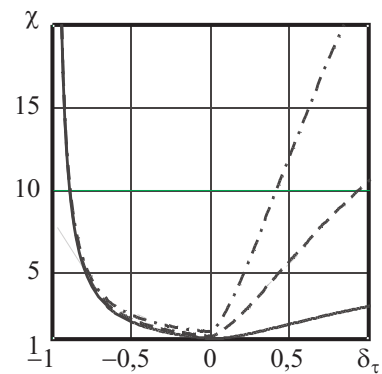


Рис. 4

$\tau_0 / T_2 = (k + 1) / (2k)$ , где  $k = T_2 / T_1 = 10$  — динамический диапазон изменения неизвестной длительности. Как видно из рис. 2, при  $\tau^* > \tau_0$  смещение квазикогерентной КП оценки (6) не равно нулю даже при отсутствии расстройки начальной фазы.

На рис. 3 и 4 приведены зависимости величины проигрыша  $\chi$  (16) от  $\delta_\tau$  (10) при  $k = 10$ . Зависимости на рис. 3 построены при ОСШ  $z_0 = 5$  и различных расстройках начальной фазы  $\Delta\phi$ . Сплошная кривая соответствует  $\Delta\phi = 0$ , штриховая —  $\Delta\phi = \pi/8$ , штрих-пунктирная —  $\Delta\phi = \pi/4$ . Зависимости на рис. 4 рассчитаны при наличии расстройки начальной фазы  $\Delta\phi = \pi/8$  и различных ОСШ. Сплошная кривая соответствует  $z_0 = 4$ , штриховая —  $z_0 = 8$ , штрих-пунктирная —  $z_0 = 12$ . Как видно из рис. 3 и 4, априорное незнание длительности сигнала может приводить к существенному увеличению рассеяния квазикогерентной КП

Оценка амплитуды прямоугольного узкополосного радиопульса с неизвестными длительностью и начальной фазой

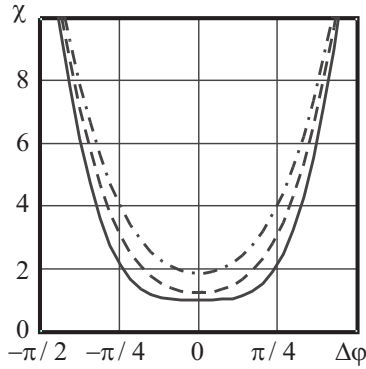


Рис. 5

оценки амплитуды (6) по сравнению с оценкой (14), особенно при наличии расстройки начальной фазы радиосигнала.

На рис. 5 показаны зависимости величины проигрыша  $\chi$  (16) от расстройки фазы  $\Delta\varphi$  при  $z_0 = 5$ ,  $k = 10$  и различных расстройках длительности  $\delta_\tau$ . Сплошная кривая на рис. 5 соответствует  $\delta_\tau = 0$ , штриховая —  $\delta_\tau = 0,2$ , штрих-пунктирная —  $\delta_\tau = 0,4$ . Как видно из рис. 5, несовпадение ожидаемого значения начальной фазы с его истинным значением может привести к увеличению рассеяния квази-когерентной КП оценки в несколько раз. Поэтому с целью повышения точности оценки амплитуды рассмотрим некогерентный КП алгоритм, согласно которому неизвестная начальная фаза заменяется в выражении (4) на ее МП оценку, а вместо неизвестной длительности  $\tau_0$  по-прежнему используется некоторое ожидаемое значение  $\tau^*$ .

Некогерентная КП оценка амплитуды определяется выражением:

$$\hat{a}_\tau = \arg \sup_a L_\tau^*(a), \quad (17)$$

где

$$L_\tau^*(a) = \sup_\varphi L(a, \tau^*, \varphi) = L(a, \tau^*, \varphi_m),$$

$$\varphi_m = \arg \sup_\varphi L(a, \tau^*, \varphi). \quad (18)$$

Максимизацию логарифма ФОП (4) по переменной  $\varphi$  можно выполнить аналитически. Для этого подставим сигнал (2) в (4) и представим логарифм ФОП в виде:

$$L(\tau, a, \varphi) = \frac{2a}{N_0} X(\tau) \cos \varphi + \frac{2a}{N_0} Y(\tau) \sin \varphi - \frac{a^2 \tau}{2N_0}, \quad (19)$$

где:

$$X(\tau) = \int_0^\tau \xi(t) \cos(\omega t) dt,$$

$$Y(\tau) = \int_0^\tau \xi(t) \sin(\omega t) dt. \quad (20)$$

Выполняя максимизацию решающей статистики (19) по переменной  $\varphi$ , получаем:

$$L(\tau, a) = \sup_\varphi L(a, \tau, \varphi) = \frac{2a}{N_0} \sqrt{X^2(\tau) + Y^2(\tau)} - \frac{a^2 \tau}{2N_0}.$$

Тогда, согласно (18),

$$L_\tau^*(a) = L(\tau^*, a) = \frac{2a}{N_0} \sqrt{X^2(\tau^*) + Y^2(\tau^*)} - \frac{a^2 \tau^*}{2N_0}. \quad (21)$$

Оценка (17) может быть найдена аналитически. Для этого приравняем производную функции (21) по  $a$  нулю:

$$\left. \frac{dL_\tau^*(a)}{da} \right|_{a=\hat{a}_\tau} = \frac{2}{N_0} \sqrt{X^2(\tau^*) + Y^2(\tau^*)} - \frac{\hat{a}_\tau \tau^*}{N_0} = 0$$

и решим полученное уравнение относительно  $\hat{a}_\tau$ :

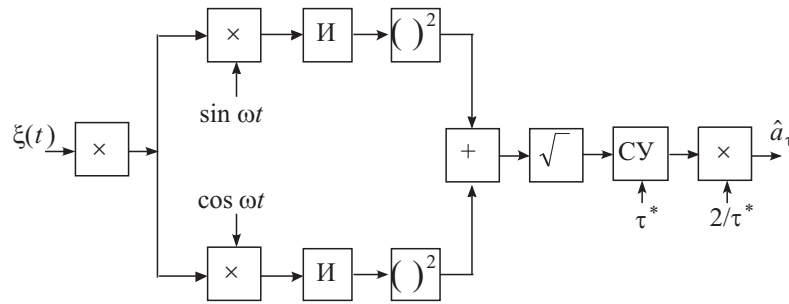


Рис. 6

$$\hat{a}_\tau = 2\sqrt{X^2(\tau^*) + Y^2(\tau^*)} / \tau^*. \quad (22)$$

$$= \frac{N_0}{2} \min(\tau_1, \tau_2),$$

На рис. 6 изображена блок-схема некогерентного КП измерителя амплитуды, где обозначения блоков совпадают с обозначениями рис. 1.

Для анализа некогерентного КП алгоритма оценки амплитуды рассмотрим случайные процессы  $X(\tau)$  и  $Y(\tau)$  (20). Подставив в (20) принятую реализацию (1), получаем после несложных преобразований:

$$X(\tau) = \frac{1}{2} a_0 \min(\tau_0, \tau) \cos \varphi_0 + N_c(\tau),$$

$$Y(\tau) = \frac{1}{2} a_0 \min(\tau_0, \tau) \sin \varphi_0 + N_s(\tau), \quad (23)$$

где

$$N_c(\tau) = \int_0^\tau n(t) \cos(\omega t) dt,$$

$$N_s(\tau) = \int_0^\tau n(t) \sin(\omega t) dt.$$

Шумовые составляющие  $N_c(\tau)$  и  $N_s(\tau)$  представляют собой линейные преобразования гауссовского случайного процесса, поэтому также являются гауссовскими. Они обладают нулевыми математическими ожиданиями и корреляционными функциями:

$$\langle N_c(\tau_1) N_c(\tau_2) \rangle = \langle N_s(\tau_1) N_s(\tau_2) \rangle =$$

$$\langle N_c(\tau_1) N_s(\tau_2) \rangle = 0.$$

Подставим выражения (23) в (22) при  $\tau = \tau^*$  и запишем для некогерентной КП оценки амплитуды:

$$\hat{a}_\tau = \frac{2}{\tau^*} \left( \left[ \frac{1}{2} a_0 \min(\tau_0, \tau^*) \cos \varphi_0 + N_c(\tau^*) \right]^2 + \left[ \frac{1}{2} a_0 \min(\tau_0, \tau^*) \sin \varphi_0 + N_s(\tau^*) \right]^2 \right)^{1/2}. \quad (24)$$

Введем нормированные случайные величины  $\eta_c = N_c(\tau^*) \sqrt{2} / \sqrt{N_0 \tau^*}$ ,  $\eta_s = N_s(\tau^*) \sqrt{2} / \sqrt{N_0 \tau^*}$ . Они представляют собой статистически независимые гауссовские случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями. Используя  $\eta_c$  и  $\eta_s$ , перепишем выражение (24) в виде:

$$\hat{a}_\tau = a_0 \left( \left[ \frac{\min(\tau_0, \tau^*)}{\tau^*} \cos \varphi_0 + \varepsilon \frac{\eta_c}{\sqrt{1 + \delta_\tau}} \right]^2 + \left[ \frac{\min(\tau_0, \tau^*)}{\tau^*} \sin \varphi_0 + \varepsilon \frac{\eta_s}{\sqrt{1 + \delta_\tau}} \right]^2 \right)^{1/2}, \quad (25)$$

где  $\varepsilon = 1 / z_0$ .

Оценка амплитуды прямоугольного узкополосного радиоимпульса с неизвестными длительностью и начальной фазой

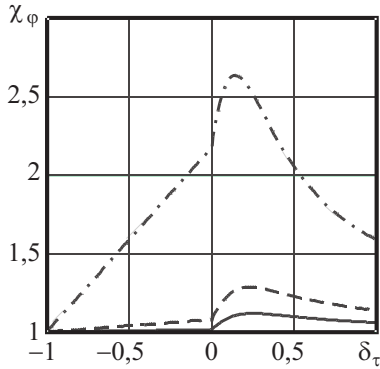


Рис. 7

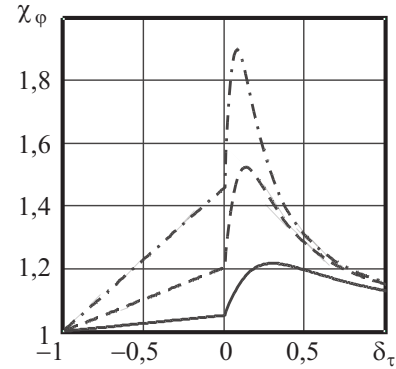


Рис. 8

Будем считать далее, что ОСШ  $z_0$  достаточно велико, следовательно, величина  $\varepsilon$  мала. Разложив (25) в ряд по степеням  $\varepsilon$  и отбросив члены порядка малости  $\varepsilon^2$  и менее, получим:

$$\hat{a}_\tau = a_0 \left( \frac{\min(\tau_0, \tau^*)}{\tau^*} + \varepsilon \frac{\eta_c \cos \varphi_0}{\sqrt{1 + \delta_\tau}} + \varepsilon \frac{\eta_s \sin \varphi_0}{\sqrt{1 + \delta_\tau}} \right).$$

Выполняя усреднение, находим асимптотически (при больших ОСШ) точные выражения для смещения и рассеяния некогерентной КП оценки (22):

$$B_\tau^* = \langle \hat{a}_\tau - a_0 \rangle = -a_0 \delta_\tau \eta(\delta_\tau) / (1 + \delta_\tau),$$

$$V_\tau^* = \langle (\hat{a}_\tau - a_0)^2 \rangle = \frac{a_0^2}{z_0^2 (1 + \delta_\tau)} + a_0^2 \frac{\delta_\tau^2 \eta(\delta_\tau)}{(1 + \delta_\tau)^2},$$

которые совпадают с аналогичными выражениями, найденными в [3] для КП оценки амплитуды сигнала без высокочастотного заполнения с неизвестной длительностью.

Введем в рассмотрение величину  $\chi_\varphi = V_{\tau\varphi} / V_\tau^*$ , характеризующую выигрыш в точности некогерентной КП оценки амплитуды (6) по сравнению с квазикогерентной КП оценкой, или выигрыш в точности оценки вследствие адаптации измерителя по начальной фазе.

На рис. 7 и 8 приведены зависимости величины выигрыша  $\chi_\varphi$  от  $\delta_\tau$  (10) при  $k = 10$ . Зави-

симости на рис. 7 построены при ОСШ  $z_0 = 5$  и различных расстройках начальной фазы. Сплошная кривая соответствует  $\Delta\varphi = \pi / 12$ , штриховая —  $\Delta\varphi = \pi / 8$ , штрих-пунктирная —  $\Delta\varphi = \pi / 4$ . Зависимости на рис. 8 рассчитаны при наличии расстройки начальной фазы  $\Delta\varphi = \pi / 8$  и различных ОСШ. Сплошная кривая соответствует  $z_0 = 4$ , штриховая —  $z_0 = 8$ , штрих-пунктирная —  $z_0 = 12$ .

Из кривых рис. 7, 8 следует, что выигрыш в точности некогерентной КП оценки (22) по сравнению с точностью квазикогерентной КП оценки (7) увеличивается с ростом расстройки фазы и величины ОСШ.

С целью улучшения точности оценки амплитуды применим МП алгоритм, основанный на поиске положения абсолютного максимума логарифма ФОП:

$$a_m = \arg \sup_a L(a),$$

$$L(a) = \sup_{\tau, \varphi} L(\tau, a, \varphi) = \sup_{\tau} L(\tau, a),$$

в котором вместо неизвестных длительности и начальной фазы используются их оценки МП  $\tau_m$  и  $\varphi_m$ , что равносильно максимизации логарифма ФОП по неизвестным параметрам. Выполняя максимизацию логарифма ФОП (19) по переменным  $a$ ,  $\varphi$  и  $\tau$ , получаем МП оценку амплитуды:

$$a_m = a_m(\tau_m) = \frac{2\sqrt{X^2(\tau_m) + Y^2(\tau_m)}}{\tau_m}, \quad (26)$$

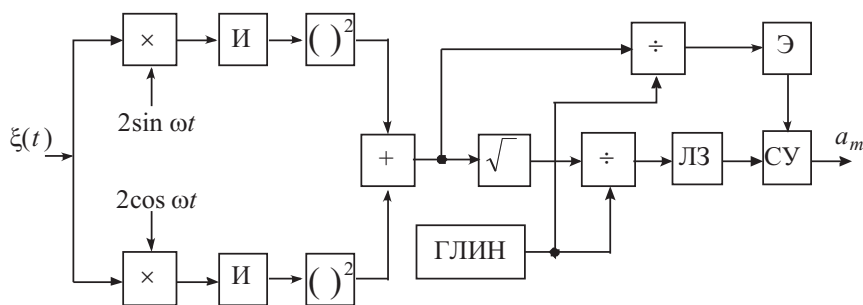


Рис. 9

$$\tau_m = \underset{\tau}{\operatorname{arg\,sup}} L(\tau), \quad (27)$$

$$L(\tau) = (X^2(\tau) + Y^2(\tau)) / \tau. \quad (28)$$

Выражение (26) определяет структуру приемного устройства. Приемник должен формировать случайный процесс (28) для всех возможных значений длительности (3) и находить МП оценку длительности (27) как положение его максимума. Подставив найденную оценку длительности в (26) получаем искомую МП оценку амплитуды.

На рис. 9 изображена блок-схема МП измерителя амплитуды, где: И — интеграторы на интервале времени  $[0, t]$ ,  $t \in [0, T_2]$ ; ГЛИН — генератор линейно изменяющегося напряжения, Э — экстрематор, осуществляющий поиск положения максимума входного сигнала на интервале времени  $[T_1, T_2]$ ; ЛЗ — линия задержки на время  $T_2$ , СУ — стробирующее устройство, фиксирующее значение входного сигнала в момент времени  $T_2 + \tau_m$ .

Для анализа МП алгоритма оценки амплитуды рассмотрим логарифм функционала отношения правдоподобия (4). Он представляет собой случайную функцию трех неслучайных аргументов. Эта функция дифференцируема по параметрам  $a$  и  $\varphi$  и недифференцируема по переменной  $\tau$ . Следовательно, амплитуда и начальная фаза являются регулярными параметрами сигнала (2), а длительность — разрывным параметром [2]. Таким образом, условия регулярности частично нарушаются.

В [10] показано, что асимптотически (с ростом ОСШ) точность МП оценок регулярных параметров (амплитуды и начальной фазы) не зависит от наличия неизвестного разрывного параметра (длительности). Это означает, что смещение и дисперсия МП оценки амплитуды (26), при больших ОСШ асимптотически совпадают со смещением и рассеянием (15) оценки амплитуды (14) радиосигнала с априори известными длительностью и начальной фазой. Следовательно, зависимости, приведенные на рис. 2–5, можно интерпретировать как функции, характеризующие выигрыш в точности МП оценки (26) по сравнению с точностью квазикогерентной КП оценки (6). Зависимости, изображенные на рис. 2, 3 при  $\Delta\varphi = 0$  показывают выигрыш в точности МП оценки (26) по сравнению с точностью некогерентной КП оценки (17).

Полученные результаты позволяют сделать обоснованный выбор алгоритма оценки амплитуды в зависимости от имеющейся априорной информации, а также в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценки и степени простоты технической реализации алгоритма.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Тихонов, В.И. *Оптимальный прием сигналов*. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.
2. Трифонов, А.П.; Шинаков, Ю.С. *Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех*. М.: Радио и связь, 1986. 268 с.
3. Трифонов, А.П.; Корчагин, Ю.Э.; Кондратович, П.А.; Трифонов, М.В. Оценка амплитуды сигнала



Оценка амплитуды прямоугольного узкополосного радиоимпульса с неизвестными длительностью и начальной фазой

с неизвестной длительностью. *Известия вузов. Радиоэлектроника*, Т. 55, № 9, С. 3–10, 2012. URI: <http://radio.kpi.ua/article/view/S0021347012090014>.

4. Зандер, Ф. В.; Чмых, М. К. Предельные погрешности оптимальных измерителей амплитуды и постоянной составляющей сигналов с малым временем измерения. *Измерительная техника*, № 1, С. 33–34, 1988.

5. Wang, Chunyang; Liu, Xuelian; Fan, Bin. Estimation method for weak sinusoidal amplitude in alpha noise. *Proc. of 12th Int. Conf. on Signal Processing, ICSP*, 19–23 Oct. 2014, Hangzhou, China. IEEE, 2014, pp. 46–51. DOI: [10.1109/ICOSP.2014.7014967](https://doi.org/10.1109/ICOSP.2014.7014967).

6. Czuszyński, Krzysztof; Ruminski, Jacek; Polinski, Artur; Bujnowski, Adam. Estimation of the amplitude of the signal for the active optical gesture sensor with sparse detectors. *Proc. of 9th Int. Conf. on Human System Interactions, HSI*, 6–8 Jul. 2016, Portsmouth, UK. IEEE, 2016, pp. 483–489. DOI: [10.1109/HSI.2016.7529678](https://doi.org/10.1109/HSI.2016.7529678).

7. Degottex, Gilles; Ardaillon, Luc; Roebel, Axel. Simple multi frame analysis methods for estimation of

amplitude spectral envelope estimation in singing voice. *Proc. of IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP*, 20–25 Mar. 2016, Shanghai, China. IEEE, 2016, pp. 4975–4979, DOI: [10.1109/ICASSP.2016.7472624](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2016.7472624).

8. Zheng, Shi; Pan, Xuehan; Zhang, Anxue; Jiang, Yansheng; Wang, Wenbing. Estimation of echo amplitude and time delay for OFDM-based ground-penetrating radar. *IEEE Geosci. Remote Sensing Lett.*, Vol. 12, No. 12, pp. 2384–2388, 2015. DOI: [10.1109/LGRS.2015.2478279](https://doi.org/10.1109/LGRS.2015.2478279).

9. McKilliam, Robby G.; Pollok, André; Cowley, William; Clarkson, I. Vaughan L.; Quinn, Barry G. Carrier phase and amplitude estimation for phase shift keying using pilots and data. *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 62, No. 15, pp. 3976–3989, 2014. DOI: [10.1109/TSP.2014.2332976](https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2332976).

10. Трифонов, А. П.; Бутейко, В. К. Характеристики совместных оценок параметров сигнала при частичном нарушении условий регулярности. *Радиотехника и электроника*, Т. 36, № 2, С. 319–327, 1991.

Поступила в редакцию ? По-сле переработки ?

---

---

ОЦЕНКА АМПЛИТУДЫ ПРЯМОУГОЛЬНОГО УЗКОПОЛОСНОГО РАДИОИМПУЛЬСА С НЕИЗВЕСТНЫМИ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ\*\*

Andrey P. Trifonov, trifonov@phys.vsu.ru, Voronezh State University, Russia

Yu. E. Korchagin, korchagin@phys.vsu.ru, Voronezh State University, Russia

Marina B. Bespalova, bmb5@yandex.ru, Voronezh State University, Russia

M. V. Trifonov, Voronezh State University, Russia

In this study we introduce the new algorithms for the estimation of the amplitude of the radio signal with square envelope and unknown duration and initial phase. We present the quasi-likelihood quasi-coherent estimation algorithm synthesis and analysis based on the particular expected values of duration and initial phase instead of the unknown ones. We then estimate the loss in accuracy of the amplitude estimate due to the prior ignorance of the duration and the initial phase. We also synthesize the quasi-likelihood noncoherent algorithm for the amplitude estimation with the adaptation on the initial phase and we calculate the statistical characteristics of this algorithm, such as estimate bias and variance. The dependences of the loss in estimation accuracy produced by the prior ignorance of the signal duration are found. Thus, synthesis and analysis of the maximum likelihood algorithm for the amplitude estimation are implemented, based on the maximum likelihood estimates of the duration and the initial phase instead of their unknown values. Finally, we consider the gain in accuracy for

---

\*\* Исследование выполнено за счёт гранта Российского научного фонда (проект 15-11-10022).

М. В. Трифонов

А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин, М. Б. Беспалова,

the maximum likelihood estimates in comparison with quasi-likelihood estimates. It is shown that, under great output signal-to-noise ratio, the prior ignorance of the signal duration does not affect the accuracy of the amplitude estimate asymptotically.

**Keywords:** estimation of amplitude; unknown duration and phase; amplitude estimation characteristics

#### REFERENCES

1. Тихонов, В. И. *Оптимальный прием сигналов*. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.
2. Трифонов, А. П.; Шинаков, Ю. С. *Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех*. М.: Радио и связь, 1986. 268 с.
3. Трифонов, А. П.; Корчагин, Ю. Э.; Кондратович, П. А.; Трифонов, М. В. Оценка амплитуды сигнала с неизвестной длительностью. *Известия вузов. Радиоэлектроника*, Т. 55, № 9, С. 3–10, 2012. URI: <http://radio.kpi.ua/article/view/S0021347012090014>.
4. Зандер, Ф. В.; Чмых, М. К. Предельные погрешности оптимальных измерителей амплитуды и постоянной составляющей сигналов с малым временем измерения. *Измерительная техника*, № 1, С. 33–34, 1988.
5. Wang, Chunyang; Liu, Xuelian; Fan, Bin. Estimation method for weak sinusoidal amplitude in alpha noise. *Proc. of 12th Int. Conf. on Signal Processing, ICSP*, 19-23 Oct. 2014, Hangzhou, China. IEEE, 2014, pp. 46-51. DOI: [10.1109/ICOSP.2014.7014967](https://doi.org/10.1109/ICOSP.2014.7014967).
6. Czuszynski, Krzysztof; Ruminski, Jacek; Polinski, Artur; Bujnowski, Adam. Estimation of the amplitude of the signal for the active optical gesture sensor with sparse detectors. *Proc. of 9th Int. Conf. on Human System Interactions, HSI*, 6-8 Jul. 2016, Portsmouth, UK. IEEE, 2016, pp. 483-489. DOI: [10.1109/HSI.2016.7529678](https://doi.org/10.1109/HSI.2016.7529678).
7. Degottex, Gilles; Ardaillon, Luc; Roebel, Axel. Simple multi frame analysis methods for estimation of amplitude spectral envelope estimation in singing voice. *Proc. of IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP*, 20-25 Mar. 2016, Shanghai, China. IEEE, 2016, pp: 4975-4979, DOI: [10.1109/ICASSP.2016.7472624](https://doi.org/10.1109/ICASSP.2016.7472624).
8. Zheng, Shi; Pan, Xuehan; Zhang, Anxue; Jiang, Yansheng; Wang, Wenbing. Estimation of echo amplitude and time delay for OFDM-based ground-penetrating radar. *IEEE Geosci. Remote Sensing Lett.*, Vol. 12, No. 12, pp. 2384-2388, 2015. DOI: [10.1109/LGRS.2015.2478279](https://doi.org/10.1109/LGRS.2015.2478279).
9. McKilliam, Robby G.; Pollok, André; Cowley, William; Clarkson, I. Vaughan L.; Quinn, Barry G. Carrier phase and amplitude estimation for phase shift keying using pilots and data. *IEEE Trans. Signal Processing*, Vol. 62, No. 15, pp. 3976-3989, 2014. DOI: [10.1109/TSP.2014.2332976](https://doi.org/10.1109/TSP.2014.2332976).
10. Трифонов, А. П.; Бутейко, В. К. Характеристики совместных оценок параметров сигнала при частичном нарушении условий регулярности. *Радиотехника и электроника*, Т. 36, № 2, С. 319–327, 1991.

Поступила в редакцию ? По-сле переработки ?