ISSN 0021-3470

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ "КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ"

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ТОМ 43

5-6

ИЗДАНИЕ НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА УКРАИНЫ «КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

2000

УДК 621.391

ТРИФОНОВ А. П., КОРЧАГИН Ю. Э.

СОВМЕСТНАЯ ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНЫМИ МОМЕНТАМИ ПОЯВЛЕНИЯ И ИСЧЕЗНОВЕНИЯ*

Получены асимптотически (с ростом отношения сигнал/шум) точные характеристики оценок максимального правдоподобия нескольких параметров сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения.

В [1—3] исследована обработка случайных сигналов с неизвестными моментами появления и исчезновения. Однако в радиоэлектронике широко применяются квазидетерминированные сигналы [4—6], содержащие несколько неизвестных параметров $\vec{l} = \| l_1, \ldots, l_\mu \|$. Поскольку зависимость сигнала от моментов появления и исчезновения является, как правило, разрывной [1—3], то известные методы [4—7] расчета характеристик оценок максимального правдоподобия (ОМП) не применимы. В связи с чем представляет интерес анализ характеристик совместных ОМП нескольких параметров квазидетерминированного сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения.

Пусть на входе приемника максимального правдоподобия (ПМП) [5] в течение времени $[0, T]$ наблюдается реализация

$$x(t) = s(t, \theta_{01}, \theta_{02}, \vec{l_0}) + n(t) \tag{1}$$

аддитивной смеси гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 и полезного сигнала

$$s(t, \theta_1, \theta_2, \vec{l}) = \begin{cases} f(t, \vec{l}), & \theta_1 \le t \le \theta_2, \\ 0, & t < \theta_1,\ t > \theta_2. \end{cases} \tag{2}$$

Здесь θ_1, θ_2 — моменты появления и исчезновения, которые принимают значения из априорных интервалов

$$\theta_1 \in [\theta_{1\min}, \theta_{1\max}],\ \theta_2 \in [\theta_{2\min}, \theta_{2\max}],\ \theta_{1\max} < \theta_{2\min}, \tag{3}$$

а θ_{01}, θ_{02}, $\vec{l_0}$ — истинные значения неизвестных параметров. Следовательно, полезный сигнал зависит от неизвестных параметров θ_n и l_i, $n = 1; 2$, $i = \overline{1; \mu}$, общее число которых $\mu + 2$. Непрерывно диференцируемая по времени t и всем параметрам l_i, $i = 1; \mu$ функция $f(t, \vec{l})$ описывает форму сигнала.

---

* Приведенные результаты получены при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

Рассмотрим совместные ОМП параметров сигнала (2). Считая, что интервал наблюдения удовлетворяет условию $0 \le \theta_{1\min} < \theta_{2\max} \le T$, обозначим

$$\widetilde{L}(\theta_1, \theta_2, \vec{l}) = \frac{2}{N_0}\int_{\theta_1}^{\theta_2} f(t, \vec{l})\, x(t)\, dt - \frac{1}{N_0}\int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(t, \vec{l})\, dt \tag{4}$$

— логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП). Как известно [4, 5], ПМП формирует логарифм ФОП (4) для всех возможных значений неизвестных параметров. По определению, ОМП $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\vec{l}}$ всех неизвестных параметров представляют собой координаты абсолютного (наибольшего) максимума случайного поля (4)

$$(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\vec{l}}) = \arg\sup \widetilde{L}(\theta_1, \theta_2, \vec{l}). \tag{5}$$

Введем в рассмотрение нормированный логарифм ФОП

$$L(\theta_1, \theta_2, \vec{l}) = \widetilde{L}(\theta_1, \theta_2, \vec{l}) / z^2, \tag{6}$$

где

$$z^2 = \frac{2}{N_0}\int_{\theta_{01}}^{\theta_{02}} f^2(t, \vec{l}_0)\, dt \tag{7}$$

— отношение сигнал/шум (ОСШ) для принятого сигнала. Подставляя в (6) реализацию наблюдаемых данных (1), получаем

$$L(\theta_1, \theta_2, \vec{l}) = S(\theta_1, \theta_2, \vec{l}) + \varepsilon N(\theta_1, \theta_2, \vec{l}), \tag{8}$$

$$N(\theta_1, \theta_2, \vec{l}) = \frac{2}{z N_0}\int_{\theta_1}^{\theta_2} f(t, \vec{l})\, n(t)\, dt \tag{9}$$

— нормированная шумовая составляющая,

$$S(\theta_1, \theta_2, \vec{l}) = S(\theta_{01}, \theta_{02}, \vec{l}_0, \theta_1, \theta_2, \vec{l}) - S(\theta_1, \theta_2, \vec{l}, \theta_1, \theta_2, \vec{l}) / 2 \tag{10}$$

— нормированная сигнальная составляющая,

$$S(\theta_{11}, \theta_{12}, \vec{l}_1, \theta_{21}, \theta_{22}, \vec{l}_2) = \frac{2}{z^2 N_0}\int_{\max(\theta_{11}, \theta_{21})}^{\min(\theta_{12}, \theta_{22})} f(t, \vec{l}_1)\, f(t, \vec{l}_2)\, dt \tag{11}$$

— нормированная сигнальная функция, которая совпадает с корреляционной функцией шумовой составляющей (9) [4, 5], а $\varepsilon = 1/z$ — малый параметр при $z \gg 1$.

Пусть при истинных значениях неизвестных параметров сигнала функция $f(t, \vec{l})$ в моменты появления и исчезновения не обращается в ноль, т. е. $f(\theta_{0n}, \vec{l}_0) \neq 0$, $n = 1, 2$. Тогда согласно (10), (11), когда

$$\Delta = \max\left(|\theta_1 - \theta_{01}|, |\theta_2 - \theta_{02}|\right) \to 0$$

функцию (10) при $\vec{l} = \vec{l}_0$ можно представить в виде

$$S(\theta_1, \theta_2) = S(\theta_1, \theta_2, \vec{l}_0) = 1/2 - \delta_1 |\theta_1 - \theta_{01}| - \delta_2 |\theta_2 - \theta_{02}| + o(\Delta), \quad (12)$$

где $\delta_n = f^2(\theta_{0n}, \vec{l}_0)/z^2 N_0 > 0$, $n = 1, 2$. Как следует из (12), для моментов появления и исчезновения обычные условия регулярности [4, 7] не выполняются.

Положим далее, что сигнальная составляющая $S(\theta_1, \theta_2, \vec{l})$ дважды непрерывно дифференцируемая по переменным l_i, $i = \overline{1, \mu}$, т. е. для параметров $\vec{l}$ выполняются обычные условия регулярности [4, 7]. Тогда при всех θ_1, θ_2 и $\max(|l_i - l_{0i}|, i = \overline{1, \mu}) \to 0$ функцию (10) можно аппроксимировать отрезком μ-мерного разложения Тейлора в окрестности истинного значения $\vec{l}_0$

$$S(\theta_1, \theta_2, \vec{l}) = S(\theta_1, \theta_2) + \sum_{i=1}^{\mu} S_i(\theta_1, \theta_2)(l_i - l_{0i}) +$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\mu} \sum_{j=1}^{\mu} S_{ij}(\theta_1, \theta_2)(l_i - l_{0i})(l_j - l_{0j}) + o\left[(l_i - l_{0i})(l_j - l_{0j})\right],$$

где

$$S_i(\theta_1, \theta_2) = \frac{2}{z^2 N_0} \left[\int\limits_{\max(\theta_1, \theta_{01})}^{\min(\theta_2, \theta_{02})} f(t, \vec{l}_0) \frac{\partial f(t, \vec{l})}{\partial l_i} dt - \int\limits_{\theta_1}^{\theta_2} f(t, \vec{l}_0) \frac{\partial f(t, \vec{l})}{\partial l_i} dt \right]_{\vec{l}_0}, \quad (13)$$

$$S_{ij}(\theta_1, \theta_2) = \frac{2}{z^2 N_0} \left\{ \int\limits_{\max(\theta_1, \theta_{01})}^{\min(\theta_2, \theta_{02})} f(t, \vec{l}_0) \frac{\partial^2 f(t, \vec{l})}{\partial l_i \partial l_j} dt - \int\limits_{\theta_1}^{\theta_2} \left[f(t, \vec{l}_0) \frac{\partial^2 f(t, \vec{l})}{\partial l_i \partial l_j} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{\partial f(t, \vec{l})}{\partial l_i} \frac{\partial f(t, \vec{l})}{\partial l_j} \right] dt \right\}_{\vec{l}_0}. \quad (14)$$

Согласно (13) и (14), при $\Delta \to 0$

$$S_i(\theta_1, \theta_2) = O(\Delta),\ S_{ij}(\theta_1, \theta_2) = -S_{ij} + O(\Delta), \tag{15}$$

где $S_{ij} = -S_{ij}(\theta_{01}, \theta_{02}) = \dfrac{2}{z^2 N_0} \displaystyle\int_{\theta_{01}}^{\theta_{02}} \frac{\partial f(t, \vec{l})}{\partial l_i} \frac{\partial f(t, \vec{l})}{\partial l_j} \bigg|_{\vec{l_0}} dt.$

Перепишем ОМП (5) моментов появления и исчезновения аналогично [6] в виде

$$(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) = \arg\sup L(\theta_1, \theta_2), \tag{16}$$

$$L(\theta_1, \theta_2) = \sup_{\vec{l_0}} L(\theta_1, \theta_2, \vec{l}) = L(\theta_1, \theta_2, \hat{\vec{l}}). \tag{17}$$

Пусть совместные ОМП (5) имеют высокую апостериорную точность, что возможно при достаточно больших ОСШ (7). В этом случае для определения характеристик ОМП достаточно исследовать поведение логарифма ФОП (6) в малой окрестности истинных значений $\theta_{01}, \theta_{02}, \vec{l_0}$ неизвестных параметров. Для нахождения функции (17) будем аппроксимировать логарифм ФОП (8) отрезком μ-мерного разложения Тейлора в окрестности $\vec{l_0}$ при фиксированных моментах появления и исчезновения θ_1, θ_2:

$$\begin{gathered} L(\theta_1, \theta_2, \vec{l}) = S(\theta_1, \theta_2) + \varepsilon N(\theta_1, \theta_2) + \sum_{i=1}^{\mu} [S_i(\theta_1, \theta_2) + \varepsilon N_i(\theta_1, \theta_2)] (l_i - l_{0i}) + \\ + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{\mu} \sum_{j=1}^{\mu} [S_{ij}(\theta_1, \theta_2) + \varepsilon N_{ij}(\theta_1, \theta_2)] (l_i - l_{0i})(l_j - l_{0j}) + o[(l_i - l_{0i})(l_j - l_{0j})], \end{gathered} \tag{18}$$

где

$$N_i(\theta_1, \theta_2) = [\partial N(\theta_1, \theta_2, \vec{l}) / \partial l_i]_{\vec{l_0}},$$

$$N_{ij}(\theta_1, \theta_2) = [\partial^2 N(\theta_1, \theta_2, \vec{l}) / \partial l_i \partial l_j]_{\vec{l_0}},\ i, j = \overline{1; \mu}. \tag{19}$$

Очевидно, (18) достигает максимума при фиксированных значениях θ_1 и θ_2, когда $\vec{l} = \tilde{\vec{l}}$, где $\tilde{\vec{l}}$ определяется из системы уравнений

$$[\partial L(\theta_1, \theta_2, \vec{l}) / \partial l_i]_{\tilde{\vec{l}}} = 0. \tag{20}$$

Подставляя (18) в (20), приходим к системе

$$-\sum_{j=1}^{\mu}\left[S_{ij}(\theta_1,\theta_2)+\varepsilon N_{ij}(\theta_1,\theta_2)\right](\widetilde{l}_j-l_{0j})=S_i(\theta_1,\theta_2)+\varepsilon N_i(\theta_1,\theta_2). \qquad (21)$$

Обозначим $\vec{l^*}$ — решение системы уравнений (21) при $\varepsilon=0$. Полагая в (21) $\varepsilon=0$, получаем решение в виде

$$l_i^*=l_{0i}+\sum_{j=1}^{\mu}\frac{A_{ij}(\theta_1,\theta_2)}{B(\theta_1,\theta_2)}S_j(\theta_1,\theta_2),$$

где $B(\theta_1,\theta_2)$ — определитель порядка μ с элементами $[-S_{ij}(\theta_1,\theta_2)]$, $A_{ij}(\theta_1,\theta_2)$ — алгебраические дополнения этого определителя. В рассматриваемом случае высокой апостериорной точности величина ε мала, поэтому решение системы (21) будем искать в виде ряда по степеням ε [5]:

$$\widetilde{l}_i=l_i^*+\varepsilon\,\widetilde{l}_{1i}+\varepsilon^2\,\widetilde{l}_{2i}+\ldots \qquad (22)$$

Подставляя (22) в (21), приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях ε и ограничиваясь первым приближением, находим

$$\widetilde{L}_i=l_{0i}+\sum_{j=1}^{\mu}\frac{A_{ij}(\theta_1,\theta_2)}{B(\theta_1,\theta_2)}\left\{S_i(\theta_1,\theta_2)+\varepsilon\left[N_j(\theta_1,\theta_2)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\sum_{m=1}^{\mu}\sum_{k=1}^{\mu}\frac{A_{mk}(\theta_1,\theta_2)}{B(\theta_1,\theta_2)}S_k(\theta_1,\theta_2)\,N_{jm}(\theta_1,\theta_2)\right]\right\}+O(\varepsilon^2). \qquad (23)$$

Подстановка (23) в разложение (18) приводит к приближенному выражению для функции (17)

$$L(\theta_1,\theta_2)=\widetilde{S}(\theta_1,\theta_2)+\varepsilon\,\widetilde{N}(\theta_1,\theta_2). \qquad (24)$$

Здесь отброшены члены порядка малости ε^2 и менее, а также обозначено

$$\widetilde{S}(\theta_1,\theta_2)=S(\theta_1,\theta_2)+\sum_{i=1}^{\mu}\sum_{j=1}^{\mu}\frac{A_{ij}(\theta_1,\theta_2)}{B(\theta_1,\theta_2)}S_i(\theta_1,\theta_2)\,S_j(\theta_1,\theta_2),$$

$$\widetilde{N}(\theta_1,\theta_2)=N(\theta_1,\theta_2)+\sum_{i=1}^{\mu}\sum_{j=1}^{\mu}\frac{A_{ij}(\theta_1,\theta_2)}{B(\theta_1,\theta_2)}\times$$

$$\times \left\{S_i(\theta_1,\theta_2)\,N_j(\theta_1,\theta_2)+S_j(\theta_1,\theta_2)\,N_i(\theta_1,\theta_2)\right\}+$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{\mu}\sum_{j=1}^{\mu}\sum_{m=1}^{\mu}\sum_{d=1}^{\mu}\frac{A_{ij}(\theta_1,\theta_2)\,A_{md}(\theta_1,\theta_2)}{B^2(\theta_1,\theta_2)}\,S_{im}(\theta_1,\theta_2)\,[S_d(\theta_1,\theta_2)\,N_j(\theta_1,\theta_2)+$$

$$+S_j(\theta_1,\theta_2)\,N_d(\theta_1,\theta_2)\,]. \qquad (25)$$

Учитывая (15), получаем, что при $\Delta\to 0$ сигнальная составляющая $\widetilde{S}(\theta_1,\theta_2)$ в (24) описывается асимптотическим выражением (12). Шумовая составляющая $\widetilde{N}(\theta_1,\theta_2)$ является, согласно (25), центрированным гауссовским случайным полем. Корреляционная функция этого поля, как следует из (11), (12), при $\Delta\to 0$ допускает асимптотическое представление

$$\widetilde{K}(\theta_{11},\theta_{12},\theta_{21},\theta_{22})=\widetilde{K}_1(\theta_{11},\theta_{21})+\widetilde{K}_2(\theta_{12},\theta_{22})+o(\Delta), \qquad (26)$$

$$\widetilde{K}_i(\theta_{1i},\theta_{2i})=1/2+2\,\delta_i\min\left[(-1)^i(\theta_{1i}-\theta_{0i});\,(-1)^i(\theta_{2i}-\theta_{0i})\right]-$$

$$-F_i\left\{\max\left[(-1)^i(\theta_{1i}-\theta_{0i}),0\right]+\max\left[(-1)^i(\theta_{2i}-\theta_{0i}),0\right]\right\},\ i=1;2, \qquad (27)$$

$$F_i=\sum_{n=1}^{\mu}\sum_{j=1}^{\mu}D_{nj}(C_{inj}+C_{ijn})+\sum_{n=1}^{\mu}\sum_{j=1}^{\mu}\sum_{m=1}^{\mu}\sum_{k=1}^{\mu}S_{nm}\,D_{nj}\,D_{mk}\,(C_{ijk}+C_{ikj}),$$

$$C_{nij}=\frac{2}{z^2N_0}f(\theta_{0n},\vec{l_0})\left[\frac{\partial f(\theta_{0n},\vec{l})}{\partial l_i}\int_{\theta_{01}}^{\theta_{02}}f(t,\vec{l_0})\frac{\partial f(t,\vec{l})}{\partial l_j}\,dt\right]_{\vec{l_0}},$$

$$D_{ij}=A_{ij}(\theta_{01},\theta_{02})/B(\theta_{01},\theta_{02}),\ i,j=\overline{1;\mu},\ n=1,2.$$

Найдем характеристики совместных ОМП (16) моментов появления и исчезновения. Введем в малой окрестности истинных значений $(\theta_{01},\theta_{02})$ моментов появления и исчезновения два статистически независимых гауссовских случайных процесса $L_n(\theta_n)$, $n=1,2$ с математическими ожиданиями

$$\langle L_n(\theta_n)\rangle=\widetilde{S}_n(\theta_n)=1/4-\delta_n\,|\,\theta_n-\theta_{0n}\,|,\ n=1,2 \qquad (28)$$

и корреляционными функциями (27). Тогда при $\Delta\to 0$ сумма процессов $L_1(\theta_1)$ и $L_2(\theta_2)$ имеет математическое ожидание (12) и корреляционную функцию (26). Ввиду того, что гауссовский случайный процесс полностью описывается своими математическим ожиданием и корреляционной функцией, выражение (24) при $\Delta\to 0$ можно представить как

$$L(\theta_1, \theta_2) = L_1(\theta_1) + L_2(\theta_2). \tag{29}$$

Согласно (29), положение максимума случайного поля $L(\theta_1, \theta_2)$ по переменной θ_1 совпадает с положением максимума процесса $L_1(\theta_1)$, а положение максимума поля $L(\theta_1, \theta_2)$ по переменной θ_2 — с положением максимума $L_2(\theta_2)$. Таким образом, характеристики совместных ОМП $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ определяются свойствами процессов $L_1(\theta_1)$ и $L_2(\theta_2)$ соответственно. В силу независимости $L_1(\theta_1)$ и $L_2(\theta_2)$, ОМП моментов появления и исчезновения асимптотически статистически независимы.

Обозначим $\eta_2(\theta_2) = \widetilde{N}_2(\theta_2) - \widetilde{N}_2(\theta_2')$ — приращение шумовой составляющей $\widetilde{N}_2(\theta_2) = L_2(\theta_2) - \widetilde{S}_2(\theta_2)$ случайного процесса $L_2(\theta_2)$, где θ_2' — точка из области возможных значений момента исчезновения (3), такая, что $|\theta_{02} - \theta_2'| < \Delta$. Согласно (27), корреляционную функцию случайного процесса $\eta_2(\theta_2)$ можно записать как

$$K_{\Delta 2}(\theta_{12}, \theta_{22}) = \begin{cases} 2\,\delta_2 \min(|\theta_{12} - \theta_2'|, |\theta_{22} - \theta_2'|), & (\theta_{12} - \theta_2')(\theta_{22} - \theta_2') > 0, \\ 0, & (\theta_{12} - \theta_2')(\theta_{22} - \theta_2') < 0. \end{cases} \tag{30}$$

Свойства сигнальной составляющей (28) и приращений шумовой составляющей (30) позволяют использовать для расчета характеристик ОМП момента исчезновения метод локально-марковской аппроксимации [4]. В результате при $z \to \infty$ находим, что ОМП момента исчезновения несмещенная и обладает рассеянием

$$V(\hat{\theta}_2 \mid \theta_{01}, \theta_{02}, \vec{l_0}) = \langle (\hat{\theta}_2 - \theta_{02})^2 \rangle = 1\overset{3}{\cancel{2}} / 2\, z^4\, \delta_2^2. \tag{31}$$

Для определения характеристик ОМП момента появления $\hat{\theta}_1$ перейдем к новой переменной $\lambda = -\theta_1$. Тогда математическое ожидание случайного процесса $L_1^*(\lambda) = L_1(-\lambda)$ совпадает с (28) при $n = 1$, а корреляционная функция приращения $\eta_1^*(\lambda) = \widetilde{N}_1^*(\lambda) - \widetilde{N}_1^*(\lambda')$ шумовой составляющей $\widetilde{N}_1^*(\lambda) = L_1^*(\lambda) - \widetilde{S}_1^*(\lambda)$ при замене θ_2 на λ, θ_2' на λ' и δ_2 на δ_1 совпадает с (30). Применяя метод локально-марковской аппроксимации [4], находим, что ОМП момента появления асимптотически несмещенная и обладает рассеянием

$$V(\hat{\theta}_1 \mid \theta_{01}, \theta_{02}, \vec{l_0}) = \langle (\hat{\theta}_1 - \theta_{01})^2 \rangle = 13 / 2\, z^4\, \delta_1^2. \tag{32}$$

Поскольку распределения ОМП моментов появления и исчезновения даже асимптотически не являются гауссовскими [4], найденными для них рассеяниями (31), (32) следует пользоваться с осторожностью.

Отметим, что асимптотические характеристики ОМП моментов появления и исчезновения (31), (32) при неизвестных значениях регулярных параметров $\vec{l}_0$ совпадают с аналогичными характеристиками при априори известных значениях $\vec{l}_0$. Следовательно, точность ОМП моментов появления и исчезновения асимптотически не зависит от наличия у сигнала числа неизвестных регулярных параметров.

Перепишем далее ОМП (5) регулярных параметров в виде

$$\hat{\vec{l}} = \arg\sup L(\vec{l}), \tag{33}$$

$$L(\vec{l}) = \sup_{\theta_1, \theta_2} L(\theta_1, \theta_2, \vec{l}) = L(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \vec{l}).$$

Здесь оценки $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ определяются из (16) и согласно (31), (32) при $\varepsilon \to 0$ могут быть представлены как

$$\hat{\theta}_n = \theta_{0n} + \varepsilon^2 \chi_n + o(\varepsilon^2), \; n = 1, 2, \tag{34}$$

где χ_n — статистически независимые случайные величины, первые два момента которых не зависят от ε и равны соответственно

$$\langle \chi_n \rangle = 0, \langle \chi_n^2 \rangle = 13/2\, \delta_n^2, n = 1, 2.$$

Для регулярных параметров ОМП будем искать из решения системы уравнений правдоподобия [5]

$$[\delta L(\vec{l}) / \partial l_i]_{\hat{\vec{l}}} = 0, \; i = \overline{1; \mu}. \tag{35}$$

Полагая, что оценки имеют высокую апостериорную точность, найдем приближенное значение оценок (33). Подставляя ОМП моментов появления и исчезновения (34) в разложение (18), а затем полученный результат в (35), перепишем систему уравнений правдоподобия как

$$\sum_{j=1}^{\mu} = S_{ij}(\theta_{01} + \varepsilon^2 \chi_1, \theta_{02} + \varepsilon^2 \chi_2)(\hat{l}_j - l_{0j}) + S_i(\theta_{01} + \varepsilon^2 \chi_1, \theta_{02} + \varepsilon^2 \chi_2) +$$

$$+ \varepsilon \left[N_i(\theta_{01}, \theta_{02}) + \Delta_i(\varepsilon) + \sum_{j=1}^{\mu} N_{ij}(\theta_{01} + \varepsilon^2 \chi_1, \theta_{02} + \varepsilon^2 \chi_2)(\hat{l}_j - l_{0j}) \right] = 0, \tag{36}$$

где обозначено

$$\Delta_i(\varepsilon) = N_i(\theta_{01} + \varepsilon^2 \chi_1, \theta_{02} + \varepsilon^2 \chi_2) - N_i(\theta_{01}, \theta_{02}). \tag{37}$$

При $\varepsilon = 0$ решение системы уравнений (36) совпадает с истинным значением регулярных параметров $\hat{l}_i = l_{0i}$, $i = \overline{1; \mu}$. В случае высокой апостериорной точности оценок величина ε мала и решение системы (36) будем искать в виде ряда по степеням ε [5]

$$\hat{l}_i = l_{0i} + \varepsilon\, l_{1i} + \varepsilon^2\, l_{2i} + \ldots \tag{38}$$

Подставляя разложение (38) в систему (36) и приравнивая коэффициенты при первой степени ε, получаем систему уравнений для первого приближения ОМП регулярных параметров

$$-\sum_{j=1}^{\mu} S_{ij}(\theta_{01} + \varepsilon^2 \chi_1, \theta_{02} + \varepsilon^2 \chi_2)\, l_{1j} = N_i(\theta_{01}, \theta_{02}) + \Delta_i(\varepsilon). \tag{39}$$

Учитывая выражения (15), при $\varepsilon \to 0$ коэффициенты системы (39) можно переписать как

$$-S_{ij}(\theta_{01} + \varepsilon^2 \chi_1, \theta_{02} + \varepsilon^2 \chi_2) = S_{ij} + O(\varepsilon^2). \tag{40}$$

Исследуем поведение слагаемого (37) в правой части выражения (39). При фиксированных χ_1 и χ_2 величина $\Delta_i(\varepsilon)$ представляет собой приращение гауссовского случайного поля $N_i(\theta_1, \theta_2)$ (19). Это поле обладает корреляционной функцией $K_i(\theta_{11}, \theta_{12}, \theta_{21}, \theta_{22}) = \partial^2 S(\theta_{11}, \theta_{12}, \vec{l}_1, \theta_{21}, \theta_{22}, \vec{l}_2) / \partial l_{1i}\, \partial l_{2i}$, где $\vec{l}_1 = \vec{l}_2 = \vec{l}_0$, а функция $S(\theta_{11}, \theta_{12}, \vec{l}_1, \theta_{21}, \theta_{22}, \vec{l}_2)$ определена в (11).

Воспользовавшись следствием из теоремы Ядренко [8], можем записать, что $N_i(\theta_{01} + \varepsilon^2 \chi_1, \theta_{02} + \varepsilon^2 \chi_2) = N_i(\theta_{01}, \theta_{02}) + o(\varepsilon^\gamma)$, откуда при $\varepsilon \to 0$ для приращения (37) следует

$$\Delta_i(\varepsilon) = o(\varepsilon^\gamma), \tag{41}$$

где $0 < \gamma < 1$.

Учитывая (40) и (41), с точностью до членов порядка малости $o(\varepsilon^\gamma)$ запишем систему уравнений (39) для первого приближения ОМП регулярных параметров в виде: $\sum_{j=1}^{\mu} S_{ij}\, l_{1j} = N_i(\theta_{01}, \theta_{02})$, $i = \overline{1; \mu}$. Решая эту систему аналогично [5], находим элементы корреляционной матрицы ОМП регулярных параметров

$$K_{ij}(\hat{\vec{l}}\,|\,\theta_{01}, \theta_{02}, \vec{l_0}) = \langle (\hat{l}_i - l_{0i})(\hat{l}_j - l_{0j}) \rangle = A_{ij} / z^2 B, \tag{42}$$

где B — определитель порядка μ с элементами S_{ij} (15), а A_{ij} — его алгебраические дополнения.

Заметим, что корреляционная матрица (42) ОМП регулярных параметров $\hat{\vec{l}}$ при неизвестных моментах появления и исчезновения θ_1, θ_2 совпадает с аналогичной матрицей при априори известных значениях θ_{01}, θ_{02} [5]. Следовательно, точность ОМП регулярных параметров асимптотически не зависит от наличия у сигнала неизвестных моментов появления и исчезновения. Отличие имеется лишь в порядке малости относительной погрешности формулы (42). При априори известных моментах появления и исчезновения сигнала относительная погрешность формулы (42) имеет порядок малости ε [5]. Если же моменты появления и исчезновения априори неизвестны, то относительная погрешность формулы (42) имеет порядок малости $o(\varepsilon^{\gamma})$, $\gamma < 1$.

Таким образом, при совместной оценке нескольких регулярных параметров и моментов появления и исчезновения точность оценки регулярных параметров асимптотически не зависит от наличия у сигнала неизвестных моментов появления и исчезновения. В то же время точность оценок моментов появления и исчезновения асимптотически не зависит от наличия у сигнала нескольких неизвестных регулярных параметров.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Репин В. Г.* Обнаружение сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения // Проблемы передачи информации.— 1991.— Т. 27.— Вып. 1.— С. 61—72.
2. *Тартаковский А. Г.* Обнаружение сигналов со случайными моментами появления и исчезновения // Проблемы передачи информации.— 1988.— Т. 24.— Вып. 2.— С. 39—50.
3. *Трифонов А. П., Захаров А. В.* Теоретическое и экспериментальное исследование оценок параметров случайного сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения // Радиотехника и электроника.— 1996.— Т. 41.— № 8.— С. 972—978.
4. *Трифонов А. П., Шинаков Ю. С.* Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех.— М. : Радио и связь.— 1986.— 264 с.
5. *Куликов Е. И., Трифонов А. П.* Оценка параметров сигналов на фоне помех.— М. : Сов. радио.— 1978.— 296 с.
6. *Трифонов А. П., Бутейко В. К.* Характеристики совместных оценок параметров сигнала при частичном нарушении условий регулярности // Радиотехника и электроника.— 1991.— Т. 36.— № 2.— С. 319—327.
7. *Ибрагимов И. А., Хасьминский Р. З.* Асимптотическая теория оценивания.— М. : Наука.— 1979.— 529 с.
8. *Ядренко М. І.* Локальні властивості вибіркових функцій випадкових полів // Вісн. Київського університету. Сер. Мат. та мех.— 1967.— № 9.— С. 103—112.

Воронежский госуниверситет.

Поступила в редакцию 14.04.99.

Цена подписная

Индекс 70375

ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ
НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ
ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ
УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

Журнал освещает актуальные теоретические проблемы радиоэлектроники; результаты научно-исследовательских работ, передовой отечественный опыт, определяющий направление и развитие научных исследований в области радиотехники и радиоэлектроники; публикует материалы научных конференций и совещаний; информацию о научной работе вузов; хроникальные и библиографические материалы.

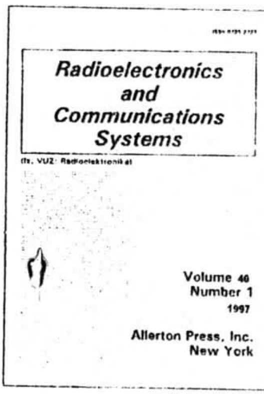
ЖУРНАЛ ПУБЛИКУЕТ СТАТЬИ ПО РАЗДЕЛАМ:

Антенно-фидерные устройства и техника СВЧ
Вакуумные и газоразрядные приборы
Твердотельная электроника и интегральная схемотехника
Оптические системы локации, связи и обработки информации
Применение ЭВМ для исследования и проектирования радиоэлектронных устройств и систем
Квантовая электронная техника
Конструирование радиоэлектронной аппаратуры
Радиолокация и радионавигация
Радиотехнические устройства и системы
Теоретические основы радиотехники
Медицинская электроника

Публикация статьи в журнале учитывается при выделении грантов из фонда Сороса

Журнал издается для профессорско-преподавательского состава, аспирантов и студентов старших курсов высших учебных заведений, научных и инженерно-технических работников НИИ, вузов, промышленных предприятий, организаций электронной промышленности и электросвязи

Перевод журнала на английский язык издается фирмой Allerton Press Inc. (США) под названием **«Radioelectronics and Communications Systems»**



ЖУРНАЛ РАСПРОСТРАНЯЕТСЯ ПО ПОДПИСКЕ

Отдельные номера журналов текущего года можно приобрести в редакции, перечислив радиотехническому факультету КПИ на расчетный счет 26008001414 в Украинском кредитном банке г. Киева, МФО 321701, код ОКПО 24571474, стоимость журналов и пересылки. Для заказа отдельных журналов текущего года через редакцию необходимо прислать заявку в редакцию с указанием номера и количества журналов для включения в тираж текущего года.

Адрес редакции: 03056, г. Киев-56, проспект Победы, 37, НТУУ «Киевский политехнический институт», корпус 17, редакция журнала «Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника». Тел. (044) 241-76-31, 441-12-63, e-mail: radio@rtf.ntu-kpi.kiev.ua.

ISSN 0021—3470. Изв. высш. учеб. заведений. Радиоэлектроника. 2000. № 5—6. 1—160.