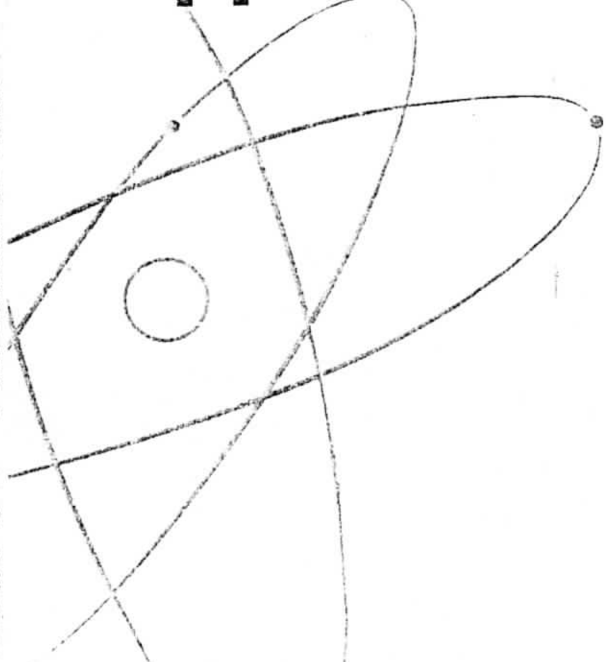
186 с.28 186

ISSN 0021-3470

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА



ТОМ 42

~~5~~-6

ИЗДАНИЕ НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА УКРАИНЫ «КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

1999

3/4

УДК 621.391

ТРИФОНОВ А. П., ПАРФЕНОВ В. И.

ОЦЕНКА ДЛИТЕЛЬНОСТИ СЛУЧАЙНОГО РАДИОСИГНАЛА ПРИ НАЛИЧИИ ПОМЕХИ С НЕИЗВЕСТНОЙ ИНТЕНСИВНОСТЬЮ*

Найдены структура и характеристики квазиоптимальных и максимально правдоподобных алгоритмов оценки длительности случайного радиосигнала при воздействии внутренних и внешних помех с неизвестными интенсивностями

В [1] рассмотрена оценка длительности квазидетерминированного радиосигнала на фоне гауссовского белого шума. Проходя через каналы с мультипликативными помехами, такой радиосигнал обычно трансформируется в узкополосный случайный процесс [2]. Задачи оценки длительности случайного процесса с известной и неизвестной интенсивностью рассмотрены в [3, 4]. Однако как в [1], так и в [3, 4], учитывалась помеха лишь в виде гауссовского белого шума, который является достаточно хорошей аппроксимацией собственных шумов приемного устройства. В реальных условиях функционирования радиоэлектронных систем достаточно часто, помимо собственных шумов, полезный сигнал искажается аддитивной внешней помехой с неизвестной в общем случае интенсивностью. Примерами таких помех могут служить внешняя непреднамеренная (взаимная) помеха, прошедшая через входной фильтр (преселектор) радиоэлектронной системы, или преднамеренная заградительная шумовая помеха [5]. В связи с чем представляет интерес исследование влияния внешней помехи на эффективность оценки неизвестной длительности случайного радиосигнала.

Положим, в отличие от [3, 4], что на интервале времени $[0;\ T]$ наблюдается реализация случайного процесса

$$x(t) = s\,(t,\, \tau_0) + n\,(t) + \nu\,(t), \tag{1}$$

где $s\,(t,\,\tau_0) = \xi\,(t)\, I\,[(t - \tau_0\,/\,2)\,/\,\tau_0]$ — отрезок длительностью τ_0 узкополосного центрированного гауссовского процесса $\xi\,(t)$, спектр мощности которого запишем как [6]

$$G_\xi\,(\omega) = \frac{\gamma_o}{2}\left[I\left(\frac{\Theta_s - \omega}{\Omega_s}\right) + I\left(\frac{\Theta_s - \omega}{\Omega_s}\right)\right],. \tag{2}$$

---

* Приведенные результаты получены при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

где $I(x) = 1$ при $|x| < 1/2$, $I(x) = 0$, при $|x| > 1/2$; Θ_s и Ω_s — центральная частота и ширина полосы частот процесса $\xi(t)$. Аналогично [3, 4], аддитивную помеху $n(t)$ будем считать гауссовским белым шумом с односторонней спектральной плотностью N_0. В качестве модели внешней помехи $\nu(t)$ выберем стационарный центрированный гауссовский случайный процесс, обладающий спектром мощности [5, 6]

$$G_\nu(\omega) = \frac{\Gamma_0}{2}\left[I\left(\frac{\Theta_N - \omega}{\Omega_N}\right) + I\left(\frac{\Theta_N + \omega}{\Omega_N}\right)\right]. \tag{3}$$

Ширина полосы частот Ω_N процесса $\nu(t)$ такова, что $\Omega_N > \Omega_s$, а центральная частота Θ_N удовлетворяет соотношению $|\Theta_s - \Theta_N| < (\Omega_N - \Omega_s)/2$. В этих условиях спектр мощности внешней помехи (3) полностью перекрывает спектр мощности сигнала (2). Кроме того, будем считать, что процессы $s(t, \tau_0)$, $n(t)$ и $\nu(t)$ статистически независимы.

По наблюдаемой реализации (1) необходимо оценить длительность τ_0 случайного сигнала $s(t, \tau_0)$. Спектральные плотности сигнала γ_0 и внешней помехи Γ_0 в общем случае неизвестны. Пусть неизвестная длительность τ_0 принимает значения из априорного интервала $[T_1; T_2]$, а границы интервала наблюдения таковы, что $0 < T_1 < T_2 \le T$, т. е. случайный импульс $s(t, \tau_0)$ всегда находится внутри интервала наблюдения. Будем также предполагать, что наименьшее возможное значение длительности сигнала T_1 существенно превосходит время корреляции случайного процесса $\xi(t)$, т. е. выполняется условие

$$\mu_{\min} = \Omega_s T_1 / 2\pi >> 1. \tag{4}$$

Для оценки длительности сигнала можно использовать измеритель, рассмотренный в [4] и синтезированный для помехи в виде гауссовского белого шума с известным значением спектральной плотности. В этом случае получаем оценку

$$\tau^* = \arg\sup L_1(\tau), \quad \tau \in [T_1; T_2],$$

$$L_1(\tau) = \frac{1}{N_0}\int_0^\tau y_s^2(t)\,dt - \frac{\tau\,\Omega_s}{2\pi}\left\{1 + \ln\left[\frac{2\pi}{\tau\,\Omega_s N_0}\int_0^\tau y_s^2(t)\,dt\right]\right\}. \tag{5}$$

Здесь $y_s(t)$ — отклик фильтра с передаточной функцией $H_s(\omega)$ на реализацию наблюдаемых данных $x(t)$. Причем, $|H_s(\omega)|^2 = I[(\Theta_s - \omega)/\Omega_s] + I[(\Theta_s + \omega)/\Omega_s]$.

Найдем характеристики оценки (5). С этой целью представим функцию

$$J_s(\tau) = \frac{2\pi}{N_0\, \tau\, \Omega_s} \int\limits_0^\tau y_s^2(t)\, dt \tag{6}$$

в виде суммы сигнальной и шумовой функций [1] $J_s(\tau) = S_J(\tau) + N_J(\tau)$, где сигнальная функция

$$S_J(\tau) = \langle J_s(\tau) \rangle = 1 + Q_0 + q_0 \min(\tau, \tau_0) / \tau, \tag{7}$$

а корреляционная функция шумовой функции $N_J(\tau) = J_s(\tau) - \langle J_s(\tau) \rangle$ имеет вид

$$\langle N_J(\tau_1)\, N_J(\tau_2) \rangle = 2\pi \Big\{(1 + Q_0)^2 \min(\tau_1, \tau_2) +$$
$$+ (q_0^2 + 2q_0 + 2q_0\, Q_0) \min(\tau_1, \tau_2, \tau_0)\Big\} / \Omega_s\, \tau_1\, \tau_2\,. \tag{8}$$

В (7), (8) обозначено: $q_0 = \gamma_0 / N_0$, $Q_0 = \Gamma_0 / N_0$ — отношения истинных значений спектральных плотностей случайного радиосигнала и внешней помехи к спектральной плотности белого шума соответственно. Введем в рассмотрение величину $\varepsilon = 1 / \mu_{min}$, которая при выполнении (4) является малым параметром. Тогда функция (5) запишется как

$$L_1(\tau) = \tau\, \Omega_s \{J_s(\tau) - 1 - \ln J_s(\tau)\} / 2\pi =$$
$$= \tau\, \Omega_s \{S_J(\tau) + \varepsilon N_0(\tau) - 1 - \ln [S_J(\tau) + \varepsilon N_0(\tau)]\} / 2\pi, \tag{9}$$

где $N_0(\tau) = N_J(\tau) \sqrt{\mu_{min}}$, причем $\langle N_0^2(\tau_0) \rangle = (1 + q_0 + Q_0)^2$ и ограничено при любых ε. Разложим (9) в ряд Маклорена по малому параметру ε и ограничимся первым ненулевым членом этого разложения, зависящим от реализации наблюдаемых данных. В результате получаем

$$L_1(\tau) \simeq S_1(\tau) + N_1(\tau), \tag{10}$$

где

$$S_1(\tau) = \tau\, \Omega_s\, [S_J(\tau) - 1 - \ln S_J(\tau)] / 2\pi =$$
$$= \tau\, \Omega_s \{Q_0 + q_0 \min(\tau, \tau_0) / \tau - \ln [1 + Q_0 + q_0 \min(\tau, \tau_0) / \tau]\} / 2\pi, \tag{11}$$

а корреляционная функция шумовой функции $N_1(\tau) = L_1(\tau) - \langle L_1(\tau) \rangle$ имеет вид

$$\langle N_1(\tau_1)\, N_1(\tau_2) \rangle = \Omega_s\, \{(1 + Q_0)^2 \min(\tau_1, \tau_2) +$$

$$+(q_0^2 + 2q_0 + 2q_0 Q_0) \min(\tau_1, \tau_2, \tau_0) \} \times \{Q_0 + q_0 \min(\tau_1, \tau_0) / \tau_1\} \times$$

$$\times \{Q_0 + q_0 \min(\tau_2, \tau_0) / \tau_2\} \times \{1 + Q_0 + q_0 \min(\tau_1, \tau_0) / \tau_1\}^{-1} \times$$

$$\times \{1 + Q_0 + q_0 \min(\tau_2, \tau_0) / \tau_2\}^{-1}. \qquad (12)$$

Для того, чтобы алгоритм оценивания (5) был работоспособен, т. е. получаемая оценка была состоятельна, необходимо, чтобы сигнальная функция (11) достигала максимума при $\tau = \tau_0$. Для этого требуется выполнение условия $\psi_1(q_0) = \ln(1 + q_0 + Q_0) - Q_0 - q_0 / (1 + q_0 + Q_0) > 0$. Обозначим q_0^* — решение уравнения $\psi_1(q_0^*) = 0$. На рис. 1 сплошной линией нанесена зависимость $q_0^*(Q_0)$, иллюстрирующая границы работоспособности алгоритма (5). Алгоритм (5) работоспособен, если $q_0 > q_0^*$, что соответствует области над сплошной кривой (рис. 1), при этом $\max S_1(\tau) = S_1(\tau)$.

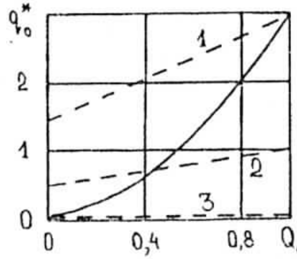


Рис. 1

Введем в рассмотрение выходное отношение сигнал/шум (ОСШ) [7]

$$z^2 = S_1^2(\tau_0) / \langle N_1^2(\tau) \rangle = \mu_{\min}(\tau_0 / \tau_1) [q_0 + Q_0 - \ln(1 + q_0 + Q_0)]^2 (q_0 + Q_0)^{-2}.$$

Очевидно, при $q_0 > 0$, $Q_0 > 0$ и $\mu_{\min} \to \infty$ ОСШ $z^2 \to \infty$. Известно [7], что при $z \to \infty$ оценка $\tau^* \to \tau_0$ в среднеквадратическом. Поэтому при больших z достаточно исследовать поведение $L_1(\tau)$ (10) в малой окрестности точки τ_0. При выполнении условия

$$\Delta = \max\{|\tau - \tau_0|, |\tau_1 - \tau_2|, |\tau_1 - \tau_0|, |\tau_2 - \tau_0|\} \to 0 \qquad (13)$$

разложим функции (11), (12) в ряд по Δ. В этом случае главные члены разложения будут кусочно-дифференцируемыми. Аналогично [8] можно показать, что $L_1(\tau)$ (10) при $\Delta \to 0$ и $\mu_{\min} \to \infty$ является асимптотически гауссовским марковским процессом с коэффициентами сноса и диффузии вида

$$K_1[L_1] = \begin{cases} k_{1s}, \; T_1 \le \tau \le \tau_0, \\ -k_{2s}, \; \tau_0 < \tau \le T_2, \end{cases} \quad K_2[L_1] = \begin{cases} k_{1N}, \; T_1 \le \tau \le \tau_0, \\ k_{2N}, \; \tau_0 < \tau \le T_2, \end{cases} \qquad (14)$$

где

$$k_{1s} = \Omega_s\,[q_0 + Q_0 - \ln(1 + q_0 + Q_0)]\,/\,2\pi, \quad k_{1N} = \Omega_s\,(q_0 + Q_0)^2\,/\,2\pi,$$

$$k_{2s} = \Omega_s\,[\,\ln(1 + q_0 + Q_0) - Q_0 - q_0\,/\,(1 + q_0 + Q_0)]\,/\,2\pi,$$

$$k_{2N} = \Omega_s\,(1 + Q_0)^2\,(q_0 + Q_0)^2\,/\,(1 + q_0 + Q_0)^2\,2\pi. \qquad (15)$$

Характеристики оценки длительности (5) можно найти, используя метод локально-марковской аппроксимации [1]. Решая уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова [6, 8] с коэффициентами (14), (15) и соответствующими начальными и граничными условиями, аналогично [1], получаем выражения для смещения (систематической ошибки) и рассеяния (среднего квадрата ошибки) оценки τ^*:

$$d(\tau^*) = <\tau^* - \tau_0> = \frac{T_1}{\mu_{\min}}\,\frac{z_1^2(1 + 2R) - z_1^2 R\,(R + 2)}{2z_1^2 z_2^2\,(1 + R)^2},$$

$$V(\tau^*) = <(\tau^* - \tau_0)^2> = \frac{T_1^2}{\mu_{\min}^2}\,\frac{z_1^4(5R^2 + 6R + 2) + z_2^4 R\,(2R^2 + 6R + 5)}{2z_1^4 z_2^4\,(1 + R)^2}, \qquad (16)$$

где

$$z_1^2 = [1 - \ln(1 + q_0 + Q_0)\,/\,(q_0 + Q_0)]^2,$$

$$z_2^2 = [(1 + q_0 + Q_0)\ln(1 + q_0 + Q_0)\,/\,(1 + Q_0)\,(q_0 + Q_0) - 1]^2,$$

$$R = [1 + q_0\,/\,(1 + Q_0)]\,[(1 + q_0 + Q_0)\ln(1 + q_0 + Q_0) - (1 + Q_0)\,(q_0 + Q_0)] \times$$

$$\times [q_0 + Q_0 - \ln(1 + q_0 + Q_0)]^{-1}\,(1 + Q_0)^{-1}. \qquad (17)$$

Формулы (16) являются асимптотически точными при $\mu_{\min} \to \infty$.

Полагая в (16), (17) $Q_0 = 0$, приходим к найденным в [4] выражениям для характеристик оценки длительности случайного радиосигнала в отсутствие внешней помехи $\nu(t)$.

Количественно охарактеризовать проигрыш в точности измерения из-за наличия внешней помехи можно отношением $\rho_1 = V(\tau^*)\,/\,V_0$. Здесь $V_0 = V(\tau^*)\Big|_{Q_0 = 0}$ — рассеяние оценки (5) в отсутствие внешней помехи [4]. На рис. 2 сплошными линиями нанесены зависимости $\rho_1(Q_0)$, рассчитанные по формулам (16), (17). Кривой *1* соответствует $q_0 = 0{,}8$, кривой *2* — $q_0 = 1$, кривой *3* — $q_0 = 1{,}5$, *4* — $q_0 = 2$. Из рис. 2 следует, что с увеличением отношения спектральных плотностей помехи и шума Q_0 потери в точности оценки (5) возрастают и могут достигать значительной величины. Кроме того, потери в точности оценки τ^* (5) тем больше, чем меньше q_0.

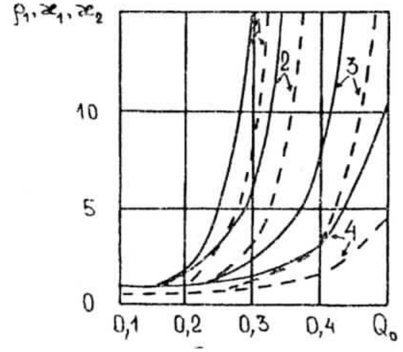


Рис. 2

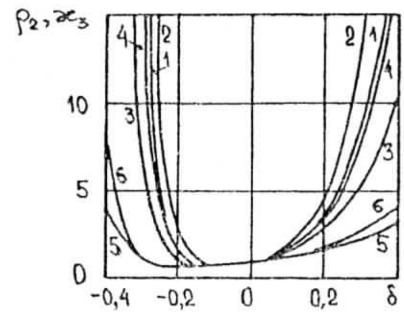


Рис. 3

Повысить точность оценки длительности τ_0 случайного радиосигнала можно, если при синтезе алгоритма оценки по методу максимального правдоподобия учесть наличие внешней помехи $\nu(t)$. С этой целью обозначим $M_1(\tau, \gamma, \Gamma)$- логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП) для гипотезы $H_2 : x(t) = s(t, \tau_0) + n(t) + \nu(t)$ против альтернативы $H_0 : x(t) = n(t)$. Аналогично, обозначим $M_0(\Gamma)$ – логарифм ФОП для гипотезы $H_1 : x(t) = n(t) + \nu(t)$ против альтернативы H_0. Тогда, используя результаты [9], получаем, что при неизвестной интенсивности сигнала обобщенное отношение правдоподобия имеет вид

$$L_2(\tau, \Gamma_0, N_0) = \sup_{\gamma} M_1(\tau, \gamma, \Gamma_0) - M_0(\Gamma_0) = \frac{1}{N_0 + \Gamma_0} \int_0^{\tau} y_s^2(t)\, dt -$$

$$- \frac{\tau \Omega_s}{2\pi} \left\{ 1 + \ln \left[\frac{2\pi}{\tau \Omega_s (N_0 + \Gamma_0)} \int_0^{\tau} y_s^2(t)\, dt \right] \right\}. \quad (18)$$

Если величина Γ_0 спектра мощности (3) помехи $\nu(t)$ априори известна, то оценка максимального правдоподобия (ОМП) $\hat{\tau}$ длительности находится как

$$\hat{\tau} = \arg \sup_{\tau} L_2(\tau, \Gamma_0, N_0), \quad \tau \in [T_1; T_2]. \quad (19)$$

Положим вначале, что величина Γ_0 спектра мощности (3) априори неизвестна, но можно указать некоторое приближенное ожидаемое (прогнозируемое) значение $\widetilde{\Gamma}$. Кроме того, будем считать, что спектральная плотность N_0 белого шума $n(t)$ также известна неточно, т. е. вместо истинного значения N_0 при синтезе измерителя используется некоторое ожидаемое значение $\widetilde{N}$, в общем случае не равное N_0. Тогда, заменяя в (18), (19) неизвестные значения Γ_0 и N_0 на ожидаемые значения $\widetilde{\Gamma}$ и $\widetilde{N}$, получаем оценку

$$\widetilde{\tau} = \arg\sup_{\tau} \; L_2(\tau, \widetilde{\Gamma}, \widetilde{N}), \;\; \tau \in [T_1; T_2]. \tag{20}$$

Оценку (20), в отличие от ОМП (19), назовем квазиправдоподобной оценкой (КПО). Действительно, при $\widetilde{\Gamma} = \Gamma_0$ и $\widetilde{N} = N_0$ КПО (20) переходит в ОМП (19).

Рассмотрим влияние отклонения ожидаемых значений $\widetilde{\Gamma}$ и $\widetilde{N}$от истинных величин Γ_0 и N_0 спектральных плотностей помехи и шума на характеристики КПО (20). Выражение для $L_2(\tau, \widetilde{\Gamma}, \widetilde{N})$ (18) может быть представлено в виде, аналогичном (9), где вместо функции $J_s(\tau)$ (6) следует использовать функцию $J_s(\tau, \widetilde{\Gamma}, \widetilde{N}) = 2\pi \int_0^{\tau} y_s^2(t)\, dt / (\widetilde{N} + \widetilde{\Gamma})\tau\, \Omega_s$. Расчет характеристик оценки $\widetilde{\tau}$(20) выполним аналогично (9)–(16). Разлагая $L_2(\tau, \widetilde{\Gamma}, \widetilde{N})$ в ряд по малому параметру $\varepsilon = 1/\sqrt{\mu_{\min}}$, аналогично (9), имеем

$$L_2(\tau, \widetilde{\Gamma}, \widetilde{N}) = S_2(\tau, \widetilde{\Gamma}, \widetilde{N}) + N_2(\tau, \widetilde{\Gamma}, \widetilde{N}),$$

где

$$S_2(\tau, \widetilde{\Gamma}, \widetilde{N}) = \langle L_2(\tau, \widetilde{\Gamma}, \widetilde{N})\rangle = \tau\, \Omega_s \{ [q_0 \min(\tau, \tau_0)/\tau - \delta(1 + Q_0)](1 + Q_0) \times$$
$$\times (1 + \delta) - \ln[(1 + Q_0 + q_0 \min(\tau, \tau_0)/\tau)/(1 + Q_0)(1 + \delta)]\}/2\pi,$$
$$\langle N_2(\tau_1, \widetilde{\Gamma}, \widetilde{N})\, N_2(\tau_2, \widetilde{\Gamma}, \widetilde{N})\rangle = \Omega_s \{ (1 + Q_0)^2 \min(\tau_1, \tau_2) +$$
$$+ (q_0^2 + 2q_0 + 2q_0 Q_0) \min(\tau_1, \tau_2, \tau_0)\} \; \{q_0 \min(\tau_1, \tau_0)/\tau_1\, \delta(1 + Q_0)\}\times$$
$$\times \{q_0 \min(\tau_2, \tau_0)/\tau_2 - \delta(1 + Q_0)\}(1 + Q_0)^{-2}(1 + \delta)^{-2} \times$$
$$\times [1 + q_0 \min(\tau_1, \tau_0)/\tau_1 + Q_0]^{-1}[1 + q_0 \min(\tau_2, \tau_0)/\tau_2 + Q_0]^{-1}. \tag{21}$$
$$\delta = (\widetilde{N} + \widetilde{\Gamma} - N_0 - \Gamma_0)/(N_0 + \Gamma_0).$$

Для того, чтобы алгоритм КПО (20) был работоспособен, т. е. сигнальная функция (21) достигала максимума при $\tau = \tau_0$, требуется выполнение условия

$$\psi_2(q_0) = \ln\left[(1 + q_0 + Q_0) / (1 + Q_0)(1 + \delta)\right] -$$
$$- \left[q_0 - \delta\,(1 + Q_0)\right] / (1 + \delta)(1 + q_0 + Q_0) > 0.$$

Обозначим q_0^* — решение уравнения $\psi_2(q_0^*) = 0$. На рис. 1 штриховыми линиями нанесены зависимости $q_0^*(Q_0)$. Кривая *1* рассчитана для значения $\delta = -0{,}4$, *2* — $\delta = 0$, *3* — $\delta = 0{,}4$. Алгоритм (20) работоспособен, если $q_0 > q_0^*$, т. е. значение q_0 лежит в областях над соответствующими кривыми.

Аналогично [8] можно показать, что при $\mu_{\min} \to \infty$ и выполнении (13) процесс $L_2(\tau, \widetilde{\Gamma}, \widetilde{N})$ является асимптотически гауссовским локально-марковским процессом с коэффициентами сноса и диффузии вида (14), куда следует подставить

$$k_{1s} = \frac{\Omega_s}{2\pi}\left[\frac{q_0 - \delta\,(1 + Q_0)}{(1 + Q_0)(1 + \delta)} - \ln\left(\frac{1 + q_0 + Q_0}{(1 + Q_0)(1 + \delta)}\right)\right],$$

$$k_{2s} = \frac{\Omega_s}{2\pi}\left[\ln\left(\frac{1 + q_0 + Q_0}{(1 + Q_0)(1 + \delta)}\right) - \frac{q_0 - \delta\,(1 + Q_0)}{(1 + \sigma)(1 + q_0 + Q_0)}\right],$$

$$k_{1N} = \frac{\Omega_s}{2\pi}\left[\frac{q_0 - \delta\,(1 + Q_0)}{(1 + \delta)(1 + Q_0)}\right]^2, \quad k_{2N} = \frac{\Omega_s}{2\pi}\left[\frac{q_0 - \delta\,(1 + Q_0)}{(1 + \delta)(1 + q_0 + Q_0)}\right]^2. \qquad (22)$$

Используя метод локально-марковской аппроксимации [1], получаем, что смещение $d(\widetilde{\tau}) = \langle \widetilde{\tau} - \tau_0 \rangle$ и рассеяние $V(\widetilde{\tau}) = \langle (\widetilde{\tau} - \tau_0)^2 \rangle$ КПО (20) определяются формулами (16) при подстановке в них

$$z_1^2 = \left\{1 - \frac{(1 + Q_0)(1 + \delta)}{q_0 - \delta\,(1 + Q_0)} \ln\frac{1 + q_0 + Q_0}{(1 + \delta)(1 + Q_0)}\right\}^2,$$

$$z_2^2 = \left\{\frac{(1 + \delta)(1 + q_0 + Q_0)}{q_0 - \delta\,(1 + Q_0)} \ln\frac{1 + q_0 + Q_0}{(1 + \delta)(1 + Q_0)} - 1\right\}^2,$$

$$R = \left[1 + q_0 / (1 + Q_0)\right] \times$$
$$\times \left\{q_0 - \delta\,(1 + Q_0) + (1 + \delta)(1 + q_0 + Q_0)\,\ln\frac{1 + q_0 + Q_0}{(1 + \delta)(1 + Q_0)}\right\} \times$$

$$\times \left\{ q_0 - \delta\,(1+Q_0) - (1+Q_0)\,(1+\delta)\,\ln\frac{1+q_0+Q_0}{(1+\delta)\,(1+Q_0)} \right\}^{-1}. \qquad (23)$$

При $\widetilde{\Gamma} = \Gamma_0$, $\widetilde{N} = N_0$ $(\delta = 0)$ характеристики КПО (20) $d(\widetilde{\tau})$, $V(\widetilde{\tau})$ совпадают с соответствующими характеристиками ОМП (19) $d(\hat{\tau})$, $V(\hat{\tau})$.

Формулы (16), (17), (23) позволяют найти выигрыш в точности оценки длительности вследствие учета влияния помехи $\nu(t)$ (при априори известных Γ_0 и N_0). Для этого введем в рассмотрение отношение $\kappa_1 = V(\tau^*)/V(\hat{\tau})$ рассеяния $V(\tau^*)$ оценки (5) к рассеянию $V(\hat{\tau})$ оценки (19). На рис. 2 штриховыми линиями нанесены зависимости $\kappa_1(Q_0)$, рассчитанные по формулам (16), (17), (23). Кривой *1* соответствует $q_0 = 0{,}8$, кривой *2* — $q_0 = 1$, *3* — $q_0 = 1{,}5$, *4* — $q_0 = 2$. Согласно рис. 2 измеритель (19) обеспечивает существенный выигрыш в точности оценки длительности по сравнению с измерителем (5), особенно при больших значениях Q_0 и малых значениях q_0. Однако реализация этого выигрыша не всегда возможна, поскольку спектральные плотности Γ_0 и N_0 помехи $\nu(t)$ и шума $n(t)$ могут быть априори неизвестны или известны неточно. Охарактеризовать влияние отклонений ожидаемых значений $\widetilde{\Gamma}$ и $\widetilde{N}$ от их истинных величин Γ_0 и N_0 на точность КПО (20) можно отношением $\rho_2 = V(\widetilde{\tau})/V(\hat{\tau})$. Зависимости $\rho_2(\delta)$ нанесены на рис. 3. Кривая *1* рассчитана для значений $q_0 = 0{,}8$, $Q_0 = 0$; *2* — $q_0 = 0{,}8$, $Q_0 = 0{,}4$; *3* — $q_0 = 1$, $Q_0 = 0$; *4* — $q_0 = 1$, $Q_0 = 0{,}4$; *5* — $q_0 = 2$, $Q_0 = 0$; *6* — $q_0 = 2$, $Q_0 = 0{,}4$. Анализ кривых на рис. 3 показывает, что незнание спектральных плотностей внешней помехи и белого шума может привести к существенному снижению точности оценки длительности (20). Выполнение условия $Q_0 = 0$ означает, что внешняя помеха отсутствует. Потери в точности оценки длительности τ_0 случайного радиосигнала при $Q_0 = 0$ обусловлены только отклонением ожидаемого значения $\widetilde{N}$ спектральной плотности белого шума от истинного N_0. Из рис. 3 (кривые *1*, *3*) следует, что даже при не слишком больших относительных отклонениях $\widetilde{N}$ от истинного значения спектральной плотности N_0 белого шума $n(t)$ точность КПО (20) значительно снижается.

Уменьшить потери в точности оценки длительности τ_0 случайного радиосигнала вследствие незнания величины спектральной плотности помехи $\nu(t)$ можно, используя устройство, реализующее адаптацию по неизвестному параметру Γ. В этом случае ОМП τ_m длительности τ_0 запишется в виде

$$\tau_m = \arg\sup_{\tau} L_3(\tau), \quad \tau \in [T_1, T_2], \tag{24}$$

где

$$L_3(\tau) = \sup_{\gamma, \Gamma} M_1(\tau, \gamma, \Gamma) - \sup_{\Gamma} M_0(\Gamma). \tag{25}$$

В (25), как и ранее, $M_1(\tau, \gamma, \Gamma)$ — логарифм ФОП для гипотезы H_2 против альтернативы H_0, а $M_0(\Gamma)$ – логарифм ФОП для гипотезы H_1 против альтернативы H_0. При выполнении (4), используя [8, 9], получаем

$$L_3(\tau) = \tau\,\Omega_s \ln[(A(\tau) - 1/(kT/\tau - 1)]/2\pi -$$
$$- T\Omega_N \ln[(1 - 1/A(\tau))/(1 - \tau/kT)]/2\pi. \tag{26}$$

Здесь

$$A(\tau) = \left(\int_0^T y_N^2(t)\,dt\right) / \left(\int_0^\tau y_s^2(t)\,dt\right), \tag{27}$$

$k = \Omega_n/\Omega_s$, $y_N(t)$ — отклик фильтра с передаточной функцией $H_N(\omega)$ на реализацию наблюдаемых данных. Причем,

$$|H_N(\omega)|^2 = I[(\Theta_N - \omega)/\Omega_N] + I[(\Theta_N + \omega)/\Omega_N].$$

Из (24), (26), (27) следует, что структура синтезированного алгоритма оценки длительности инвариантна к величинам спектральных плотностей внешней помехи Γ_0 и белого шума N_0.

Найдем характеристики ОМП τ_m (24). С этой целью представим числитель и знаменатель функции $A(\tau)$ (27) в виде сумм сигнальных и шумовых функций. Это позволяет записать (26) в виде, аналогичном (9). Затем разложим полученное выражение в ряд по малому параметру ε и ограничимся первым ненулевым членом разложения, зависящим от реализации наблюдаемых данных. В результате функционал $L_3(\tau)$ (26) может быть представлен в виде суммы сигнальной $S_3(\tau) = \langle L_3(\tau)\rangle$ и шумовой $N_3(\tau) = L_3(\tau) - \langle L_3(\tau)\rangle$ функций. В условиях высокой апостериорной точности оценки, т. е. при выполнении условия $Z^2 = S_3^2(\tau_0)/\langle N_3^2(\tau_0)\rangle >> 1$, функционал $L_3(\tau)$ в малой окрестности τ_0 можно аппроксимировать гауссовским локально-марковским процессом [8]. Коэффициенты сноса и диффузии этого процесса совпадают с (14), (22), если в этих формулах положить $\delta = 0$. Следовательно, в условиях высокой апостериорной точности оценки характеристики ОМП (24) при неизвестной величине Γ_0

спектра мощности (3) внешней помехи $\nu(t)$ совпадают с соответствующими характеристиками ОМП $\hat{\tau}$ (19) при априори известной величине Γ_0. Таким образом, штриховые линии на рис. 2 показывают также выигрыш $\kappa_2 = V(\tau^*) / V(\tau_m)$ в точности ОМП (24) по сравнению с точностью оценки (5), синтезированной в работе [4]. Соответственно кривые на рис. 3 показывают выигрыш $\kappa_3 = V(\tilde{\tau}) / V(\tau_m)$ в точности ОМП (24) по сравнению с точностью КПО (20). Согласно рис. 2, 3 выигрыш в точности оценки длительности, обеспечиваемый адаптивным измерителем (24), может быть значительным. Следует также отметить, что структура алгоритмов оценки на основе (5) и (19) явно зависит от величины спектральной плотности белого шума. Поэтому их применение требует дополнительной калибровки приемного устройства. В то же время алгоритм оценки (24) свободен от этого недостатка. Поэтому его использование может оказаться целесообразным и в отсутствие внешней помехи, если спектральная плотность белого шума априори неизвестна.

Таким образом, полученные выражения позволяют сделать обоснованный выбор между оценками (5), (19), (20) и (24) в зависимости от имеющейся априорной информации об анализируемом процессе, а также в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценок и степени простоты их аппаратурной реализации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Трифонов А. П., Шинаков Ю. С.* Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех.— М. : Радио и связь, 1986.— 264 с.

2. *Кремер И. Я., Владимиров В. И., Карпухин В. И.* Модулирующие помехи и прием радиосигналов / Под редакцией И. Я. Кремера.— М. : Сов. радио, 1972.— 480 с.

3. *Трифонов А. П., Галун С. А., Парфенов В. И.* Оценка длительности случайного гауссовского сигнала // Приборостроение.— 1984.— Т. 27.— № 11.— С. 9—13. (Изв. высш. учеб. заведений).

4. *Трифонов А. П, Парфенов В. И.* Оценка длительности случайного сигнала с неизвестной мощностью // Приборостроение.— 1986.— Т. 29.— № 7.— С. 7—10. (Изв. высш. учеб. заведений).

5. *Палий А. И.* Радиоэлектронная борьба.— М. : Воениздат, 1981.— 320 с.

6. *Тихонов В. И.* Статистическая радиотехника.— М. : Радио и связь, 1982.— 624 с.

7. *Куликов Е. И., Трифонов А. П.* Оценка параметров сигналов на фоне помех.— М. : Сов. радио, 1978.— 296 с.

8. *Трифонов А. П., Нечаев Е. П., Парфенов В. И.* Обнаружение стохастических сигналов с неизвестными параметрами.— Воронеж : ВГУ, 1991.—246 с.

9. *Трифонов А. П., Парфенов В. И.* Оценка дисперсии случайного сигнала с неизвестной длительностью // Радиоэлектроника.— 1997.— Т. 40.— № 5.— С. 53—61. (Изв. высш. учеб. заведений).

Воронежский госуниверситет.

Поступила в редакцию 12.05.98.